

## ДОКЛАДЫ

## АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. А. Векшинский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. П. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. И. Н. Назаров, акад. А. И. Некрасов, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин (зам. главного редактора)

24-й ГОД ИЗДАНИЯ

1956

ТОМ 111, № 2

## СОДЕРЖАНИЕ

## МАТЕМАТИКА

Стр.

Л. А. Беклемишева. Об асимптотическом поведении решений некоторых нелинейных систем дифференциальных уравнений . . . . .	261
Я. В. Быков. К проблеме существования собственных векторов нелинейных операторов . . . . .	265
А. Д. Вентцель. Полугруппы операторов, соответствующие обобщенному дифференциальному оператору второго порядка . . . . .	269
М. И. Вишик и Л. А. Люстерник. Стабилизация решений параболических уравнений . . . . .	273
И. П. Егоров. Римановы пространства второй лакунарности . . . . .	276
Б. И. Коренблюм. Обобщения тауберовой теоремы Винера и спектр быстро растущих функций . . . . .	280
М. А. Красносельский. О применении методов нелинейного функционального анализа в некоторых задачах о периодических решениях уравнений нелинейной механики . . . . .	283
Б. Р. Лаврук. Об индексе одного оператора граничной задачи для эллиптической системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка . . . . .	287
О. А. Ладыженская. О построении разрывных решений квазилинейных гиперболических уравнений как пределов решений соответствующих параболических уравнений при стремлении «коэффициента вязкости» к нулю . . . . .	291
Н. Я. Лященко. Аналог теоремы Флоке для одного частного случая линейных однородных систем дифференциальных уравнений с квазипериодическими коэффициентами . . . . .	295
Ш. С. Пхакадзе. Некоторые предложения, эквивалентные гипотезе континуума . . . . .	299
В. А. Табуева. Применение метода последовательных приближений к нахождению сепаратрис . . . . .	301
Б. В. Хведелидзе. Сингулярные интегральные уравнения с ядрами Коши в классе функций, суммируемых с весом . . . . .	304

## ФИЗИКА

Е. П. Попов. Одно обобщение асимптотического метода Н. Н. Боголюбова в теории нелинейных колебаний . . . . .	308
--	-----

- Г. А. Домбровский. О струйном обтекании с дозвуковыми скоростями решетки плоских пластинок . . . . .

312

## АСТРОНОМИЯ

- А. Л. Ошерович, С. Ф. Родионов и Б. Е. Яхонтова. Об абсолютной яркости некоторых участков Млечного Пути . . . . .

316

## ФИЗИКА

- А. Л. Безбатченко, И. Н. Головин, Д. П. Иванов, В. Д. Кириллов и Н. А. Явлинский. О влиянии продольного магнитного поля на импульсный газовый разряд с большой силой тока . . . . .
- Н. Г. Березняк и Б. Н. Есельсон. Энергетический спектр примесей  $\text{Ne}^3$ , растворенных в  $\text{He II}$  . . . . .
- М. А. Ельяшевич и О. Н. Никитина. Триплетно-квинтетные переходы в спектре атома кремния . . . . .
- Е. К. Завойский и Г. Е. Смолкин. О межмолекулярном переносе энергии возбуждения в кристаллах . . . . .
- Е. А. Колтыпин и В. М. Морозов. Оценка верхней границы сечения радиационного захвата нейтронов резонансной энергии (275 кэв) изотопом  $\text{Li}^7$  . . . . .
- А. А. Соколов, Д. Д. Иваненко и И. М. Тернов. О возбуждении макроскопических колебаний квантовыми флуктуациями . . . . .
- В. В. Судаков. Рассеяние мезона на мезоне в квантовой мезонной теории поля . . . . .
- Ж. С. Такибаев, П. А. Усик и М. Г. Антонова. К вопросу о генерации  $\pi$ -мезонов частицами большой энергии космических лучей . . . . .
- Л. А. Халфин. Условие причинности и критерий физической осуществимости в квантовой теории поля . . . . .

319

322

325

328

331

334

338

341

345

## ГЕОФИЗИКА

- В. В. Шулейкин. Уточненный закон нарастания длины ветровых волн . . . . .

348

## ХИМИЯ

- Е. И. Елагина и Н. Х. Абрикосов. Исследование системы  $\text{PbTe} - \text{PbSe}$  . . . . .
- В. М. Кравченко и И. С. Пастухова. Равновесие жидкость — кристаллы в системах с участием хризена . . . . .
- И. Н. Назаров и Н. В. Кузнецов. Синтез диенов с закрепленной трансoidной конфигурацией двойных связей. 3-метиленициклогексен . . . . .
- А. Н. Несмеянов, Н. А. Вольсенау и В. Д. Вильчевская. Внутримолекулярное ацилирование в ряду ферроцена . . . . .
- А. В. Топчиев и В. Н. Андронов. Полимеризация пропилена в присутствии ряда фосфорных кислот, содержащих фтор и фтористый бор . . . . .

353

355

358

362

365

## ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- А. Ф. Алабышев и А. Г. Морачевский. Термодинамические свойства системы натрия — кадмий . . . . .
- И. Л. Ройх. Кинетика выделения  $\text{H}_2\text{O}_2$  при атмосферной коррозии металлов в ранней стадии . . . . .
- В. Л. Тальрозе и Е. Л. Франкевич. Метод ионного удара и оценка сродства молекул к протону . . . . .
- А. А. Трапезников и Т. Г. Шалопалкина. Упругая деформация и ее релаксации в геле нафтената алюминия . . . . .
- Г. А. Ягодин, О. В. Уваров и Н. М. Жаворонков. Коэффициенты разделения изотопов углерода при равновесии жидкость — пар для этилена этана и метана . . . . .
- Л. Ф. Яхонтова, Е. М. Савицкая и Б. П. Брунс. О скорости сорбции стрептомицина карбоксильными катионитами . . . . .

369

371

371

381

381

381

## ГЕОХИМИЯ

- С. В. Бруевич. Вертикальное распределение биогенных элементов в грунтовых растворах Охотского моря . . . . .
- И. Е. Старик и Э. В. Соболевич. Определение изотопного состава свинца в породах . . . . .

391

391

## БИОХИМИЯ

- Г. А. Критский и Г. Л. Мягкая. Обмен глицина и синтез пуринов в печени голубя . . . . .
- В. Н. Орехович и В. О. Шпикитер. Молекулярные веса пепсиногена и пепсина . . . . .

391

401



- Н. Ф. Разина, М. Т. Козловский и В. В. Стендер. О разрушении свинцовых анодов при электролизе сернокислых растворов . . . . . 404

ЕОЛОГИЯ

- Р. А. Биджиев. Новые данные о тектоническом строении Приверхоянского краевого прогиба . . . . . 407
- В. С. Васильев, М. Ф. Колбин и В. Н. Краснова. Цеолиты в мезозойских и кайнозойских отложениях Пензенской области . . . . . 410
- Г. С. Голдырев. О присутствии калийных соединений в соленосной толще Усолья-Сибирского . . . . . 413
- С. М. Катченков. О распределении второстепенных элементов в карбонатных породах палеозоя Волго-Уральской области . . . . . 415
- И. А. Конохов. О литологических особенностях среднеюрских отложений Дагестана . . . . . 418
- Г. У. Линдберг. К четвертичной истории дальневосточных морей . . . . . 422
- Н. А. Лисицына. Некоторые особенности накопления континентальных бокситов Казахстана . . . . . 425
- В. С. Мелик-Пашаев. Параллелизация свит нижнего отдела продуктивной толщи Апшеронского архипелага и красноцветной толщи Западной Туркмении . . . . . 428
- Л. Д. Мирошников. Об открытии отложений ордовика и силура на полуострове Челюскина . . . . . 432
- Г. И. Теодорович, Л. П. Гроздилова и Н. С. Лебедева. Подразделение Башкирского яруса Горной Башкирии по фауне фораминифер . . . . . 434

ИДРОГЕОЛОГИЯ

- П. П. Воронков. Гидрохимическая характеристика основных генетических категорий поверхностных вод . . . . . 438
- Б. И. Куделин. Опыт региональной оценки естественных ресурсов артезианских вод. . . . . 442

ИНЕРАЛОГИЯ

- А. Ф. Коржинский. О зависимости термических свойств амфиболов от содержания в них щелочей . . . . . 445

АЛЕОНТОЛОГИЯ

- И. Т. Журавлева и П. Д. Резвой. К систематике ископаемых губок и археоциат . . . . . 449

ИТОЛОГИЯ

- П. А. Мотавкин и С. Н. Смирнова. Цитохимия восстановленного глутатиона в элементах нервной системы . . . . . 452

ИСТОЛОГИЯ

- С. И. Тысячинок. Трофические язвы брюшной стенки нейрогенного происхождения . . . . . 456

ИДРОБИОЛОГИЯ

- Н. Г. Виноградова. К зоогеографии глубин фауны Индийского океана . . . . . 459
- М. А. Добржанская. Сезонные и суточные колебания в содержании растворенного органического вещества в Черном море . . . . . 462
- В. П. Луферов. Некоторые данные о хищном питании личинок Tendipedidae . . . . . 466

ИКРОБИОЛОГИЯ

- А. П. Шейнкер и И. Е. Эльпинер. Иммунизирующие свойства патогенных бактерий, подвергшихся действию ультразвуковых волн (палочка коклюша) . . . . . 470

ОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- И. Н. Полухина. О морфологических различиях эпибластов ржи и пшеницы . . . . . 473

ИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- И. В. Гулякин и Е. В. Юдинцева. К вопросу о действии радиоактивных изотопов на растения . . . . . 475
- 255

И. Д. Иванов и И. Т. Йорданов. Ксантогенаты как стимуляторы роста некоторых сельскохозяйственных культур . . . . .	478
И. Я. Марьяхина. Особенности биологии цветения кастрированных цветков пшеницы . . . . .	480
М. Х. Чайлахян и Т. В. Некрасова. Влияние витаминов на преодоление полярности у черенков лимона . . . . .	482
И. А. Чернавина и Б. А. Рубин. Влияние условий предварительного освещения на устойчивость хлорофилла к разрушению в темноте . . . . .	486

## ЗООЛОГИЯ

А. С. Бараненкова, Н. С. Хохлина и И. Г. Юданов. Распределение личинок морского окуня рода <i>Sebastes</i> в Норвежском море . . . . .	489
Л. И. Федосеева. Новые виды семеедов <i>Bruchophagus</i> Ashm. (Hymenoptera, Chalcidoidea), развивающихся на бобовых растениях . . . . .	491

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

И. Р. Коркия. Стимуляция регенерации кожно-мышечной стенки дождевого червя действием тканевого экстракта . . . . .	494
А. Я. Фриденштейн. Полисахариды переходного эпителия при экспериментальном эктопическом остеогенезе. . . . .	497

## ФИЗИОЛОГИЯ

Ю. К. Богоявленский. Влияние физиологического состояния, пола и режима питания птиц на картину их белой крови . . . . .	501
---	-----

## ЭНДОКРИНОЛОГИЯ

Я. Д. Киршенблат. Действие очищенных гормонов гипофиза на яичники рыб . . . . .	504
---	-----

## ПАРАЗИТОЛОГИЯ

Е. Д. Логачев. О взаимоотношениях между ядром и цитоплазмой в растущих яйцевых клетках у плоских червей . . . . .	507
---	-----

## CONTENTS

### MATHEMATICS

L. A. Beklemisheva. On the asymptotic behaviour of the solutions of some non-linear systems of differential equations . . . . .	261
J. V. Bykov. On the problem of existence of characteristic vectors of non-linear operators . . . . .	265
A. D. Wentzell. Semi-groups of operators corresponding to a generalized second order differential operator . . . . .	269
M. I. Vishik and L. A. Lusternik. Stabilization of solutions of parabolic equations . . . . .	273
I. P. Egorov. Riemannian spaces of second lacunarity . . . . .	276
B. I. Korenblum. A generalization of Wiener's Tauberian theorem and the spectrum of rapidly increasing functions . . . . .	280
M. A. Krasnoselsky. On the use of non-linear functional analysis in certain problems involving periodical solutions of equations of non-linear mechanics . . . . .	283
B. R. Lavruk. On the index of a certain operator in a boundary problem for an elliptical system of second order linear differential equations . . . . .	287
O. A. Ladyzhenskaya. On the construction of discontinuous solutions of quasi-linear hyperbolic equations as limits to the solutions of the respective parabolic equations when the «viscosity coefficient» is approaching zero . . . . .	291
N. J. Liashchenko. An analogue of the Floquet theorem for a particular case of linear homogeneous systems of differential equations with quasiperiodic coefficients . . . . .	295
Sh. S. Pkhakadze. Some statements tantamount to the continuum hypothesis . . . . .	299
V. A. Tabueva. The use of successive approximations in finding separatrices . . . . .	301
B. V. Khvedelidze. Singular integral equations with Cauchy kernels in the class of functions integrable with the weight . . . . .	304

### MECHANICS

E. P. Popov. A generalization of Bogolubov's asymptotic method in the theory of non-linear oscillations . . . . .	308
---	-----



- G. A. Dombrovsky. On subsonic flow past a lattice made of flat plates with dead air . . . . . 312

ASTRONOMY

- A. L. Osherovich, S. F. Rodionov and B. E. Yakhontova. On the absolute brightness of some areas in the Milky Way . . . . . 316

PHYSICS

- A. L. Bezbatchenko, I. N. Golovin, D. P. Ivanov, V. D. Kirillov and N. A. Yavilinsky. The influence of a longitudinal magnetic field on the impulsive gas discharge of high current intensity . . . . . 319
- N. G. Bereznjak and B. N. Eselson. Energy spectrum of  $\text{He}^3$  admixtures dissolved in  $\text{He II}$  . . . . . 322
- M. A. Eliashevich and O. N. Nikitina. Triplet-quintlet transitions in the atomic spectrum of silicon . . . . . 325
- E. K. Zavoisky and G. E. Smolkin. On the intermolecular transfer of the excitation energy in crystals . . . . . 328
- E. A. Koltypin and V. M. Morozov. Evaluation of the upper boundary of the cross-section for the radiation capture of resonance energy (275 Kev) neutrons by the  $\text{Li}^7$  isotope . . . . . 331
- A. A. Sokolov, D. Ivanenko and I. M. Ternov. On the possibility of the excitation of macroscopic oscillations by quantum fluctuations . . . . . 334
- V. V. Sudakov. Scattering of meson on meson in the quantum meson theory of the field . . . . . 338
- Zh. S. Takibaev, P. A. Usik and M. G. Antonova. On the generation of pions by high energy particles of cosmic rays . . . . . 341
- L. A. Hallin. Causality condition and criterion of the physical realizability in the quantum field theory. . . . . 345

GEOPHYSICS

- W. W. Shulejkin. Refined law of wind wave growth in length . . . . . 348

CHEMISTRY

- E. I. Elaguina and N. Kh. Abrikosov. An investigation of the  $\text{PbTe} - \text{PbSe}$  system . . . . . 353
- V. M. Kravchenko and I. S. Pastukhova. Liquid — crystals equilibrium in systems containing chrysene . . . . . 355
- I. N. Nazarov and N. V. Kuznetsov. The synthesis of dienes with fixed transoid configuration of double bonds. 3-methylenecyclohexene . . . . . 358
- A. N. Nesmeianov, N. A. Volkenau and V. D. Vilchevskaya. Intramolecular acylation in the ferrocene series . . . . . 362
- A. V. Topchiev and V. N. Andronov. The polymerization of propylene in the presence of phosphoric acids containing fluorine and boron fluoride . . . . . 365

PHYSICAL CHEMISTRY

- A. F. Alabyshev and A. G. Morachevsky. The thermodynamical properties of the sodium — cadmium system . . . . . 369
- I. L. Roikh. The kinetics of  $\text{H}_2\text{O}_2$  liberation in the early period of atmospheric corrosion of metals . . . . . 372
- V. L. Talrose and E. L. Frankevich. The method of ionic impact in estimating the affinity of molecules to the proton . . . . . 376
- A. A. Trapeznikov and T. G. Shalopalkina. Elastic deformation and its relaxation in a gel of aluminium naphthenate . . . . . 380
- G. A. Yagodin, O. V. Uvarov and N. M. Zhavoronkov. Separation coefficients of carbon isotopes at liquid — vapour equilibrium for ethylene, ethane and methane . . . . . 384
- L. F. Yakhontova, E. M. Savitskaya and B. P. Bruns. On the velocity of sorption of streptomycin by carboxylic cationites . . . . . 388

BIOCHEMISTRY

- S. B. Brujewicz. Vertical distribution of biogenic elements in sediments solutions (interstitial waters) of the okhotsk sea . . . . . 391
- I. E. Starik and E. V. Sobotovitch. Estimation of the isotopic composition of lead in rocks . . . . . 395

PHYSIOCHEMISTRY

- G. A. Kritskij and G. L. Miagkaya. Glycine metabolism and purine synthesis in pigeon liver. . . . . 398
- 257

	<i>Pages</i>
V. N. Orekhovich and V. O. Shpikiter. The molecular weight of pepsinogen and pepsin . . . . .	401
<b>CHEMICAL TECHNOLOGY</b>	
N. F. Razina, M. T. Kozlovsky and V. V. Stender. On the destruction of lead anodes in the electrolysis of sulphate solutions . . . . .	404
<b>GEOLOGY</b>	
R. A. Bidjiev. New data on the tectonic structure of the Near-Werkhoyansk border downwarping . . . . .	407
V. S. Vasiliev, M. F. Kolbin and V. N. Krasnova. Zeolites from Mesozoic and Cenozoic deposits of the Penza region . . . . .	410
G. S. Goldyrev. On the presence of potassium compounds in the soliferous stratum of Ussolie-Sibirskoye . . . . .	413
S. M. Katchenkov. On the distribution of accessory elements in carbonate rocks of the Paleozoic of the Volga-Urals region . . . . .	415
I. A. Konukhov. On the lithological peculiarities of Middle Jurassic deposits of Daghestan . . . . .	418
G. U. Lindberg. On the quaternary time history of Far-East Seas . . . . .	422
N. A. Lisitsyna. Certain peculiarities in the accumulation of continental bauxites in Kazakhstan. . . . .	425
V. S. Melik-Pashaev. An attempt to draw a parallel between the lower portion of the productive layer of the Apsheronian archipelago and the red deposits of West Turkmenia . . . . .	428
L. D. Miroshnikov. On Ordovician and Silurian deposits discovered at the Cheluskin peninsula . . . . .	432
G. I. Theodorovich, L. P. Grozdilova and N. S. Lebedeva. An attempt to subdivide the Bashkirian stage of the Bashkirian highland according to Foraminifera fauna . . . . .	434
<b>HYDROGEOLOGY</b>	
P. P. Voronkov. A hydrochemical description of the main genetic categories of surface-waters . . . . .	438
B. I. Kudelin. An attempt to a regional estimate of the natural resources of artesian waters . . . . .	442
<b>MINERALOGY</b>	
A. F. Korzhinsky. Thermal properties of amphiboles as dependent on their alkali content . . . . .	445
<b>PALAEONTOLOGY</b>	
I. T. Zhuravleva and P. D. Rezvoy. A contribution to the taxonomy of fossil Sponges and Archaeocyatha . . . . .	449
<b>CYTOLOGY</b>	
P. A. Motavkin and S. N. Smirnova. Cytochemistry of reduced glutathione in elements of the nervous system . . . . .	452
<b>HISTOLOGY</b>	
S. I. Tysiachniuk. Neurogenic trophic ulcers of the abdominal wall . . . . .	456
<b>HYDROBIOLOGY</b>	
N. G. Vinogradova. On the zoogeography of the abyssal fauna of the Indian ocean . . . . .	459
M. A. Dobrzhanskaya. Seasonal and 24-hour fluctuations in the content of dissolved organic matter in the Black sea . . . . .	462
V. P. Luferov. Some data on the predacious behaviour of Tendipedidae larvae . . . . .	466
<b>MICROBIOLOGY</b>	
A. P. Sheinker and I. E. Elpiner. Immunizing properties of pathogenic bacteria subjected to the action of ultrasonic waves ( <i>Bacillus pertussis</i> ) . . . . .	470
<b>PLANT MORPHOLOGY</b>	
I. N. Polukhina. On morphological distinctions between epiblasts in rye and in wheat . . . . .	473



I. V. Guliakin and E. V. Yuditseva. A contribution to the problem as to the action of radioactive isotopes upon the plant . . . . .	475
I. D. Ivanov and I. T. Iordanov. Xanthogenates as growth promoters of certain farm crops . . . . .	478
I. J. Mariakhina. Peculiarities observed in the process of flowering of castrated wheat flowers . . . . .	480
M. Kh. Cailachjan and T. V. Nekrasova. Polarity in lemon cuttings as overcome with the aid of vitamins . . . . .	482
I. A. Chernavina and B. A. Rubin. Resistance of chlorophyll to break-down in the absence of light, as influenced by preliminary illumination . . . . .	486

DOLOGY

A. S. Baranenkova, N. S. Khokhlina and I. G. Yudanov. The distribution of the larvae of the sea-perch of the genus <i>Sebastes</i> in the Norwegian sea . . . . .	489
L. I. Fedoseyeva. New species of <i>Bruchophagus</i> (Hymenoptera, Chalcidoidea), developing upon leguminous plants . . . . .	491

EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

I. R. Korkia. Regeneration of the cutaneous-muscular wall of the earth worm stimulated by tissue extract . . . . .	494
A. J. Fridenstein. Polysaccharides of transitional epithelium, observed in the case of experimental ectopic osteogenesis . . . . .	497

PHYSIOLOGY

Yu. K. Bogojavlensky. Picture of the white blood of birds, as affected by their physiological state, sex and feeding regime . . . . .	501
---	-----

ENDOCRINOLOGY

J. D. Kirschenblatt. The action of purified hormones of the pituitary body upon fish ovaries . . . . .	504
--	-----

PARASITOLOGY

E. D. Logachev. On the mutual relations between the nucleus and the cytoplasm in growing egg-cells of <i>Platyhelminths</i> . . . . .	507
---	-----

ПОПРАВКА

В статье Андрея Поповича „Нелинейность и конформная взаимность“, помещенной в ДАН, т. 111, № 1, 1956 г., выражение на стр. 76, строка 7, следует читать:  $\rho \text{ Сexp} (\pm \omega/2)$





Л. А. БЕКЛЕМИШЕВА

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ РЕШЕНИЙ  
НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 25 V 1956)

§ 1. Рассматривается обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} + \sum_{k=1}^s b_k t^{\alpha_k} x^{n_k} = 0 \quad (1)$$

в действительной области. Все  $n_k > 0$ , рациональные.

Фаулер (1) показал, что решения (1) в случае  $n = \max_k n_k \neq 1$  растут не быстрее, чем степенная функция. При  $n = 1$  им дана также оценка роста решений (1). Частным случаем (1) является уравнение Эмдена — Фаулера

$$\ddot{x} + \varepsilon t^{\sigma} x^n = 0.$$

Решения этого уравнения при  $\varepsilon = \pm 1$ ,  $n > 1$  исследованы полностью в том смысле, что указан главный член асимптотического разложения для каждого решения. Из работ Аткинсона (2) и Таама (3,4) можно сделать заключение об ограниченности всех решений некоторых уравнений вида (1).

Ниже дается описание всех решений уравнения (1) с помощью чисел  $\alpha_k$ ,  $n_k$ ,  $b_k$ . Приведены также две теоремы, обобщающие полученные в работах (2,4), которые применяются при исследовании системы (1).

Рассмотрим для  $t \geq T$  уравнение

$$\ddot{x} + \Sigma b_k (1 + o_k(t)) t^{\alpha_k} x^{n_k} = 0. \quad (2)$$

$o_k(t)$  определены для  $t \geq T$ ; существуют  $A, \varepsilon > 0$  такие, что  $|o_k(t)| < A t^{-\varepsilon}$ ,  $|o'_k(t)| < A t^{-\varepsilon-1}$ ;  $b_k$  и  $\alpha_k$  — любые действительные числа; все  $n_k > 0$  рациональны.

Ниже рациональное число  $n$  будет называться нечетным, если оно представляется несократимой дробью  $p/q$ , где  $p$  и  $q$  — целые нечетные числа. Если  $n$  допускает представление несократимой дробью  $p/q$ , где  $p$  — четно,  $q$  — нечетно, то назовем его четным. Чтобы не иметь дела с особенностями в полуплоскости  $x \leq 0$ , в дальнейшем относительно  $n_k$  предполагается, что они допускают представление несократимой дробью с нечетным знаменателем.

Дадим характеристику возможного роста решений (2). Из чисел  $k$  выберем те, для которых  $n_k = \max_k n_k \equiv n$ . Из этих  $k$  возьмем то, для которого  $\alpha_k$  принимает наибольшее значение. Обозначим через  $\bar{b}$  число  $b_k$ , отвечающее этому  $k$ . Аналогично, из тех  $k$ , для которых  $n_k = \min_k n_k \equiv m$ ,

выберем индекс, для которого  $\alpha_k$  принимает наибольшее значение. Обозначим через  $\bar{b}$  число  $b_k$ , отвечающее этому  $k$ . Непрерывное решение  $x(t)$  уравнения (2) называется продолжаемым, если его можно определить для всех  $t \geq T$ .

**Теорема 1.** Если  $n$  нечетно и  $\bar{b} > 0$  или  $n \leq 1$ , то все решения (2) продолжаемы. В остальных случаях (2) имеет непродолжаемые решения.

**Теорема 2.** Каждое продолжаемое решение (2) растет не быстрее, чем некоторая степенная функция, за исключением случая  $n = 1$ ,  $\bar{b} < 0$ .

Дадим характеристику возможного убывания решений (2). Назовем решение  $x(t) \neq 0$  особым, если оно при конечном  $t$  обращается в 0 вместе с первой производной. Уравнение (2) может иметь особые решения.

**Теорема 3.** Если  $n$  нечетно и  $\bar{b} > 0$  или  $n \geq 1$ , то особых решений уравнение (2) не имеет.

**Теорема 4.** Каждое неособое решение (2) стремится к нулю не быстрее некоторой степенной функции, за исключением случая  $n = 1$ ,  $\bar{b} < 0$ .

В дальнейшем не будут рассматриваться решения непродолжаемые, особые, растущие или стремящиеся к нулю быстрее, чем степенная функция. Остальные решения ниже называются обыкновенными. Исключенные теоремами 2 и 4 случаи сводятся к линейным уравнениям с малыми добавками, удовлетворяющими условиям Липшица.

§ 2. Число  $\omega$  назовем режимом для какой-нибудь функции  $x(t)$ , если для любого  $\varepsilon > 0$   $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t)| t^{-\omega+\varepsilon} = +\infty$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) t^{-\omega-\varepsilon} = 0$ . Число  $\omega$  есть взятое с обратным знаком характеристическое число  $x(t)$  по отношению к  $t$  (5).

**Теорема 5.** Каждое обыкновенное решение (2) имеет режим. Все возможные решения (2) имеют не более  $s+2$  различных режимов.

Все режимы для (2) могут быть найдены по следующим правилам. Рассмотрим на плоскости  $\omega, \eta$  семейство прямых

$$\eta_k(\omega) = \alpha_k + 2 + (n_k - 1)\omega, \quad k = 1, \dots, s;$$

$$\eta_{s+1}(\omega) \equiv 0.$$

Ломаная линия  $\eta(\omega) = \max_{k=1, \dots, s+1} \eta_k(\omega)$  выпуклая, выпуклостью вниз. Крайние звенья ее — полупрямые. Обозначим абсциссы угловых точек ломаной  $\eta(\omega)$  числами  $\omega_i$ ,  $i = 1, \dots, r$ ,  $r \leq s$ .

Введем также числа  $\tilde{\omega}$ ,  $\bar{\omega}_i$ ,  $i = 1, 2$ . Обозначим  $b_{k_0}$  коэффициент в (2) при  $t^{-2}(1 + o(t))x$ , если такой член в (2) имеется. В противном случае считаем  $b_{k_0} = 0$ .

Уравнение  $\eta(\omega) + 4\omega - 2 = 0$  имеет не более двух корней. Пусть какой-нибудь из них  $\tilde{\omega}$  удовлетворяет одному из следующих условий. Либо  $\omega = \tilde{\omega}_i$ , либо  $\eta(\tilde{\omega}) = \eta_k(\tilde{\omega})$ ,  $b_k > 0$ , либо  $\eta(\tilde{\omega}) = 0$ ,  $\tilde{\omega}(\tilde{\omega} - 1) + b_{k_0} > 0$ . Через  $\bar{\omega}_1$  обозначим число  $1/2 - \sqrt{1/4 - b_{k_0}}$ , если  $b_{k_0} \leq 1/4$  и  $\eta(\bar{\omega}_1) = 0$ ; через  $\bar{\omega}_2$  обозначим число  $1/2 + \sqrt{1/4 - b_{k_0}}$ , если  $b_{k_0} \leq 1/4$  и  $\eta(\bar{\omega}_2) = 0$ . Таким образом, величины  $\tilde{\omega}$ ,  $\bar{\omega}$  можно определить только для некоторых уравнений вида (2). Обозначим  $\omega_i$  те из величин  $\omega_i$ ,  $\tilde{\omega}$ ,  $\bar{\omega}_i$ , которые для данного уравнения (2) можно определить.

**Теорема 6.** Каждый режим уравнения (2) совпадает с одним из чисел  $\omega_i$ .

Назовем решение  $x(t)$  точным, если  $x(t)$  имеет режим  $\omega$ ,  $x(t)t^{-\omega}$  ограничена при  $t \geq T$  и не стремится к 0 при  $t \rightarrow \infty$ .



Теорема 7. Данному режиму  $\omega_i$ , если он не совпадает с  $\tilde{\omega}$ , принадлежит несколько или целое семейство точных решений вида

$$x(t) = t^{\omega} (c + o(1)), \quad (3)$$

где константа  $c$  пробегает конечную совокупность значений.

Теорема 8. Режиму  $\tilde{\omega}$ , если он не совпадает ни с одним из  $\omega_i$ , принадлежит семейство точных решений вида  $x(t) = t^{\omega} (c + o(1))$ , где  $c$  — произвольная постоянная.

Теорема 9. Режиму  $\tilde{\omega}$ , если он не совпадает ни с одним из  $\omega_i$ , принадлежит семейство точных решений вида  $x(t) = t^{\omega} (\Phi[t^{\mu} (1 + o(1))] + o(1))$ , где  $\Phi(t)$  — периодическая функция, период и амплитуда которой, вообще говоря, зависят от выбора  $x(t)$ .  $\mu = \eta(\omega)/2$ ; если  $\mu = 0$ , выражение  $t^{\mu}$  под аргументом  $\Phi$  следует заменить на  $\ln t$ .

Теорема 10. Если режим  $\tilde{\omega}$  совпадает с одним из  $\omega_i$ , то ему принадлежат решения видов, указанных в теоремах 7 и 9.

При доказательстве теорем 1—10 к уравнению (2) применяются следующие подстановки, зависящие от параметра  $\omega$ : 1) для тех  $\omega$ , для которых  $\eta(\omega) > 0$ ,  $x = t^{\omega} z$ ,  $\tau = t^{\mu}$ ,  $\mu = \frac{\alpha_k + 2 + (n_k - 1)\omega}{2}$ , где  $k$  выбрано так, что

бы  $\eta(\omega) = \eta_k(\omega)$ ; 2) для тех  $\omega$ , для которых  $\eta(\omega) = 0$ ,  $x = t^{\omega} z$ ,  $t = e^{\tau}$ .

После каждой из этих подстановок приходим к уравнению вида

$$\ddot{z} + f(\tau) \dot{z} + P(z) = \psi(\tau, z), \quad (4)$$

где  $\psi(\tau, z)$  есть функция, стремящаяся к 0 при  $\tau \rightarrow \infty$ ;  $f(\tau)$  в первом случае равно  $a/\tau$ , во втором просто равно постоянной. Член с производной исчезает в случае  $\omega = \tilde{\omega}$ . Полином  $P(z)$  отличен от одночлена при  $\omega = \omega_i$ . Константы  $c$  в формуле (3) — корни  $P(z) = 0$ .

§ 3. Ниже сформулированы две теоремы, применяемые при изучении уравнения (4).

Рассмотрим систему

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial y_i} + g_i^1 + h_i^1, \quad \frac{dy_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} + g_i^2 + h_i^2, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

$H = H(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n, t)$ , также  $g_i^{1,2}$ ,  $h_i^{1,2}$ . Функции, входящие в (5), определены в пространстве  $XYT$  — произведении пространства переменных  $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$  на полуось  $t \geq T$ .  $H$  непрерывна.

Теорема 11. Пусть  $R$  — некоторая область в  $XY$ , и пусть в  $RT$   $H$ ,  $\partial H/\partial x_i$ ,  $\partial H/\partial y_i$  ограничены константой  $c_R$  и существуют функции  $\psi_R(t)$ ,  $g_R(t)$  такие, что:

$$|H'_t(x, y, t)| \leq \psi_R(t), \quad \int_T^{\infty} \psi_R(t) dt < \infty, \quad (6)$$

$$|g_i^{1,2}(x, y, t)| \leq g_R(t), \quad \int_T^{\infty} g_R(t) dt < \infty,$$

$\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial H}{\partial x_i} h_i^1 + \frac{\partial H}{\partial y_i} h_i^2 \right)$  в  $RT$  не меняет знака. Тогда  $H(x(t), y(t), t) \rightarrow \text{const}$  при  $t \rightarrow \infty$  для каждого решения  $x(t), y(t)$  системы (5), содержащегося в  $R$  при  $t \geq T$ .

Доказательство. Пусть для определенности  $\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial H}{\partial x_i} h_i^1 + \frac{\partial H}{\partial y_i} h_i^2 \right) \leq 0$ .  $H(x(t), y(t), t)$  при  $t \geq T$  ограничена. Следовательно, множество ее значений имеет предельную точку. Если таких точек две, то найдется

такая последовательность  $t_k$ , что

$$H(x(t_{2k}), y(t_{2k}), t_{2k}) = \alpha, \quad H(x(t_{2k+1}), y(t_{2k+1}), t_{2k+1}) = \beta, \quad \beta > \alpha;$$

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial H}{\partial x_i} g_i^1 + \frac{\partial H}{\partial y_i} g_i^2 \right) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial H}{\partial x_i} h_i^1 + \frac{\partial H}{\partial y_i} h_i^2 \right) + H'_t(x, y, t) \leq \\ &\leq \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial H}{\partial x_i} g_i^1 + \frac{\partial H}{\partial y_i} g_i^2 \right) + H'_t \leq \left| \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial H}{\partial x_i} g_i^1 + \frac{\partial H}{\partial y_i} g_i^2 \right) \right| + |H'_t(x, y, t)| \leq \\ &\leq 2nc_{RG_R}(t) + \psi_R(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Интегрируем неравенство (7) в пределах  $t_{2k}, t_{2k+1}$ . Получаем в левой части неизменно  $\int_{t_{2k}}^{t_{2k+1}} \frac{dH}{dt} dt = \beta - \alpha$ , а в правой  $\int_{t_{2k}}^{t_{2k+1}} [2nc_{RG_R}(t) + \psi_R(t)] dt$  — величину как угодно малую при достаточно больших  $k$  ввиду (6). Получаемое противоречие доказывает утверждение теоремы.

**Теорема 12.** Все решения системы

$$x_i'' = -\frac{\partial H(x, t)}{\partial x_i} + g_i(x_1, \dots, x_n, t) + h_i(x_1, \dots, x_n, x'_1, \dots, x'_n, t), \quad (8)$$

$$i = 1, \dots, n$$

ограничены при следующих условиях:

$$H(x, t) \equiv H(x_1, \dots, x_n, t) \equiv U(x) + \psi(x, t). \quad (9)$$

Входящие в (8) и (9) функции определены для всех  $x, x'$  и  $t \geq T$ .  $U(x) \geq 0$  и непрерывна. Если  $x(\tau)$ ,  $\tau \geq 0$ , — какая-нибудь неограниченная кривая в пространстве  $X$  переменных  $x_1, \dots, x_n$ , то  $\lim_{\tau \rightarrow +\infty} U(x(\tau)) = +\infty$ .

Относительно добавок предполагается, что в  $XX'T$   $\sum_{i=1}^n x'_i h_i(x, x', t) \leq 0$ , и пространство  $X$  можно разбить на две части  $R$  и  $X \setminus R$  так, что в  $R$

$$|\psi(x, t)| \leq \text{const}, \quad \left( \sum_{i=1}^n g_i^2 \right)^{1/2} \leq g_R(t), \quad \int_T^\infty g_R(t) dt < \infty;$$

$$|\psi'_t(x, t)| \leq \psi_R(t), \quad \int_T^\infty \psi_R(t) dt < \infty;$$

в  $X \setminus R$

$$\frac{|\psi(x, t)|}{U(x)} \leq c < 1, \quad \frac{\left[ \sum_{i=1}^n g_i^2(x, t) \right]^{1/2}}{(U(x))^{1/2}} \leq g(t), \quad \int_T^\infty g(t) dt < \infty,$$

$$\frac{|\psi'_t(x, t)|}{U(x)} \leq \psi(t), \quad \int_T^\infty \psi(t) dt < \infty.$$

Для  $n = 1$  условие на  $U(x)$  выглядит так:  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} U(x) = +\infty$ .

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
22 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> R. H. Fowler, Proc. London Math. Soc., ser. 2, 13, 341 (1914). <sup>2</sup> F. V. Atkinson, Canad. J. Math., 6, № 4, 561 (1954). <sup>3</sup> Таам, Чоу-Так, Proc. Am. Math. Soc., 5, 5, 705 (1954). <sup>4</sup> Таам, Чоу-Так, Proc. Am. Math. Soc., 6, 3, 377 (1955). <sup>5</sup> В. В. Немыцкий, В. В. Степанов, Качественная теория дифференциальных уравнений, изд. 2-е, 1949, стр. 184.



Я. В. БЫКОВ

# К ПРОБЛЕМЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 25 V 1956)

Пусть: 1)  $H$  — вещественное сепарабельное пространство Гильберта; 2)  $A(\varphi)$  — нелинейный оператор, действующий из  $H$  в  $H$ ; 3)  $\{e_k\}$  — некоторая полная ортонормальная система векторов пространства  $H$ ;

4)  $S_m^c$  — поверхность сферы  $\sum_{k=1}^m c_k^2 = c^2$ , где  $c$  — некоторое фиксированное число. Для точек поверхности  $S_m^c$  образуем всевозможные элементы вида

$$h_m = \sum_{k=1}^m c_k e_k.$$

Мы будем говорить, что оператор  $A(\varphi)$  удовлетворяет:

1) условию (E), если для всякой последовательности элементов  $\{v_n\}$ , слабо сходящейся к  $v$ ,  $A(v_n) \xrightarrow{\text{сл}} A(v)$ ;

2) условию (F), если существует функционал  $B(h_m)$ , при любом фиксированном  $m$  удовлетворяющий равенству

$$\frac{\partial B(h_m)}{\partial c_k} = (A(h_m); e_k).$$

Приведем примеры операторов, удовлетворяющих условию (F).

I. Оператор Лихтенштейна <sup>(1)</sup>

$$A(h) = \sum_{m=1}^{\infty} \int_D \dots \int_D K_m(x, s_1, \dots, s_m) h(s_1) \dots h(s_m) d\sigma_m = \sum_{m=1}^{\infty} A^m(h),$$

$$d\sigma_m = ds_1 \dots ds_m,$$

где  $K_m(x, s_1, \dots, s_m)$  — симметрические функции своих аргументов, в  $L_2$  удовлетворяют условию (F).

II. За пространство  $H$  примем множество всех  $n$ -строчных столбцевых матриц, элементами которых являются вещественные функции с интегрируемым квадратом в области  $D$ . Скалярное произведение определим равенством  $(u; v) = \int_D \bar{u}v dx$  \*. Пусть  $f(x, y_1, \dots, y_n) = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$  — такая столбцевая матрица, для которой существует дифференцируемая функция  $\Phi(x, y_1, \dots, y_n)$  такая, что  $\partial\Phi/\partial y_j = f_j(x, y_1, \dots, y_n)$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ). Оператор  $A(h) = f(x, h) = f(x, h_1(x), \dots, h_n(x))$  удовлетворяет условию (F).

\*  $\bar{u}$  означает соответствующую однострочную матрицу.

III. Пусть пространство  $H$  реализуется так же, как и в предыдущем примере. Пусть оператор  $A^m(h)$  задан компонентами

$$A_{\mu}^m(h) = \sum_{i_1, \dots, i_m=1}^n \int_D \dots \int_D K_{\mu i_1 \dots i_m}^m(x, s_1, \dots, s_m) h_{i_1}(s_1) \dots h_{i_m}(s_m) d\tau_m,$$

$$\mu = 1, 2, \dots, n,$$

где

$$K_{\mu i_1 \dots i_m}^m(x, s_1, \dots, s_m) \equiv K_{i_k i_1 \dots i_{k-1} \mu i_{k+1} \dots i_m}^m(s_k, s_1, \dots, s_{k-1}, x, s_{k+1}, \dots, s_m).$$

Оператор  $A(h) = \sum_{m=1}^p A^m(h)$  удовлетворяет условию (F).

IV. Пусть  ${}_m f(x, s_1, \dots, s_m, y_1^1, \dots, y_n^1, \dots, y_1^m, \dots, y_n^m, y_1, \dots, y_n)$  (сокращенно  ${}_m f(x, s_1, \dots, s_m, y^1, \dots, y^m, y)$ ) — столбцовая матрица, элементы которой таковы, что существует функция  $\Phi_m$ , обладающая следующими свойствами:

- 1)  $\partial \Phi_m / \partial y_j = {}_m f_j(x, s_1, \dots, s_m, y^1, \dots, y^m, y)$ ;
- 2)  $\partial \Phi_m / \partial y_j^k = {}_m f_j(s_k, s_1, \dots, s_{k-1}, x, s_{k+1}, \dots, s_m, y^1, \dots, y^{k-1}, y^{k+1}, \dots, y^m, y^k), j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m.$

Оператор

$$A(h) = \sum_{m=1}^p \int_D \dots \int_D f(x, s_1, \dots, s_m, h(s_1), \dots, h_n(s_1), \dots, h_1(s_m), \dots, h_n(s_m), h_1(x), \dots, h_n(x)) d\tau_m$$

удовлетворяет условию (F).

Пусть  $f(x, s, u, v)$  — скалярная функция, для которой  $f'_u(x, s, y, z) \equiv f'_u(s, x, z, y)$ . Оператор  $A(h) = \int_D f(x, s, h(s), h(x)) ds$  удовлетворяет условию (F).

Пусть  $f(x, s_1, \dots, s_m, u_1, \dots, u_m, u)$  — скалярная функция, для которой

$${}_m f'_u(x, \dots, s_m, y_1, \dots, y_m, y) \equiv {}_m f'_{u_k}(s_k, s_1, \dots, s_{k-1}, x, s_{k+1}, \dots, s_m, y_1, \dots, y_{k-1}, y, y_{k+1}, \dots, y_m, y_k).$$

Оператор

$$A(h) = \sum_{m=1}^p \int_D \dots \int_D {}_m f(x, s_1, \dots, s_m, h(s_1), \dots, h(s_m), h(x)) d\tau_m$$

удовлетворяет условию (F).

Теорема 1. Если оператор  $A(h)$  удовлетворяет условиям (E) и (F), то уравнение

$$\lambda \varphi = A(\varphi) + f \quad (1)$$

имеет решение по крайней мере при одном вещественном значении  $\lambda$ .

Теорема 2. Если: 1) оператор  $A(h)$  удовлетворяет условиям (E) и (F); 2)  $A(0) = 0$ ; 3) существует  $\lim_{m \rightarrow \infty} B(h_m)$ , когда  $h_m \xrightarrow{\text{сп}} 0$ , то существует не менее счетного числа собственных векторов оператора  $A(h)$ .

Отметим, что из этих теорем как частный случай получаются теоремы Лоткина (2).



Следствие. Если функции  $K_{\mu i_1 \dots i_m}^m(x, s_1, \dots, s_m)$  с интегрируемым квадратом удовлетворяют тому же условию, что и в примере III, то система интегральных уравнений

$$\lambda \varphi_h(x) = \sum_{m=1}^p \sum_{i_1 \dots i_m=1}^n \int_D \dots \int_D K_{\mu i_1 \dots i_m}^m(x, s_1, \dots, s_m) \varphi_{i_1}(s_1) \dots \varphi_{i_m}(s_m) d\sigma_m^*$$

имеет не менее счетного числа собственных векторов.

Оператор  $A(h)$  в этом случае удовлетворяет условию (F). Выполнимость остальных условий теоремы 2 вытекает из того, что каждое слагаемое любого компонента оператора  $A(h)$  представляет полилинейный функционал относительно  $\varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$ .

Предположим теперь, что при специальном выборе ортонормальной системы векторов  $\{e_k\}$ , не обязательно полной, оператор  $A(h)$  удовлетворяет равенствам

$$(A(h); e_k) = \frac{1}{\lambda_k} (H(h); e_k),$$

где оператор  $H(h)$  удовлетворяет условию (F). Тогда можно построить различные теоремы существования собственных векторов оператора  $A(h)$  ( $A(0) = 0$ ).

В качестве примера приведем формулировку одной теоремы.

Пусть  $K(x, s)$  —  $n$ -кватратная матрица. Если  $K_{i,j}(x, s) \equiv K_{j,i}(s, x)$ , то матрицу  $K(x, s)$  называют симметрическим ядром. Для того чтобы все собственные числа матричного ядра  $K(x, s)$  были положительны, необходимо и достаточно, чтобы для всех столбцевых матриц  $h(x)$  с интегрируемым квадратом выполнялось неравенство

$$\int_D \int_D \bar{h}(x) K(x, s) h(s) ds dx \geq 0.$$

Такие ядра, следуя терминологии М. М. Вайнберга<sup>(3)</sup>, будем называть слабо-положительными.

Условимся говорить, что  $K(x, s)$  удовлетворяет условию (D), если: 1)  $K(x, s)$  — симметрическое слабо-положительное ядро; 2) элементы главной диагонали матрицы  $K(x, s)$  непрерывны в области  $D \times D$ , а остальные элементы в этой области регулярны в смысле теории обыкновенных интегральных уравнений.

Оператор  $H(x, \psi)$  удовлетворяет условию (Q), если: 1) каждой непрерывной матрице  $\psi(x)$  с нормой

$$\|\psi\| = \max_{x \in D} \{|\psi_1(x)| + \dots + |\psi_n(x)|\} \leq d,$$

где  $d$  — достаточно малое число, оператор  $H(x, \psi)$  ставит в соответствие столбцевую матрицу с интегрируемым квадратом  $\Psi^*(x)$  ( $H(x, 0) \equiv 0$ ); 2) из равномерной сходимости  $\{\psi^m(x)\}$  к  $\psi(x)$  ( $\|\psi^m\| \leq d$ ) вытекает среднеквадратичная сходимость  $\{H(x, \psi^m)\}$  к  $H(x, \psi)$ .

Теорема 3. Если: 1) матричное ядро  $K(x, s)$  удовлетворяет условию (D); 2) оператор  $H(x, \psi)$  удовлетворяет условиям (F) и (Q), то система интегральных уравнений

$$\lambda \varphi_k(x) = \sum_{j=1}^n \int_D K_{kj}(x, s) H_j(s, \varphi) ds, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

имеет не менее счетного числа непрерывных собственных векторов.

\*  $p$  может быть и бесконечным. В этом случае достаточно наложить на  $K_{\mu i_1 \dots i_m}^m$  дополнительное ограничение, обеспечивающее сходимость ряда.

Следствие 1. Если: 1) матричное ядро  $K(x, s)$  удовлетворяет условию (D); 2) функции  $f_j(x, y_1, \dots, y_n)$  при фиксированном  $x$  непрерывны в окрестности  $\delta$  точки  $P(y_1 = \dots = y_n = 0)$  и с интегрируемым квадратом по  $x$  при фиксированных  $y_1, \dots, y_n$  из  $\delta$ -окрестности точки  $P$ ; 3) в  $\delta$ -окрестности существует дифференцируемая функция  $\Phi(x, y_1, \dots, y_n)$ , для которой  $\partial\Phi/\partial y_j = f_j$  ( $f_j(x, 0, \dots, 0) \equiv 0$ ), то существует не менее счетного числа непрерывных собственных векторов системы нелинейных интегральных уравнений

$$\lambda \varphi_k(x) = \sum_{j=1}^n \int_D K_{kj}(x, s) f_j(s, \varphi_1(s), \dots, \varphi_n(s)) ds, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Следствие 2. Если: 1)  $K(x, s)$  удовлетворяет условию (D); 2)  $m f_j(x, s_1, \dots, s_m, y_1^1, \dots, y_n^m, y_1, \dots, y_n)$  удовлетворяют тому же условию, что в примере IV; 3) при фиксированных  $x, s_1, \dots, s_m$   $m f_j(x, s_1, \dots, s_m, y_1^1, \dots, y_n^m, y_1, \dots, y_n)$  непрерывны в окрестности точки  $P(y_1^1 = \dots = y_n^m = y_1 = \dots = y_n = 0)$  и с интегрируемым квадратом по переменным  $x, s_1, \dots, s_m$  при фиксированных остальных ( $m f_j(x, s_1, \dots, s_m, 0, \dots, 0) \equiv 0$ ), то система нелинейных интегральных уравнений

$$\lambda \varphi_k(x) = \sum_{m=1}^p \int_D \dots \int_D \sum_{j=1}^n K_{kj}(x, s) m f_j(s, s_1, \dots, s_m, \varphi_1(s_1), \dots, \varphi_n(s_1), \dots, \varphi_n(s_m), \varphi_1(s), \dots, \varphi_n(s)) ds d\sigma_m$$

имеет не менее счетного числа непрерывных собственных векторов.

Из этого следствия как частный случай вытекает теорема автора (4).

Следствие 3. Если: 1)  $n$ -квадратная матрица  $K(x, s)$  удовлетворяет условию (D); 2) функции  $K_{j i_1 \dots i_m}^m(x, s_1, \dots, s_m)$  удовлетворяют тому же условию, что в примере III, то система нелинейных интегральных уравнений

$$\lambda \varphi_k(x) = \sum_{m=1}^p \sum_{j, i_1, \dots, i_m}^n \int_D \dots \int_D K_{kj}(x, s) K_{j i_1 \dots i_m}^m(s, s_1, \dots, s_m) \varphi_{i_1}(s_1) \dots \dots \varphi_{i_m}(s_m) d\sigma_m ds$$

имеет не менее счетного числа непрерывных собственных векторов.

Если от элементов матрицы  $K(x, s)$  требовать только интегрируемого квадрата, то можно построить упрощенные доказательства теорем М. М. Вайнберга (5) и Н. Г. Кулакова (6).

Киргизский государственный  
университет

Поступило  
22 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> L. Lichtenstein, Vorlesungen über einige Klassen nichtlinearer Integralgleichungen und Integro-Differentialgleichungen, 1931. <sup>2</sup> M. Lotkin, Bull. Am. Math. Soc., 50, 833 (1944). <sup>3</sup> М. М. Вайнберг, Уч. зап. Моск. обл. пед. инст., 20, Тр. кафедры матем. (1954). <sup>4</sup> Я. В. Быков, ДАН, 72, № 3 (1950). <sup>5</sup> М. М. Вайнберг, Тр. Моск. матем. общ., 3, 375 (1954). <sup>6</sup> Н. Г. Кулаков, Диссертация, Московский областной пединститут, 1955.



А. Д. ВЕНТЦЕЛЬ

# ПОЛУГРУППЫ ОПЕРАТОРОВ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ОБОБЩЕННОМУ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ ОПЕРАТОРУ ВТОРОГО ПОРЯДКА

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 28 VI 1956)

Пусть  $C$  — банахово пространство непрерывных функций на отрезке  $[r_1, r_2]$ ;  $u(x)$  и  $v(x)$  — ограниченные возрастающие функции на этом отрезке, причем  $u(x)$  непрерывна. Обозначим  $\mathfrak{A}f = D_v D_u f$  — оператор обобщенной второй производной <sup>(2)</sup> с областью определения, состоящей из функций, принадлежащих  $C$  вместе с обобщенной второй производной.

**Теорема.** Пусть  $D$  — множество функций  $F$  таких, что  $F \in C$ ,  $F' \in C$  и

$$\Phi_j(F) = q_j F(r_j) + \int_{\Delta} \frac{F(r_j) - F(x)}{|u(r_j) - u(x)|} dp_j(x) + \sigma_j \mathfrak{A}F(r_j) = 0, \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

где  $\Delta$  — интегральная функция, продолженная в  $r_j$  по непрерывности, т. е. продолжена равной  $(-1)^j \cdot D_u F(r_j)$ . Здесь  $q_j \geq 0$ ,  $\sigma_j \geq 0$ ;  $p_j(x)$  — неубывающая ограниченная функция, причем либо  $\sigma_j > 0$ , либо  $\int_{\Delta} \frac{dp_j(x)}{|u(r_j) - u(x)|} = \infty$ .

Существует полугруппа сжимающих и сохраняющих положительность операторов в  $C$ , производящим оператором которой является сужение оператора  $\mathfrak{A}$ , определенное в области  $D$ . Никакое другое сужение  $\mathfrak{A}$ , определенное в области, всюду плотной в  $C$ , не является производящим оператором такой полугруппы.

Вопрос об отыскании наиболее общих дополнительных условий, выделяющих область определения производящего оператора, ставился Феллером в <sup>(1)</sup> для оператора  $\mathfrak{A} = a(x) \cdot \frac{d^2}{dx^2} + b(x) \cdot \frac{d}{dx}$  (он представим в виде  $D_v D_u$  с непрерывными  $u$  и  $v$ ). Феллер утверждает, что наиболее общие дополнительные условия следующие:

$$q_j F(r_j) + \int_{\Delta} [F(r_j) - F(x)] dp_j(x) + \gamma_j (-1)^j D_u F(r_j) + \sigma_j \mathfrak{A}F(r_j) = 0, \quad j = 1, 2,$$

где  $q_j, \gamma_j, \sigma_j \geq 0$ ;  $p_j(x)$  — неубывающая ограниченная функция, причем либо  $\sigma_j > 0$ , либо  $\gamma_j > 0$  (если  $\sigma_j = \gamma_j = 0$ , то область определения  $D$  не всюду плотна). Из сформулированной выше теоремы вытекает, что это утверждение ошибочно.

Для доказательства теоремы нам понадобится теорема Хилла — Йондана в следующей формулировке. Пусть в банаховом пространстве  $B$ , в котором выделен конус положительных элементов, задан линейный оператор  $A$  с областью определения  $D_A$ , всюду плотной в  $B$ . Для того чтобы  $A$  был производящим оператором полугруппы сжимающих и со-

храняющих положительность операторов в  $B$ , необходимо и достаточно выполнение для всех  $\lambda > 0$  следующих условий:

- а)  $\|\lambda F - AF\| \geq \|\lambda F\|$  для  $F \in D_A$ ;
- б) если  $\lambda F - AF \geq 0$  ( $F \in D_A$ ), то  $F \geq 0$ ;
- в) уравнение

$$\lambda F - AF = f \quad (2)$$

имеет решение при любом  $f \in B$  <sup>(1,3)</sup>.

Доказательство того, что  $D$  всюду плотно в  $C$ , основано на том, что для любого  $\varepsilon > 0$  можно найти функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , принадлежащие  $C$  вместе с обобщенной второй производной, такие, что  $\|\varphi_j\| < \varepsilon$ ;  $\Phi_j(\varphi_j) = 1$ ;  $|\Phi_1(\varphi_2)| < \varepsilon$ ;  $|\Phi_2(\varphi_1)| < \varepsilon$ . Множество функций, имеющих непрерывную обобщенную вторую производную, всюду плотно в  $C$ ; для этих функций  $\Phi_j$  имеет смысл. К любой такой функции можно прибавить сколь угодно малую по норме линейную комбинацию  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  так, чтобы  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  обратились в нуль, т. е. получить функцию, принадлежащую  $D^*$ .

Чтобы проверить выполнение а) и б), достаточно доказать, что для  $F \in D$  в точке положительного максимума  $F$  (отрицательного минимума)  $D_v D_u F \leq 0$  (соответственно  $\geq 0$ ). Если максимум принимается во внутренней точке  $x$ , то  $D_u F(x) = 0$ ,  $D_v D_u F(x) \leq 0$ . Если же положительный максимум принимается в  $r_j$  или одновременно в обоих концах, нужно использовать неравенства  $F(r_j) \geq F(x)$  при  $x \in \Delta$ ;  $F(r_j) > F(x)$  при  $r_1 < x < r_2$ ,  $(-1)^j D_u F(r_j) \geq 0$  и условия (1). Если  $\sigma_j \neq 0$ , получаем  $\mathfrak{A}F(r_j) \leq 0$ ; при  $\sigma_j = 0$  все члены в (1) неотрицательны и, следовательно, равны нулю. Так как подинтегральная функция положительна в  $(r_1, r_2)$ , то  $\int dp_j(x) = 0$ , откуда вытекает, что  $p_j(x)$  имеет скачок

в  $r_j$   $\left( \int_{\Delta} \frac{dp_j(x)}{|u(r_j) - u(x)|} \right.$  должен расходиться  $\left. \right)$ . Отсюда  $D_u F(r_j) = 0$ , и  $D_v D_u F(r_j) \leq 0$ .

Чтобы решить уравнение (2), надо найти решение уравнения

$$\lambda F - \mathfrak{A}F = f, \quad f \in C, \quad (3)$$

удовлетворяющее условиям (1). Но уравнение (3) равносильно интегральному уравнению

$$F(x) = F(x_0) + [u(x) - u(x_0)] D_u F(x_0) + \\ + \lambda \int_{x_0}^x \left\{ \int_{x_0}^s F dv \right\} du(s) - \int_{x_0}^x \left\{ \int_{x_0}^s f dv \right\} du(s),$$

которое можно решить методом последовательных приближений. Пусть  $\tilde{F}$  — решение уравнения (3), соответствующее каким-нибудь начальным данным. Тогда общее решение уравнения (3) имеет вид

$$F = \tilde{F} + c_1 \xi_1 + c_2 \xi_2,$$

\* Если  $\sigma_j = 0$  и  $\int_{\Delta} \frac{dp_j(x)}{|u(r_j) - u(x)|} < \infty$ , то  $D$  не всюду плотно. В этом случае

сужение  $\mathfrak{A}$ , определенное в области, заданной соотношениями  $F \in D$ ,  $\mathfrak{A}F \in \bar{D}$ , является производящим оператором полугруппы операторов в  $\bar{D}$ . Исключение составляет случай, когда оба условия (1) обращаются в  $F(r_1) = F(r_2)$ ; здесь необходимо еще одно условие вида

$$\sigma \cdot \mathfrak{A}F(r_j) + q_j F(r_j) + \int_{\Delta} \frac{F(r_j) - F(x)}{|u(r_1) - u(x)| |u(r_2) - u(x)|} dp(x) = 0$$

( $\mathfrak{A}F(r_1) = \mathfrak{A}F(r_2)$ ), так как  $\mathfrak{A}F \in \bar{D}$ .



$\xi_1$  и  $\xi_2$  — любые линейно независимые решения уравнения  $\lambda g - D_v D_u g = 0$ . Берем эти решения так, чтобы  $\xi_1(r_2) = 0$ ,  $D_u \xi_1(r_2) < 0$ ;  $\xi_2(r_1) = 0$ ,  $(r_1) > 0$ . Легко доказать, что  $\xi_j \geq 0$ ,  $D_u \xi_1 \leq 0$ ,  $D_u \xi_2 > 0$ . Нормируем так, чтобы  $\xi_j(r_j) = 1$ . Подставляя в (1)  $F(r_j) = \tilde{F}(r_j) + c_j$ ,  $\mathfrak{A}F(r_j) = F(r_j) - f(r_j) = \lambda \tilde{F}(r_j) + \lambda c_j - f(r_j)$ , получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными  $c_j$ , причем коэффициенты при неизвестных образуют определитель

$$\begin{vmatrix} q_1 + \int_{\Delta} \frac{1 - \xi_1(x)}{|u(r_1) - u(x)|} dp_1(x) + \sigma_1 \lambda & \int_{\Delta} \frac{-\xi_2(x)}{|u(r_1) - u(x)|} dp_1(x) \\ \int_{\Delta} \frac{-\xi_1(x)}{|u(r_2) - u(x)|} dp_2(x) & q_2 + \int_{\Delta} \frac{1 - \xi_2(x)}{|u(r_2) - u(x)|} dp_2(x) + \sigma_2 \lambda \end{vmatrix}.$$

Так как  $\frac{1 - \xi_1(x)}{|u(r_1) - u(x)|} > \frac{\xi_2(x)}{|u(r_1) - u(x)|}$  при  $x \neq r_2$ , то

$$\int_{\Delta} \frac{1 - \xi_1(x)}{|u(r_1) - u(x)|} dp_1(x) \geq \int_{\Delta} \frac{\xi_2(x)}{|u(r_1) - u(x)|} dp_1(x).$$

Значение достигается только в случае  $\int_{[r_1, r_2]} dp_1(x) = 0$ , но в этом случае  $\xi_2 > 0$ ; таким образом, диагональные элементы определителя больше по абсолютной величине элементов, стоящих в той же строке, и определитель больше нуля. Поэтому решение уравнения (2) существует и единственно.

Докажем теперь, что дополнительные условия (1) — наиболее общие. Из этого по данной полугруппе с производящим оператором  $A$  построим условия типа (1) такие, что все функции из  $D_A$  (области определения  $A$ ) будут удовлетворять им. Тогда  $D_A \subset D$  или  $D_A = D$ . Но первое невозможно, так как  $\lambda E - D_v D_u$  должен взаимно-однозначно отображать как  $D_A$  так и  $D$  на все  $C$ .

Пусть нам дана полугруппа операторов  $T_t$  в  $C$ , сжимающих и сохраняющих положительность. При любых  $x \in \Delta$  и  $t \geq 0$   $T_t f(x)$  — положительный линейный функционал от  $f$  с нормой, не превосходящей 1. Поэтому  $T_t f(x) = \int_{\Delta} f(y) \cdot dy P(t, x, y)$ , где  $P(t, x, y)$  — неубывающая функция  $y$  с вариацией  $\leq 1$ . По определению производящего оператора  $F \in D_A$

$$\mathfrak{A}F = AF = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} [T_t F - F]^*.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}F(r_j) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \left[ \int_{\Delta} F(y) dP(t, r_j, y) - F(r_j) \right] = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \left\{ - \int_{\Delta} [F(r_j) - F(y)] dP(t, r_j, y) - q_j(t) F(r_j) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $q_j(t) = 1 - \int_{\Delta} dP(t, r_j, y) \geq 0$ . Положим

$$p_j(t) = \int_{\Delta} |u(r_j) - u(y)| dP(t, r_j, y);$$

$$L_j(t, x) = \int_{\Delta} |u(r_j) - u(y)| dP(t, r_j, y) \quad \text{при} \quad x \neq r_j;$$

$$L_j(t, r_2) = p_j(t); \quad K_j(t, x) = L_j(t, x) : p_j(t).$$

\* В (1) Феллер вместо этого использует соотношение

$$AF = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} [\lambda^2 (\lambda E - A)^{-1} F - \lambda F].$$

Выберем последовательность  $t \rightarrow 0$  так, чтобы сходились (может быть, к нулю или бесконечности) последовательности  $\frac{p_j(t)}{t} \rightarrow P_j \geq 0$ ;  $\frac{q_j(t)}{t} \rightarrow Q_j \geq 0$ ;  $\frac{p_j(t)}{q_j(t)} \rightarrow R_j \geq 0$ , и последовательность неубывающих функций с вариацией 1  $K_j(t, x)$  слабо сходилась к неубывающей функции  $k_j(x)$  с вариацией 1 (т. е.  $\int_{\Delta} f(x) dK_j(t, x) \rightarrow \int_{\Delta} f(x) dk_j(x)$  для любой  $f \in C$ ).

Перепишем (4) в виде

$$\lim_{t \rightarrow 0} \left[ \int_{\Delta} \frac{F(r_j) - F(x)}{|u(r_j) - u(x)|} dK_j(t, x) \cdot \frac{p_j(t)}{t} + F(r_j) \cdot \frac{q_j(t)}{t} + \mathfrak{A}F(r_j) \right] = 0. \quad (5)$$

Если  $P_j + Q_j < \infty$ , то, учитывая, что  $\frac{F(r_j) - F(x)}{|u(r_j) - u(x)|} \in C$ , из (5) получаем

$$\int_{\Delta} \frac{F(r_j) - F(x)}{|u(r_j) - u(x)|} dk_j(x) \cdot P_j + F(r_j) \cdot Q_j + \mathfrak{A}F(r_j) = 0,$$

т. е. условие типа (1). Если же  $P_j + Q_j = \infty$ , то, разделив выражение под знаком предела в (5) на  $\frac{p_j(t)}{t} + \frac{q_j(t)}{t}$ , получим

$$\int_{\Delta} \frac{F(r_j) - F(x)}{|u(r_j) - u(x)|} dk_j(x) \cdot \frac{R_j}{1 + R_j} + F(r_j) \cdot \frac{1}{1 + R_j} = 0,$$

т. е. снова условие типа (1).

Поступило  
28 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> W. Feller, Ann. of Math., 55, 468 (1952). <sup>2</sup> W. Feller, Comm. on Pure and Appl. Math., 8, 203 (1955). <sup>3</sup> K. Yosida, J. Math. Soc. Japan, 1, 15 (1948).



М. И. ВИШИК и член-корреспондент АН СССР Л. А. ЛЮСТЕРНИК

# СТАБИЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

1. Полученные в <sup>(1)</sup> критерии стабилизации решений нестационарных уравнений к соответствующим решениям стационарных уравнений мы применим к исследованию вопроса о стабилизации решений смешанных задач для параболических уравнений к решениям соответствующих краевых задач для эллиптических уравнений. Здесь представляет интерес случай, когда эллиптический оператор содержит малый параметр при вторых производных.

2. Рассмотрим в  $n$ -мерном пространстве конечную область  $D$  с гладкой границей  $\Gamma$ . Пусть  $H$  — гильбертово пространство функций, заданных в  $D$ , со скалярным произведением

$$(u, v) = \int_D u(x) v(x) dx \quad (x = (x_1, \dots, x_n)).$$

В цилиндрической области  $Q = D \times (t_0 < t < +\infty)$  дано параболическое дифференциальное уравнение, например, вида

$$Lu \equiv \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + A(t) u(x, t) = f(x, t), \quad (1)$$

$$A(t) u(x, t) = -\alpha(t) \Delta u + \sum_{i=1}^n b_i(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x, t) u, \quad (1')$$

с граничным условием, например

$$u|_{\Gamma} = 0. \quad (2)$$

Следующие функции предполагаются непрерывными и ограниченными:  $b_i, \partial b_i / \partial x_i, c, f$ , а также  $(b_i)'_t, (\partial b_i / \partial x_i)'_t, c'_t$ . Кроме того, мы считаем, что  $\alpha(t) > 0, \alpha(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$  и существует  $\alpha'(t)$ . При выполнении этих условий и достаточной гладкости  $\Gamma$  существует (обобщенное, при дополнительных ограничениях — классическое) решение задачи (1), при любых гладких и согласованных с (2) начальных условиях. Отметим, что при этих условиях  $\partial u / \partial t$  удовлетворяет уравнению

$$L\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = f'_t - A'_t(t) u, \quad (3)$$

$$A'_t(t) u = \alpha'(t) \Delta u + \sum_{i=1}^n (b_i)'_t \frac{\partial u}{\partial x_i} + c'_t u. \quad (3')$$

Рассмотрим теперь при тех же граничных условиях (2) решение  $u(x, t)$  (зависящее от параметра  $t$ ) соответствующего эллиптического уравнения:

$$A(t) v(x, t) = f(x, t). \quad (4)$$

В этом предполагается, что  $c(x, t) - \frac{1}{2} \sum \frac{\partial b_i}{\partial x_i} > 0$ .

Сначала исследуем условия стабилизации «в среднем» любых решений  $u(x, t)$  задачи (1), (2) к  $v(x, t)$ , т. е. условия, при которых

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|u(x, t) - v(x, t)\| = 0,$$

где  $\|\cdot\| = (\cdot, \cdot)^{1/2}$ .

3. Для того чтобы применить теорему из (1), надо оценить  $\gamma(t)$  и  $\delta(t)$ , фигурирующие в неравенствах

$$(A(t)w, w) \geq \gamma(t)(w, w), \quad (5)$$

$$\|A'(t)w\| \leq \delta(t)\|A(t)w\|, \quad (6)$$

в которых функции  $w$  удовлетворяют условию (2) и на них определены соответствующие операторы. Имеем:

$$(A(t)w, w) = \alpha(t) \sum_{i=1}^n \left\| \frac{\partial w}{\partial x_i} \right\|^2 + \left( \left( c - \frac{1}{2} \sum \frac{\partial b_i}{\partial x_i} \right) w, w \right) \geq \gamma(t) \|w\|^2, \quad (7)$$

где  $\gamma(t) = k\alpha(t) + \min_x \left( c - \frac{1}{2} \sum \frac{\partial b_i}{\partial x_i} \right)$ . Очевидно,

$$\|A(t)w\| \geq \gamma(t) \|w\|. \quad (8)$$

При этом  $k$  — положительная константа такая, что  $\sum \|\partial w / \partial x_i\|^2 \geq k \|w\|^2$ . Из (7) и (8) получаем также, что

$$\sum_{i=1}^n \left\| \frac{\partial w}{\partial x_i} \right\|^2 \leq \frac{1}{\alpha(t)} (A(t)w, w) \leq \frac{1}{\alpha(t)} \|A(t)w\| \|w\| \leq \frac{1}{\alpha(t)\gamma(t)} \|A(t)w\|^2. \quad (9)$$

Далее, из определения  $A(t)w$ , (9) и (8) имеем:

$$\begin{aligned} \|\Delta w\| &\leq \frac{1}{\alpha(t)} \left( \|A(t)w\| + \sum_{i=1}^n \|b_i\|_C \|w'_{x_i}\| + \|c\|_C \|w\| \right) \leq \\ &\leq \frac{1}{\alpha(t)} (1 + \gamma^{-1/2} \alpha^{-1/2} (\sum \|b_i\|_C^2)^{1/2} + \gamma^{-1} \|c\|_C) \|A(t)w\| \end{aligned} \quad (9')$$

( $\|\cdot\|_C$  — норма в пространстве  $C$ ). Из (3'), (9'), (9) и (8) выводим, что

$$\begin{aligned} \|A'_t(t)w\| &\leq |\alpha'(t)| \|\Delta w\| + \sum_{i=1}^n \|(b_i)'_t\|_C \|w'_{x_i}\| + \|c'_t\|_C \|w\| \leq \\ &\leq \delta(t) \|A(t)w\|, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \frac{|\alpha'(t)|}{\alpha(t)} (1 + \alpha^{-1/2} \gamma^{-1/2} (\sum \|b_i\|_C^2)^{1/2} + \gamma^{-1} \|c\|_C) + \\ &+ \alpha^{-1/2} \gamma^{-1/2} (\sum \|(b_i)'_t\|_C^2)^{1/2} + \gamma^{-1} \|c'_t\|_C. \end{aligned} \quad (11)$$

Если функции  $b_i$  и  $c$  ограничены в  $Q$ , то, так как  $\gamma(t) \geq k\alpha(t)$ ,

$$\delta(t) \leq M \frac{|\alpha'(t)|}{\alpha^{3/2} \gamma^{1/2}} + \frac{1}{\alpha^{1/2} \gamma^{1/2}} (\sum \|(b_i)'_t\|_C^2)^{1/2} + \frac{\|c'_t\|_C}{\gamma(t)}. \quad (12)$$

4. Используя полученные оценки, на основе теоремы из (1) получаем

**Теорема 1.** Достаточным условием сходимости в среднем решений  $u(x, t)$  задачи (1), (2) к решению  $v(x, t)$  задачи (4), (2), т. е.  $\|u(x, t) - v(x, t)\| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , при сделанных выше предположениях относительно коэффициентов является выполнение одного из следующих условий

1)  $c - 1/2 \sum (b_i)'_{x_i} \geq k^2 > 0$  (тогда  $\gamma(t) \geq k^2$ );  $\alpha(t) = O(t^{-r_0})$ ,  $\alpha'(t) = O(t^{-r_0-1})$ ,  $2 > r_0 > 0$ ;  $\sum \|(b_i)'_t\|_C^2 = O(t^{-r_0-\varepsilon})$ ,  $\varepsilon > 0$ ;  $\|c'_t\|_C = O(t^{-\varepsilon_1})$ ,  $\varepsilon_1 > 0$ ;  $\|f'_t\| = O(t^{-\varepsilon_2})$ ,  $\varepsilon_2 > 0$ ;



2)  $\gamma(t) = O(t^{-r_1})$ ,  $0 < r_1 < 2/3$ ;  $\alpha(t) = O(t^{-r_0})$ ,  $\alpha'(t) = O(t^{-r_0-1})$ ,  $0 < r_0 < 2-3r_1$ ;  
 $\|b'_{it}\|_C^2 = O(t^{-\varepsilon})$ ,  $\varepsilon > r_0 + 3r_1$ ;  $\|c'_t\|_C = O(t^{-\varepsilon_1})$ ,  $2r_1 > r_1$ ;  $\|f'_t\| = O(t^{-\varepsilon_2})$ ,  
 $\varepsilon_2 > r_1$ .

5. Перейдем теперь к вопросу о равномерном в  $\bar{Q}$  стремлении к нулю разности  $u(x, t) - v(x, t)$  при  $t \rightarrow \infty$ . Для простоты записи ограничимся случаем, когда  $\gamma(t) \geq k^2 > 0$  и  $b, c$  и  $f$  не зависят от  $t$ . Предлагая выполненными условия 1) доказанной теоремы, приведем условия, гарантирующие равномерную непрерывность в  $\bar{Q}$  семейства  $(x) = u(x, t) - v(x, t)$  (зависящего от параметра  $t$ ). Для этого при  $n=1$  достаточно установить равномерную ограниченность  $\|u'_x - v'_x\|$ . При  $n=2, 3$  для этого достаточно установить ограниченность по  $t$   $\|\Delta(u-v)\|$  <sup>(2)</sup>.

Из (1) и (4) следует:

$$A(t)(u-v) = \frac{\partial u}{\partial t}.$$

В случае  $n=1$  отсюда и из (9) получаем

$$\left\| \frac{\partial}{\partial x}(u-v) \right\| \leq \frac{1}{\alpha^{1/2} \gamma^{1/2}} \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\| \leq M \frac{|\alpha'(t)|}{\alpha^2(t)};$$

при  $n=2, 3$  из (9') следует

$$\|\Delta(u-v)\| \leq \frac{M}{\alpha^{3/2}} \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\| \leq M_1 \frac{|\alpha'(t)|}{\alpha^3(t)}.$$

При этом мы воспользовались данной в <sup>(1)</sup> оценкой (18) для  $\|\partial u / \partial t\|$ , также тем, что в наших условиях при достаточно больших  $t$   $\gamma(t) - \delta(t) \geq 1/2 \gamma(t) \geq 1/2 k^2 > 0$ .

**Теорема 2.** При сделанных в п. 5 предположениях достаточным условием равномерной сходимости в  $Q$  к нулю разности  $u(x, t) - v(x, t)$  при  $t \rightarrow \infty$  будет  $\gamma(t) \geq k^2 > 0$ ,  $\alpha(t) = O(t^{-r_1})$ ,  $\alpha'(t) = O(t^{-r_1-1})$ , где при  $n=1$   $0 < r_1 < 1$ , а при  $n=2, 3$   $0 < r_1 < 1/2$ .

6. Совершенно аналогично исследуется тот случай, когда  $A(t)$  — общий эллиптический оператор второго порядка, а граничные условия или имеют вид (2) или представляют собой однородные краевые условия второй или третьей краевой задачи. Кроме того, эти методы обобщаются на тот случай, когда  $A(t)$  — позитивный оператор более высокого порядка (например, сильно эллиптический оператор).

Так например, в одномерном случае, если  $A(t)w = \alpha(t)w_x^{(4)}(x) - w''_x + w(x)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , при граничных условиях  $w(0) = w'(0) = w(1) = w'(1) = 0$ ,  $u(x, t)$  и  $v(x, t)$  — соответствующие решения нестационарных и стационарных задач, то  $u-v$  равномерно стремится к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , если  $\alpha(t) = O(t^{-r})$ ,  $\alpha'(t) = O(t^{-r-1})$ ,  $0 < r < 2$ .

7. Как известно, при соответствующих условиях на коэффициенты решение  $v(x, t)$  задачи (4), (2) стремится при  $t \rightarrow \infty$  к некоторому решению  $w(x)$  предельного уравнения первого порядка, причем эта сходимость равномерна на любом замкнутом подмножестве  $D$ . Решение  $u(x, t)$  нестационарной задачи стремится к  $w(x)$  в среднем или равномерно по всякой замкнутой подобласти, если выполнены соответствующие условия для сходимости к нулю разности  $u(x, t) - v(x, t)$  (теорема 1 или 2).

Поступило  
8 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. И. Вишик, Л. А. Люстерник, ДАН, 111, № 1 (1956). <sup>2</sup> О. А. Ладьенская, ДАН, 79, № 5, 723 (1951). <sup>3</sup> С. Л. Соболев, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, Л., 1950.

И. П. ЕГОРОВ

## РИМАНОВЫ ПРОСТРАНСТВА ВТОРОЙ ЛАКУНАРНОСТИ

(Представлено академиком П. С. Александровым 24 IV 1956)

1. Известно, что в римановых пространствах (собственно-римановых или псевдоримановых) распределение порядков транзитивных и интранзитивных полных групп движений носит лакунарный характер<sup>(1)</sup>: не существует римановых пространств, допускающих полные группы движений  $\mathfrak{G}_r$  порядка  $r$ , если  $n(n-1)/2 + 1 < r < n(n+1)/2$  (первая лакуна). Связанные с этой лакуной пространства, допускающие группу  $\mathfrak{G}_r$  порядка  $r = n(n+1)/2$ , являются пространствами постоянной кривизны (пространствами первой лакунарности).

Если  $V_n$  собственно-риманово ( $ds^2 > 0$ ), то вторая лакуна характеризуется (2) отсутствием транзитивных и интранзитивных полных групп движений, порядок  $r$  которых удовлетворяет соответственно неравенствам  $(n-1)(n-2)/2 + 3 < r < n(n-1)/2 + 1$  или  $(n-1)(n-2)/2 + 2 < r < n(n-1)/2$  (вторая лакуна)\*. В<sup>(2)</sup> найдены также все собственно-римановы пространства  $V_n$ , допускающие полные группы движений  $\mathfrak{G}_r$  порядка  $r = n(n-1)/2$ ,  $r = n(n-1)/2 + 1$ . В этой статье показывается для  $V_n$  существование второй лакуны и решается задача определения пространств второй лакунарности в предположении, что на фундаментальную метрическую форму  $ds^2$  не накладывается ограничения  $ds^2 > 0$ . Пространствами второй лакунарности мы называем пространства  $V_n$ , допускающие полные группы движений  $\mathfrak{G}_r$  при условии, что порядок  $r$  принимает допустимые значения, отделяющие вторую лакуну от первой.

2. Будем рассматривать риманово пространство  $V_n$ , допускающее  $\mathfrak{G}_r$  ( $r > (n-1)(n-2)/2 + 3$ )\*\*. Если оно допускает ортогональный репер главных направления, т. е. матрица  $\|R_{ij} - \lambda g_{ij}\|$  обладает простыми элементарными делителями, то в каждой точке рассматриваемого пространства тензор Риччи  $R_{ij}$  необходимо иметь жорданову характеристику вида  $[1(1, 1, \dots, 1)]$ . Пусть  $\lambda^i(x^k)$  обозначает координаты единичного вектора, идущего по главному направлению  $E_1$  тензора  $R_{ij}$ , соответствующего простому корню. Представляя фундаментальный тензор  $g_{ij}$  пространства  $V_n$  в виде суммы фундаментальных тензоров  $\bar{g}_{ij}$ ,  $\bar{g}_{ij}$  взаимно ортогональных элементов  $E_1, E_{n-1}$  ( $E_{n-1}$  соответствует  $(n-1)$ -кратному корню характеристического уравнения  $|R_{ij} - \lambda g_{ij}| = 0$ ), мы будем иметь  $g_{ij} = \bar{g}_{ij} + \bar{g}_{ij}$ , где  $\bar{g}_{ij} = e_i \lambda_j$ . Так как  $\bar{g}_{ij}$ ,  $g_{ij}$  — инварианты при преобразованиях группы движений  $\mathfrak{G}_r$ , то векторное поле  $\lambda_i$  и тензор  $\lambda_{i,j}$  (дифференцирование ведется относительно  $g_{ij}$ ) при движениях переходят в себя. Отсюда выводим, что  $\lambda_{[i,j]} = 0$ ,  $\lambda_{i,j} \lambda^j = 0$ , т. е. конгруенция кривых, определенная главными направлениями, соответствующими простому корню характеристического

\* Здесь и во всем дальнейшем изложении предполагается, что  $V_n$  не является пространством Эйнштейна.

\*\* В предположении, что  $\mathfrak{G}_r$  транзитивна; если группа  $\mathfrak{G}_r$  интранзитивна, то  $r > (n-1)(n-2)/2 + 2$ .



внения, необходимо является нормальной и геодезической конгруенцией. Далее, из

$$\lambda_{i,j} = D(g_{ij} - e_1 \lambda_i \lambda_j), \quad e_1 = \pm 1, \quad (*)$$

получаем, что семейство гиперповерхностей  $\lambda(x^1, x^2, \dots, x^n) = \text{const}$ ,  $\lambda = \partial_i \lambda$ ,  $D = D(\lambda)$  является семейством геодезически параллельных гиперповерхностей системы импримитивности (интранзитивности), все из которых шаровые, а средняя кривизна на каждой из них постоянна. Гиперповерхности допускают по крайней мере  $(r-1)$ -членную подгруппу и в силу первой лакуны представляют собою пространства постоянной кривизны. Следовательно, рассматриваемые пространства необходимо являются<sup>(5,7)</sup> субпроективными пространствами (основного случая) В. Ф. Кагана<sup>(3,6)</sup>. Непосредственная проверка показывает, что такое субпроективное пространство основного случая действительно допускает группу движений  $\mathcal{G}_r$ , причем  $r = n(n-1)/2$  или  $r = n(n-1)/2 + 1$ . 3. Рассмотрим пространства  $V_n$  с группой  $\mathcal{G}_r$  ( $r > (n-1)(n-2)/2 + 3$ ), допускающие ортогонального репера главных направлений. Непосредственно установить, что жорданова характеристика матрицы  $\|R_{ij} - \lambda g_{ij}\|$  в этом случае приводится лишь к виду  $[(2, 1, 1, \dots, 1)]$ : имеем один элементарный делитель  $(\lambda - \sigma)^2$  и  $(n-2)$  однократных элементарных делителя  $\lambda - \sigma$ ; характеристическое уравнение  $|R_{ij} - \lambda g_{ij}| = 0$  обладает  $r$ -кратным корнем  $\lambda = \sigma$ .  $V_n$  допускает  $n-1$  главных направлений, причем одно направление, соответствующее кратному элементарному делителю, является изотропным. Координаты вектора  $\lambda_i$ , идущего по этому изотропу главному направлению, как известно, удовлетворяют равенствам  $\lambda_i = \sigma g_{ij} + \varepsilon \lambda_i \lambda_j$ ;  $\varepsilon = \pm 1$ . Из них следует инвариантность при движениях скаляра  $\sigma$  и вектора  $\lambda_i$ . Затем из равенства нулю лиевой производной вдоль полей одночленных групп движений от  $\lambda_i$ ,  $\lambda_{i,j}$  заключаем, что  $\lambda_{i,j}$  является симметрическим тензором структуры  $\lambda_{i,j} = \sigma_1 g_{ij} + D\lambda_i \lambda_j$ , и эти равенства умножить почленно на  $\lambda^i$  и просуммировать по индексу  $i$ ,  $\sigma_1 = 0$ , т. е.

$$\lambda_{i,j} = D\lambda_i \lambda_j, \quad (1)$$

$D$  — некоторое скалярное поле  $D = D(\lambda)$ ,  $\lambda_i = \partial_i \lambda$ . Дифференцируя равенства (1) ковариантно по  $x^k$  и альтернируя полученный результат по  $i, j$ , будем иметь  $R_{ijk} \lambda^\sigma = 0$ . Если эти равенства умножить на  $g^{ij}$  и проиндексировать их по индексам  $i, j$ , мы получим  $R_{\sigma k} \lambda^\sigma = 0$ . Отсюда следует, что

$$R_{ij} = \varepsilon \lambda_i \lambda_j, \quad \varepsilon = \pm 1. \quad (2)$$

Будем теперь относить величины пространства  $V_n$  к ортогональному реперу  $\lambda_a^i$  ( $a = 1, 2, \dots, n$ ). Координаты  $a_p = \xi_i \lambda_p^i$ ,  $b_{pq} = \xi_i \lambda_p^i \lambda_q^i$  векторов поля  $\xi_i$  (определяющего одночленную подгруппу движений) и его ковариантной производной, как известно<sup>(4)</sup>, удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_p}{\partial s_q} &= b_{pq} + \sum_r e_r a_r \gamma_{prq}, \\ \frac{\partial b_{pq}}{\partial s_r} &= \sum_s e_s (a_s \gamma_{srqp} + b_{ps} \gamma_{qsr} + b_{qs} \gamma_{spr}), \end{aligned} \quad (3)$$

$\partial/\partial s_q$  обозначает производную по направлению вдоль вектора  $\lambda_q^i$ ,  $\partial/\partial s_q = \lambda_q^i \partial/\partial x_i$ ;  $b_{pq} + b_{qp} = 0$ ,  $\gamma_{pqr} = \lambda_{pi} \lambda_q^i \lambda_r^i$ ,  $\gamma_{pqrs} = R_{ijkl} \lambda_p^i \lambda_q^j \lambda_r^k \lambda_s^l$ . Первые условия интегрируемости этой системы уравнений относительно  $b_{pq}$  приводятся к виду

$$(abcd) \equiv \sum_{p>q} b_{pq} T_{(abcd)}^{pq} = 0,$$

$$T_{(abcd)}^{pq} = \delta_a^p \gamma_{\bar{q}bcd} + \delta_b^p \gamma_{a\bar{q}cd} + \delta_c^p \gamma_{ab\bar{q}d} + \delta_d^p \gamma_{abc\bar{q}} - \delta_a^q \gamma_{\bar{p}bcd} - \delta_b^q \gamma_{a\bar{p}cd} - \delta_c^q \gamma_{ab\bar{p}d} - \delta_d^q \gamma_{abc\bar{p}}, \quad (4)$$

где  $\equiv$  означает, что равенство выписано с точностью до аддитивных членов, содержащих  $a_p$ ,  $\gamma_{\bar{r}ijk} = e_r \gamma_{rijk}$ . Будем предполагать в дальнейшем ортогональный репер  $\lambda_a^i$  выбранным так, что  $\omega_1 = \omega_2$ ,  $e_1 = -e_2 = 1$ , остальные  $\omega_{\alpha_3} = 0$  ( $\alpha_3 = 3, 4, \dots, n$ ),  $\omega_p = \lambda_i \lambda_p^i$ . Система (2) эквивалентна равенствам  $e_1 \gamma_{1\alpha\beta\gamma} + e_2 \gamma_{2\alpha\beta\gamma} = 0$ , т. е.  $\gamma_{1\alpha\beta\gamma} = \gamma_{2\alpha\beta\gamma}$  ( $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \dots, n$ ). Из этих равенств (и антисимметрии  $\gamma_{\alpha\beta\gamma\epsilon}$  по индексам первой пары) вытекает  $\gamma_{12\beta\gamma} = 0$  ( $\beta, \gamma = 1, 2, \dots, n$ ). Далее из инвариантности  $\omega_\alpha$  при преобразованиях из группы движений следует

$$b_{12} \equiv 0, \quad b_{\alpha p 1} \equiv b_{\alpha p 2} \quad (\alpha_p = 3, 4, \dots, n; \alpha_p \neq \alpha_q). \quad (5)$$

Нетрудно доказать теперь, что составляющие тензора кривизны вида  $\gamma_{i\alpha_3 j \alpha_4}$ , где  $\alpha_3, \alpha_4 = 3, 4, \dots, n$ ,  $\alpha_3 \neq \alpha_4$ , равны нулю: если  $\gamma_{i\alpha_3 j \alpha_4} \neq 0$ , то уравнения  $(i\alpha_3 j \alpha_k)$  при  $k = 3, 4, \dots, n$  разрешимы относительно  $n-3$  величин  $b_{\alpha_4 \alpha_3}, b_{\alpha_5 \alpha_4}, \dots, b_{\alpha_n \alpha_4}$ . Учитывая это и (5), мы получим для  $V_n$  группу  $\mathbb{G}_r$  порядка  $r < n(n+1)/2 - 2n + 4$ , что невозможно. Из уравнений  $(1\alpha_3 2\alpha_4)$ ,  $(1\alpha_3 \alpha_3 \alpha_k)$  и уравнений  $(1\alpha_5 \alpha_4 \alpha_5)$ ,  $(1\alpha_q \alpha_3 \alpha_5)$  ( $q \geq 5$ ) следует соответственно  $\gamma_{i\alpha_3 \alpha_3 \alpha_4} = 0$ ,  $\gamma_{i\alpha_4 \alpha_3 \alpha_5} = 0$ .

Итак, возможными ненулевыми составляющими  $\gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$  тензора кривизны, если среди индексов  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  встречаются латинские индексы, могут быть составляющие  $\gamma_{i\alpha_3 j \alpha_4}$ . Эти составляющие при фиксированном  $\alpha_3$  равны друг другу (не зависят от значений  $i, j$ ) и при переменном  $\alpha_3$  имеем соотношение вида  $\gamma_{i\bar{\alpha}_p j \alpha_p} = \gamma_{i\bar{\alpha}_q j \alpha_q}$ .

Этот факт следует из того, что соответствующие  $\gamma_{i\alpha_p j \alpha_p} - \gamma_{i\alpha_q j \alpha_q}$  обладают тем свойством, что произведения любых  $n-3$  этих разностей равны нулю. Далее из  $(\alpha_3 \alpha_4 \alpha_3 \alpha_4)$ ,  $(1\alpha_3 \alpha_3 \alpha_6)$ ,  $(\alpha_3 \alpha_4 \alpha_3 \alpha_5)$ ,  $(\alpha_3 \alpha_4 \alpha_3 \alpha_q)$ , а также  $(2\alpha_4 \alpha_3 \alpha_5)$ ,  $(2\alpha_3 \alpha_4 \alpha_6)$ ,  $(2\alpha_5 \alpha_4 \alpha_6)$ ,  $(\alpha_3 \alpha_5 \alpha_4 \alpha_q)$ ,  $q \geq 7$ , выводим, что  $\gamma_{\alpha_3 \alpha_4 \alpha_3 \alpha_6} = 0$ ,  $\gamma_{\alpha_5 \alpha_4 \alpha_6 \alpha_q} = 0$ .

Следовательно, все составляющие  $\gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$  ( $\alpha, \beta, \gamma, \delta \geq 3$ ) равны нулю, кроме, быть может, составляющих вида  $\gamma_{\alpha_3 \alpha_4 \alpha_3 \alpha_4}$ . Для получения алгебраических соотношений, которым удовлетворяют эти составляющие, рассматривается  $(n-3) \times (n-2)$  матрица  $A$  с элементами  $X_{\alpha_p \alpha_q}^- = \gamma_{\alpha_p \alpha_q \alpha_p \alpha_q}^-$ ,  $(n-4) \times (n-2)(n-3)/2$  матрица  $B$ , элементы которой составляются из элементов матрицы  $A$  по такому правилу: из элементов  $k$ -го столбца без  $l$ -го элемента вычитаются соответствующие элементы  $(l+1)$ -го столбца без  $k$ -го элемента. Произведения любых  $n-3$  элементов, взятых из одной или нескольких строчек матрицы  $A$  или матрицы  $B$  (разрешается также часть множителей набирать из  $A$ , другую часть из  $B$ ), равны нулю. Отсюда следует, что элементы матрицы  $A$  равны нулю и, таким образом, все  $\gamma_{\alpha_p \alpha_q \alpha_p \alpha_q} = 0$ .

4. Выберем теперь в пространстве  $V_n$  систему координат таким образом, чтобы в некоторой точке  $M$  касательные векторы к координатным линиям совпадали с векторами  $\lambda_a^\alpha$  репера. В этой точке, следовательно,  $\lambda_a^\alpha = \partial_a^\alpha$ ,  $g_{aa} = e_a$ ,  $g_{ab} = 0$  ( $a \neq b$ ) и из предыдущего выводим, что тензор  $c_{\alpha\beta\gamma\delta}$  конформной кривизны равен нулю. Так как точка  $M$  пространства произвольна, то  $V_n$  конформно евклидово. Эти пространства, как мы показали выше, имеют нулевую скалярную кривизну и  $R_{ij} = \varepsilon_i \lambda_j$  ( $\varepsilon = \pm 1, n > 4$ ).

пространства с такой тензорной характеристикой являются субпроективными пространствами исключительного случая. Действительно, субпроективные пространства исключительного случая (при  $n > 3$ ) характеризуются равенством нулю (тождественно) тензора конформной кривизны, причем тензор конформности  $s_{ij} = \varepsilon u_i u_j$  ( $\varepsilon = \pm 1$ ), где  $u_i$  — некоторый изотропный вектор; линейный элемент этих пространств приводится к виду\*:

$$ds^2 = \varphi(x^1) [2dx^1 dx^2 + e_3 dx^{3^2} + e_4 dx^{4^2} + \dots + e_n dx^{n^2}], \quad (6)$$

где  $\varphi(x^1)$  — произвольная дважды дифференцируемая знакопостоянная функция.  $V_n$  с линейным элементом (6) допускают полную интранзитивную группу  $\mathfrak{G}_r$  порядка  $r = n(n-1)/2$  или полную транзитивную группу  $\mathfrak{G}_r$  порядка  $r = n(n-1)/2 + 1$  смотря по тому, зависит или не зависит инвариант  $D$  от переменной  $x^1$ . Существует три и только три типа неподобных пространств Кагана исключительного случая, допускающих полные группы движений порядка  $n(n-1)/2 + 1$ , соответственно случаям  $\varphi(x^1) = e^{-2a \operatorname{arctg} x^1} (1+x^{1^2})^{-1}$ ,  $\varphi(x^1) = e^{2x^1}$ ,  $\varphi(x^1) = (x^1)^\alpha$  \*\*, причем первый и третий типы содержат существенную постоянную  $a$ ,  $\alpha$ , соответственно; значениям постоянных  $\alpha = -1$ ,  $a = 0$  соответствуют симметрические пространства. Собирая результаты, полученные в приведенных выше рассуждениях, мы приходим к следующим выводам.

**Теорема 1.** *Не существует римановых пространств  $V_n$ , допускающих транзитивные или интранзитивные полные группы движений  $\mathfrak{G}_r$ , порядок  $r$  которых удовлетворяет, соответственно, неравенствам*

$$(n-1)(n-2)/2 + 3 < r < n(n-1)/2 + 1,$$

$$(n-1)(n-2)/2 + 2 < r < n(n-1)/2.$$

**Теорема 2.** *Пространства второй лакуарности, т. е. пространства, допускающие полную интранзитивную группу  $\mathfrak{G}_r$  ( $r = n(n-1)/2$ ) или полную транзитивную группу  $\mathfrak{G}_r$  ( $r = n(n-1)/2 + 1$ ), являются субпроективными пространствами Кагана основного и исключительного типов, и обратно.*

**Теорема 3.** *Пространства второй лакуарности тогда и только тогда допускают группу  $\mathfrak{G}_r$  порядка  $r = n(n-1)/2 + 1$ , если в формулах \*) или (1) инвариант  $D$  является постоянным.*

**Теорема 4.** *Максимальный порядок групп движений неконформно евклидовых пространств  $V_n$  равен точно  $(n-1)(n-2)/2 + 3$ .*

Эти выводы показывают, что субпроективные пространства Кагана являются непосредственно предшествующими в смысле подвижности к пространствам постоянной кривизны, и более — они совпадают с пространствами второй лакуарности.

Пензенский сельскохозяйственный институт

Поступило  
20 IV 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. П. Егоров, ДАН, 66, № 5 (1949). <sup>2</sup> И. П. Егоров, Усп. матем. наук, 3, 182 (1953). <sup>3</sup> В. Ф. Каган, Тр. Семинара по векторн. и тензорн. анализу, 1 (1933). <sup>4</sup> Л. Эйзенгардт, Риманова геометрия, 1948. <sup>5</sup> П. К. Рашевский, Тр. Семинара по векторн. и тензорн. анализу, 1 (1933). <sup>6</sup> В. Ф. Каган, там же, 2. <sup>7</sup> П. А. Ширяков, Изв. Физ.-матем. общ., 7, сер. 3 (1934—1935).

\* Эти доказательства для исключительного случая субпроективных пространств, как сообщил автору проф. П. К. Рашевский, недавно проведены В. А. Янковым.

\*\*  $\alpha \neq 0$ ,  $\alpha \neq -2$ .



Б. И. КОРЕНБЛЮМ

# ОБОБЩЕНИЕ ТАУБЕРОВОЙ ТЕОРЕМЫ ВИНЕРА И СПЕКТР БЫСТРО РАСТУЩИХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 2 VII 1956)

1°. Рассмотрим комплексное банахово пространство измеримых функций  $f(x)$  ( $-\infty < x < \infty$ ) с нормой

$$\|f\| = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| e^{\alpha|x|} dx < \infty, \quad (1)$$

где  $\alpha > 0$  фиксировано. Будем обозначать это пространство  $L(-\infty, \infty; \alpha)$ . Если ввести в  $L(-\infty, \infty; \alpha)$  операцию свертывания в качестве умножения элементов, то  $L(-\infty, \infty; \alpha)$  становится коммутативным нормированным кольцом (без единицы). Пусть  $\mathfrak{M}$  — некоторое множество элементов этого кольца. Будем обозначать через  $I_{\mathfrak{M}}$  идеал, порождаемый множеством  $\mathfrak{M}$ . Легко видеть, что  $I_{\mathfrak{M}}$  есть наименьшее замкнутое подпространство  $L(-\infty, \infty; \alpha)$ , инвариантное относительно операции сдвига  $f_{\tau}(x) = f(x - \tau)$  ( $-\infty < \tau < \infty$ ) и содержащее все элементы  $f(x) \in \mathfrak{M}$ .

Теорема 1. Для того чтобы идеал  $I_{\mathfrak{M}}$  совпадал со всем пространством  $L(-\infty, \infty; \alpha)$ , необходимо и достаточно выполнения следующих условий:

1) Не существует ни одной точки комплексной полосы  $|\operatorname{Im} z| \leq \alpha$ , в которой обращались бы в нуль преобразования Фурье

$$F(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixz} dx \quad (2)$$

всех функций  $f(x) \in \mathfrak{M}$ .

2) Обозначим

$$\gamma^+(f) = \overline{\lim}_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln |F(x)|}{e^{\pi x/2\alpha}}; \quad \gamma^-(f) = \overline{\lim}_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln |F(x)|}{e^{-\pi x/2\alpha}};$$

$$\gamma^+(\mathfrak{M}) = \sup_{f \in \mathfrak{M}} \gamma^+(f); \quad \gamma^-(\mathfrak{M}) = \sup_{f \in \mathfrak{M}} \gamma^-(f)^*.$$

Тогда должно быть  $\gamma^+(\mathfrak{M}) = \gamma^-(\mathfrak{M}) = 0$ .

В случае, если условие 1) выполняется, но хотя бы одно из чисел  $\gamma^+(\mathfrak{M})$ ,  $\gamma^-(\mathfrak{M})$  отрицательно, идеал  $I_{\mathfrak{M}}$  состоит из всех функций  $f(x) \in L(-\infty, \infty; \alpha)$ , удовлетворяющих условиям  $\gamma^+(f) \leq \gamma^+(\mathfrak{M})$ ,  $\gamma^-(f) \leq \gamma^-(\mathfrak{M})$ .

З а м е ч а н и я. а) Из этой теоремы вытекает, что в кольце  $L(-\infty, \infty; \alpha)$  имеются две системы вложенных друг в друга замкнутых идеалов  $\{I_{\gamma}^+\}$  и  $\{I_{\gamma}^-\}$  ( $-\infty < \gamma < 0$ );  $I_{\gamma}^+$  состоит из элементов  $f(x)$ , для которых  $\gamma^+(f) \leq \gamma$ ;  $I_{\gamma}^-$  — из элементов  $f(x)$ , для которых  $\gamma^-(f) \leq \gamma$ . Таким образом, эти идеалы

\* Очевидно, числа  $\gamma^+(f)$  и  $\gamma^-(f)$  всегда неположительны.

характеризуются скоростью убывания преобразований Фурье  $F(x)$  соответственно при  $x \rightarrow +\infty$  и  $x \rightarrow -\infty$ . Интересно отметить, что кольцо суммируемых функций  $L(-\infty, \infty)$  подобных идеалов не имеет.

б) Классическую тауберову теорему Винера <sup>(1)</sup> для кольца  $L(-\infty, \infty)$  можно рассматривать как предельный случай теоремы 1, соответствующий  $\alpha = 0$ . При этом полоса  $|\operatorname{Im} z| \leq \alpha$  в условии 1) превращается в действительную ось  $-\infty < x < \infty$ , а условие 2) становится излишним.

Доказательство теоремы 1 не может быть здесь приведено вследствие громоздкости. Отметим, однако, что оно существенно опирается на методы теории функций комплексного переменного и использует упомянутую теорему Винера.

2°. Теорема 1 вместе с результатами нашей заметки <sup>(2)</sup> позволяет распространить теорию тауберовых теорем Карамата — Винера на функции «регулярного» роста. Не стремясь здесь к максимальной общности, мы приведем в качестве примера лишь следующее предложение.

Теорема 2. Пусть функция  $k(x)$  ( $0 \leq x < \infty$ ) неотрицательна, абсолютно непрерывна и удовлетворяет условиям:

1)  $k(0) > 0$ ,  $k(x) = o(x^{-\alpha})$  ( $x \rightarrow \infty$ ), где  $\alpha$  — некоторое положительное число.

$$2) \int_0^{\infty} |k'(x)| (1+x^2) dx < \infty.$$

$$3) \text{ Функция } K(z) = \int_0^{\infty} k'(x) x^{-iz} dx \text{ не имеет нулей в полосе } 0 \leq \operatorname{Im} z \leq \alpha$$

$$4) \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{\ln |K(x + \alpha i / 2)|}{e^{\pi |x| \alpha}} = 0.$$

Пусть, далее,  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  ( $0 \leq x < \infty$ ) — неотрицательные неубывающие функции,  $\varphi(0) = \psi(0) = 0$ , причем функция  $\varphi(x)$  для достаточно больших  $x$  и  $y > x$  удовлетворяет условию  $\frac{\varphi(y)}{\varphi(x)} \leq \left(\frac{y}{x}\right)^{\alpha}$ .

Тогда из

$$\int_0^{\infty} k\left(\frac{t}{x}\right) d\varphi(t) \sim \int_0^{\infty} k\left(\frac{t}{x}\right) d\psi(t) \quad (x \rightarrow \infty)$$

следует

$$\varphi(x) \sim \psi(x) \quad (x \rightarrow \infty).$$

Первая специальная теорема такого типа (для преобразования Стильеса) была установлена М. В. Келдышем <sup>(3,4)</sup>. Для интегралов Лапласа подобная теорема была доказана автором <sup>(5)</sup>.

Теорема 2 легко доказывается с помощью теоремы 1 и результатов заметки <sup>(2)</sup>.

3°. После дополнительного исследования структуры идеалов  $I_{\gamma}^{+}$  и  $I_{\gamma}^{-}$  кольца  $L(-\infty, \infty; \alpha)$  из теоремы 1 с помощью общих соображений теории банаховых пространств выводится теорема типа Бёрлинга для быстро растущих функций.

Пусть  $M(-\infty, \infty; \alpha)$  обозначает пространство измеримых функций  $g(x)$  ( $-\infty < x < \infty$ ) с нормой

$$\|g\| = \operatorname{vrai} \max_{-\infty < x < \infty} \{e^{-\alpha|x|} g(x)\} < \infty. \quad (3)$$

Легко видеть, что пространство  $M(-\infty, \infty; \alpha)$  является сопряженным к  $L(-\infty, \infty; \alpha)$ , и общий вид линейного функционала в  $L(-\infty, \infty; \alpha)$  задается формулой

$$g(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx \quad (g(x) \in M(-\infty, \infty; \alpha)). \quad (4)$$

Теорема 3. Пусть  $g(x)$  — некоторый ненулевой элемент пространства  $M(-\infty, \infty; \alpha)$ . Обозначим через  $J_g$  минимальное слабо замкнутое\* подпространство  $M(-\infty, \infty; \alpha)$ , инвариантное относительно операции сдвига  $g_\tau(x) = g(x - \tau)$  ( $-\infty < \tau < \infty$ ) и содержащее  $g(x)$ . Тогда  $J_g$  содержит по крайней мере одну функцию вида

$$e^{-i\lambda x} \quad (|\operatorname{Im} \lambda| \leq \alpha),$$

или

$$e^{-i\mu_1 x} / \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{2\alpha x i}{\pi}\right),$$

или

$$e^{-i\mu_2 x} / \Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{2\alpha x i}{\pi}\right)$$

( $\mu_1$  и  $\mu_2$  вещественны).

Эта теорема позволяет естественным образом ввести понятие спектра для произвольной функции  $g(x) \in M(-\infty, \infty; \alpha)$ .

Определение. Будем называть множества чисел  $\{\lambda\}$ ,  $\{\mu_1\}$ ,  $\{\mu_2\}$  соответственно гармоническим, правым негармоническим и левым негармоническим спектрами данной функции  $g(x) \in M(-\infty, \infty; \alpha)$ .

Естественно поставить вопрос об аналитической характеристике классов функций  $g(x)$ , имеющих данный спектр. Следующие две теоремы являются простейшими результатами в этом направлении.

Теорема 4. Если пусты оба негармонических спектра функции  $g(x) \in M(-\infty, \infty; \alpha)$ , а ее гармонический спектр состоит из одной точки  $\lambda_0$ , лежащей внутри полосы  $|\operatorname{Im} \lambda| < \alpha$ , то  $g(x)$  имеет вид

$$g(x) = P(x) e^{-i\lambda_0 x},$$

где  $P(x)$  — многочлен.

Теорема 5. Если пусты оба негармонических спектра функции  $g(x) \in M(-\infty, \infty; \alpha)$ , а ее гармонический спектр расположен в конечной части комплексной полосы  $|\operatorname{Im} \lambda| \leq \alpha$ , то  $g(x)$  совпадает (с точностью до значений на множестве меры нуль) с некоторой целой функцией  $g(z)$  типа не выше экспоненциального.

Киевский инженерно-строительный институт

Поступило  
20 II 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> N. Wiener, Ann. of Math., 33, 1 (1932). <sup>2</sup> Б. И. Коренблюм, ДАН, 88, № 5, 745 (1953). <sup>3</sup> М. В. Келдыш, ДАН, 77 № 1 (1951). <sup>4</sup> М. В. Келдыш, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, 38, 77 (1951). <sup>5</sup> Б. И. Коренблюм, ДАН, 104, № 2, 173 (1955).

\* В смысле топологии, определяемой слабой сходимостью функционалов  $g(f)$ .



М. А. КРАСНОСЕЛЬСКИЙ

# ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДОВ НЕЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 1 VI 1956)

Каждой системе обыкновенных дифференциальных уравнений можно оставить такое уравнение с вполне непрерывным оператором, действующим в некотором функциональном пространстве, что решения этого уравнения и только они будут определять периодические решения системы. Это позволяет привлекать известные и развитые в последние годы методы нелинейного анализа к исследованию ряда задач нелинейной механики. Речь идет, например, о следующих задачах: существование периодических решений автономных или неавтономных систем, единственность или неединственность периодических решений, изучение зависимости этих решений от входящих в правые части параметров, построение амплитудных кривых, исследование и разработка некоторых приближенных методов и др. Указываемые в настоящей статье факты получены методами функционального анализа. Возможно, их можно получить и при помощи других соображений.

1. Пусть рассматривается система

$$\dot{x}_i = f_i(t; x_1, \dots, x_n) \quad (i = 1, \dots, n),$$

где  $f_i$  периодичны по  $t$  (с периодом  $2\pi$ ). Периодические решения этой системы и только они, как нетрудно видеть, будут решениями, например, системы интегрально-функциональных уравнений

$$\begin{aligned} x_i(t) &= x_i(0) - \int_t^{2\pi} f_i[s, x_1(s), \dots, x_n(s)] ds \quad (i = 1, \dots, m), \\ x_i(t) &= x_i(2\pi) + \int_0^t f_i[s, x_1(s), \dots, x_n(s)] ds \quad (i = m+1, \dots, n). \end{aligned} \quad (1)$$

где  $m$  здесь может быть равно  $0, 1, \dots, n$ .

Особо удобны для рассмотрения системы вида

$$\ddot{x}_i + g_i(t, x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n) = 0 \quad (i = 1, \dots, n). \quad (2)$$

От них можно перейти к системе интегро-дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_i(t) = \int_0^{2\pi} K_i(t, s) \{ \alpha_i x_i(s) + g_i[s, x_1(s), \dots, x_n(s), \dot{x}_1(s), \dots, \dot{x}_n(s)] \} ds, \quad (3)$$

где  $K_i(t, s)$  — функции Грина операторов  $\ddot{x} - \alpha_i x$  при граничных условиях  $x(0) = x(2\pi)$ ,  $\dot{x}(0) = \dot{x}(2\pi)$ . Часто удобна замена  $\ddot{x}_i - \alpha_i x_i = v_i$ , так как функции  $v_i(t)$  определяются из системы интегральных уравнений.

Системы (1), (3) и другие аналогичные системы удобно рассматривать в различных пространствах вектор-функций (например, с непрерывными или суммируемыми с квадратом компонентами). Нелинейные операторы, определяемые правыми частями, оказываются обычно вполне непрерывными, дифференцируемыми. В ряде случаев эти нелинейные операторы имеют инвариантные подпространства — рассмотрение уравнений в таких подпространствах, естественно, позволяет доказывать более тонкие утверждения.

В случае автономной системы нужно произвести замену  $t = T\tau/2\pi$  и искать у системы с новой независимой переменной решения с периодом  $2\pi$ . Правые части операторных уравнений в этом случае будут зависеть от параметра  $T$  — неизвестного периода периодических решений.

2. Достаточные условия существования периодических решений могут быть получены при помощи различных принципов неподвижной точки.

Ниже рассматриваются системы (2), в которых функции  $g_i$  непрерывны и периодичны по  $t$  (с периодом  $2\pi$ ). На  $g_i$  в ряде случаев будет наложено ограничение

$$\sum_{i=0}^n x_i g_i(t, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n) \leq a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n |y_i|^{2-\gamma} + c, \quad (4)$$

где  $a, b, c, \gamma$  — некоторые числа, причем  $0 < \gamma < 2$ .

**Теорема 1.** Пусть выполнено условие (4), причем  $a < 0$ . Тогда система (2) имеет по крайней мере одно периодическое решение.

Более сильные теоремы справедливы, если функции  $g_i$  нечетны по некоторым переменным. Приведем пример.

**Теорема 2.** Пусть функции  $g_i$  удовлетворяют условию

$$\begin{aligned} g_i(-t, -x_1, \dots, -x_n, y_1, \dots, y_n) = \\ = -g_i(t, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n) \end{aligned} \quad (5)$$

или условию

$$\begin{aligned} g_i(\pi + t, -x_1, \dots, -x_n, -y_1, \dots, -y_n) = \\ = -g_i(t, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n). \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда для существования по крайней мере одного периодического решения у системы (2) достаточно, чтобы выполнялось условие (4), в котором  $a < 1$ .

3. В ряде случаев система имеет очевидное периодическое решение (например, стационарную точку). Возникает вопрос о существовании других периодических решений. Здесь применим следующий метод. Вычисляется алгебраическое число всех периодических решений и индекс известного решения (в смысле Лерея — Шаудера (<sup>1</sup>, <sup>2</sup>)); если они различны, то существует периодическое решение, отличное от очевидного.

Для избежания громоздкой формулировки ограничимся примером соответствующего утверждения для системы (2) с одной степенью свободы:  $n=1$ .

**Теорема 3.** Пусть функция  $g(t, x, y)$  удовлетворяет условию (5) и условию (4), в котором  $a < 1$ . Пусть при малых  $x, y$  существуют непрерывные производные  $g'_x(t, x, y), g'_y(t, x, y)$ . Пусть  $g(t, 0, 0) \equiv 0$ ,  $g'_x(t, 0, 0) = \beta$  и  $g'_y(t, 0, 0) = 0$ . Тогда для существования отличного от нулевого периодического решения у уравнения  $\ddot{x} + g(t, x, \dot{x}) = 0$  достаточно, чтобы число  $\beta$  принадлежало одному из интервалов  $(4n^2 - 4n + 1, 4n^2)$ ,  $n = 1, 2, \dots$

Отметим, что утверждения типа теорем 1—3 могут быть установлены и вариационными методами (<sup>2</sup>), гл. 6), если функции  $g_i$  не зависят от производных и являются соответствующими частными производными некоторой функции  $G(t, x_1, \dots, \dot{x}_n)$ .

4. Важную роль играют задачи, в которых правые части уравнений зависят от малых параметров. В этом случае (см., например, (<sup>3</sup>, <sup>4</sup>)) рассмат-

ают вначале так называемую порождающую систему, в которую переходит основная система, если малые параметры положить равными нулю. Для порождающей системы ищут периодические решения, затем ищут близкие им периодические решения основной системы. Описанная схема в терминаторных уравнений приводит к следующей задаче.

Рассматривается оператор  $A\varphi + B(\varphi, \varepsilon)$ , где  $B(\varphi, 0) \equiv 0$ . Известна совокупность неподвижных точек оператора  $A\varphi$ . Нужно найти неподвижные точки оператора  $A\varphi + B(\varphi, \varepsilon)$ , переходящие при  $\varepsilon \rightarrow 0$  в неподвижные точки оператора  $A\varphi$ . В случае автономных систем операторы  $A\varphi$  и  $B(\varphi, \varepsilon)$  зависят также от неизвестного периода  $T$ .

Периодические решения систем с малым параметром, насколько нам известно, обычно ищут в виде различных рядов по степеням малого параметра. Это соответствует методам построения точек  $\varphi(\varepsilon)$ , являющихся решениями операторного уравнения  $\varphi = A\varphi + B(\varphi, \varepsilon)$  (обычно интегрального), в виде рядов по степеням параметра. Такие методы для нелинейных интегральных уравнений впервые развил, по видимому, А. И. Некрасов <sup>(5)</sup>, затем Н. Назаров <sup>(6)</sup> и др.

В функциональном анализе известны и другие методы (часть из них изложена в <sup>(2)</sup>) построения точек  $\varphi(\varepsilon)$ . Все эти методы по хорошо известным схемам применимы к задачам о периодических решениях систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В частности, могут быть применены методы при ветвлении Ляпунова — Шмидта <sup>(7-9)</sup>. Для приближенного построения периодических решений могут быть применены и различные варианты идей схемы метода Галеркина, изложенной в <sup>(2)</sup>. Отметим, что метод Галеркина к задаче о нелинейных колебаниях уже применялся А. И. Лурье, А. И. Чекмаревым <sup>(10)</sup>.

Переход от оператора  $A\varphi$  к оператору  $A\varphi + B(\varphi, \varepsilon)$  приводит к интересным, как нам кажется, топологическим задачам. Операторы  $A$ , как правило, имеют многомерные континуумы неподвижных точек. При переходе к оператору  $A + B$  эти континуумы «рассыпаются» — переходят в наборы изолированных неподвижных точек (линий — в случае автономных систем). Исследование этого явления просто проводится лишь в простейших случаях.

5. Укажем некоторые нелокальные теоремы о существовании периодических решений у специального класса автономных систем вида

$$\ddot{x}_i + g_i(x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n) = 0 \quad (i = 1, \dots, n). \quad (7)$$

Будем предполагать, что функции  $g_i$  положительны при положительных  $x_j$  и любых  $\dot{x}_j$ , удовлетворяют условию (5) и условию

$$\lim_{x_j \rightarrow 0; \sum x_j \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n g_i(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n)}{x_1 + \dots + x_n} = +\infty. \quad (8)$$

Будем пользоваться обозначением  $a_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j} g_i(0, \dots, 0)$  и предполагать, что все числа  $a_{ij}$  положительны.

**Теорема 4.** Пусть наибольшее положительное характеристическое число матрицы  $(a_{ij})$  равно  $4\pi^2 / T_0^2$ . Тогда система (7) имеет периодические решения со всеми периодами  $T$  из интервала  $(0, T_0)$ . В указанном интервале периодических решений есть решения со сколь угодно малыми и сколь угодно большими амплитудами, при этом периоды стремятся к  $T_0$ , если амплитуды рассматриваемых периодических решений стремятся к нулю, и периоды стремятся к нулю, если амплитуды неограниченно возрастают.

Теорема 4 доказана методами теории банаховых пространств с конулом <sup>(11)</sup>. Система (7) сведена к операторному уравнению  $\varphi = A(\varphi, T)$ ,



в котором вполне непрерывный оператор  $A$  оставляет инвариантным некоторый конус. Это позволяет при фиксированных  $T$  применить общие теоремы ((<sup>2</sup>), гл. 5) о существовании континуумов ненулевых решений  $\varphi_\mu$  уравнения  $\varphi = \mu A(\varphi, T)$  при различных положительных  $\mu$ . Свойства оператора  $A$  в нуле пространства позволяют доказать, что  $\mu \rightarrow T_0/T$  при  $\|\varphi_\mu\| \rightarrow 0$ . Из (8) следует, что  $\mu \rightarrow 0$  при  $\|\varphi_\mu\| \rightarrow \infty$ . Топологическая структура множества решений  $\varphi_\mu$  позволяет заключить, что интервал  $(0, T_0/T)$  полностью заполнен теми  $\mu$ , при которых существуют  $\varphi_\mu$ . Поэтому существует решение и при  $\mu = 1$ . Другие утверждения теоремы доказываются без труда.

К более простым условиям существования периодических решений мы приходим в случае системы

$$\ddot{x}_i + g(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (i = 1, \dots, n). \quad (9)$$

**Теорема 5.** Пусть функции  $g_i$  нечетны по совокупности переменных и удовлетворяют неравенству

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \geq \alpha(x_1 + \dots + x_n) \quad (x_1, \dots, x_n \geq 0), \quad (10)$$

где  $\alpha > 0$ . Тогда система (9) имеет по крайней мере одно периодическое решение каждой конечной амплитуды.

Это утверждение получено непосредственным применением теорем об операторах с монотонными минорантами ((<sup>2</sup>), гл. 5).

Отметим, что утверждения, аналогичные теоремам 4 и 5, могут быть получены при помощи других предложений о собственных функциях нелинейных операторов (см., например, (<sup>2</sup>), гл. 4—6).

6. Если

$$g_i(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial}{\partial x_i} G(x_1, \dots, x_n), \quad (11)$$

то для изучения систем (9) применимы и вариационные методы ((<sup>2</sup>), гл. 6). Приводимый пример тесно связан с результатами И. И. Воронича (<sup>12</sup>).

**Теорема 6.** Пусть функции  $g_i$  нечетны по совокупности переменных, удовлетворяют условию (11) и неравенству  $\sum x_i g_i(x_1, \dots, x_n) > 0$  при  $|x_1| + \dots + |x_n| > 0$ . Тогда каждому  $r > 0$  соответствует такое решение  $\{x_1(t), \dots, x_n(t)\}$  системы (9) с некоторым периодом  $T$ , что

$$T \int_0^T \{|\dot{x}_1(t)|^2 + \dots + |\dot{x}_n(t)|^2\} dt = r^2. \quad (12)$$

Воронежский государственный университет

Поступило  
31 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Ж. Лерэ́й, Ю. Шаудер, Усп. матем. наук, 1, в. 3—4, 71 (1946). <sup>2</sup> М. А. Красносельский, Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений, 1956. <sup>3</sup> И. Г. Малкин, Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний, 1949. <sup>4</sup> Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, 1955. <sup>5</sup> А. И. Некрасов, Точная теория волн устойчивого вида на поверхности тяжелой жидкости, М., 1951. <sup>6</sup> Н. Н. Назаров, Тр. САГУ, сер. V, в. 33 (1941). <sup>7</sup> А. М. Ляпунов, Зап. Акад. наук, СПб., 1 (1906). <sup>8</sup> E. Schmidt, Math. Ann., 65 (1908). <sup>9</sup> L. Lichtenstein, Vorlesungen über einige Klassen nichtlinearen Integralgleichungen..., Berlin, 1931. <sup>10</sup> А. И. Лурье, А. И. Чекмарев, Прикл. матем. и мех., 1, № 3 (1938). <sup>11</sup> М. Г. Крейн, М. А. Рутман, Усп. матем. наук, 3, № 1, 23 (1948). <sup>12</sup> И. И. Воронич, ДАН, 110, № 2 (1956).

Б. Р. ЛАВРУК

# О БИИНДЕКСЕ ОДНОГО ОПЕРАТОРА ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 28 VI 1956)

Пусть коэффициенты  $A_{ij}(x)$ ,  $A_i(x)$ ,  $A(x)$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) дифференциального оператора

$$A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right) = \sum_{i,j=1}^n A_{ij}(x) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^n A_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} + A(x)$$

являются квадратными матрицами порядка  $p$ , определенными и непрерывно дифференцируемыми в некоторой области  $D$  точек  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , соответственно,  $t+3$ ,  $t+2$ ,  $t+1$  раз ( $t \geq 1$ ). Тип оператора  $A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)$  предполагается эллиптическим: для всякой ненулевой действительной функции  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  и  $x \in D$   $\det \sum_{i,j=1}^n A_{ij}(x) \alpha_i \alpha_j \neq 0$ . Пусть  $V$  — выпуклая область, лежащая в  $D$  вместе со своей  $(t+2)$ -кратно гладкой границей  $S$ . Кроме того рассматривается дифференциальный оператор

$$B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right) = \sum_{i=1}^n B_i(y) \frac{\partial}{\partial x_i} + B(y)$$

коэффициентами  $B_i(y)$ ,  $B(y)$  ( $i = 1, \dots, n$ ), квадратными матрицами порядка  $p$ , определенными и непрерывно дифференцируемыми вдоль  $S$ , соответственно,  $t+1$ ,  $t$  раз;  $\det \sum_{i=1}^n B_i(y) \nu_i(y) \neq 0$  ( $y \in S$ );  $\nu(y) = (\nu_1(y), \dots, \nu_n(y))$  — единичный вектор внутренней нормали к  $S$ . Не ограничивая общности, предполагается, что на  $S$

$$\sum_{i=1}^n B_i(y) \nu_i(y) = \sum_{i,j=1}^n A_{ij}(y) \nu_i(y) \nu_j(y).$$

В дальнейшем рассматривается оператор  $\left(A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right), B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)\right)$ , составленный из двух дифференциальных операторов  $A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ ,  $B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)$  применяемый в матрицам  $u(x)$  высоты  $p$ , непрерывным в  $V \cup S$ , дважды непрерывно дифференцируемым в  $V$ , для которых существует равномерно относительно  $y \in S$  предел  $\lim_{x \rightarrow y} \sum_{i=1}^n B_i(y) \frac{\partial u(x)}{\partial x_i}$  при стремлении точки  $x$  к точке  $y$  по нормали  $\nu(y)$ . Результат применения этого оператора

к  $u(x)$  записывается так:  $\left(A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(x), \lim_{x \rightarrow y} B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(x)\right)$ . Рассматривается также соответствующая оператору  $\left(A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right), B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)\right)$  граничная задача

$$A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(x) = F(x) \quad (x \in V), \quad (I)$$

$$\lim_{x \rightarrow y} B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(x) = f(y) \quad (y \in S), \quad (II)$$

где  $F(x)$  — заданный в  $V$  удовлетворяющий условию Гельдера столбец, а  $f(y)$  — заданный непрерывный на  $S$  столбец.

В (1) указано построение оператора  $\left(A^*\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right), B^*\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)\right)$ , сопряженного к рассматриваемому оператору  $\left(A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right), B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)\right)$ .

Индексом оператора  $\left(A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right), B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)\right)$  называется разность между числом линейно независимых решений граничной задачи

$$A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(x) = 0 \quad (x \in V), \quad (I_0)$$

$$\lim_{x \rightarrow y} B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(x) = 0 \quad (y \in S). \quad (II_0)$$

и числом линейно независимых решений задачи

$$A^*\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)v(x) = 0 \quad (x \in V), \quad (I_0^*)$$

$$\lim_{x \rightarrow y} B^*\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)v(x) = 0 \quad (y \in S). \quad (II_0^*)$$

Следуя приему, указанному Я. Б. Лопатинским в (2), и пользуясь одним результатом, полученным в (3), можно доказать теорему:

**Теорема 1.** *Существует и притом единственная матрица  $\Gamma(x, z)$ , обладающая всеми свойствами нормальной фундаментальной матрицы:*

$$\text{при } x \neq z \quad A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)\Gamma(x, z) = 0, \quad A^*\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)\Gamma^*(z, x) = 0^*;$$

$$\Gamma(x, z) = O\left(\frac{1}{|x - z|^{n-2}}\right) \quad \text{при } n \geq 3;$$

$$\Gamma(x, z) = O(|\lg |x - z|| + 1) \quad \text{при } n = 2;$$

для любого, удовлетворяющего условию Гельдера в  $V$ , столбца  $F(x)$  высоты  $p$

$$A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right) \int_V \Gamma(x, z) F(z) dz = F(x), \quad A^*\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right) \int_V \Gamma^*(z, x) F(z) dz = F(x) \quad (x \in V),$$

и, кроме того, следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow y} B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right) \left\{ \int_V \Gamma(x, z) F(z) dz + \int_S \Gamma(x, z) f(z) dS \right\} = \\ = f(y) - \sum_{i=1}^m v_i(y) \left\{ \int_V v_i^*(z) F(z) dz + \int_S v_i^*(z) f(z) dS \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

\* Для матриц под  $A^*$  понимается транспонированная матрица  $A$ .



$$\lim_{x \rightarrow y} B^* \left( y, \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ \int_V \Gamma^*(z, x) F(z) dz + \int_S \Gamma^*(z, x) f(z) dS \right\} = \\ = f(y) - \sum_{i=1}^l u_i(y) \left\{ \int_V u_i^*(z) F(z) dz + \int_S u_i^*(z) f(z) dS \right\}$$

любого непрерывного на  $S$  столбца  $f(y)$ , а также

$$\int_S v_i(z) dS = 0 \quad (i = 1, \dots, m); \int_S u_i^*(z) \Gamma(z, x) dS = 0 \quad (i = 1, \dots, l), \quad (2)$$

$v_i(x)$ ,  $v_i(x)$  ( $i = 1, \dots, m$ ) — полные системы линейно независимых решений задачи  $(I_0^*)$ ,  $(II_0^*)$ ,

$$\int_S v_j(z) v_i(z) dS = \begin{cases} 1 & (i = j), \\ 0 & (i \neq j); \end{cases}$$

$u_i(x)$ ,  $u_i(x)$  ( $i = 1, \dots, l$ ) — полные системы линейно независимых решений задачи  $(I_0)$ ,  $(II_0)$ ,

$$\int_S u_i(z) u_j(z) dS = \begin{cases} 1 & (i = j), \\ 0 & (i \neq j). \end{cases}$$

и этом, если оператор  $\left( A \left( x, \frac{\partial}{\partial x} \right), B \left( y, \frac{\partial}{\partial x} \right) \right)$  самосопряженный, то  $\Gamma^*(z, x) = \Gamma^*(x, z)$ .

Далее, матрицы  $\Gamma(x, y)$  и  $\Gamma^*(y, x)$  ( $x \in V$ ,  $y \in S$ ) тесно связаны с матрицами  $G(x, y)$  и  $\bar{G}(x, y)$  <sup>(3)</sup>.

Непосредственными следствиями этой теоремы являются такие утверждения:

Для того чтобы граничная задача (I), (II) была разрешимой, необходимо и достаточно, чтобы для любого решения  $v(x)$  задачи  $(I_0^*)$ ,  $(II_0^*)$

$$\int_V v^*(z) F(z) dz + \int_S v^*(z) f(z) dS = 0$$

формальная разрешимость задачи (I), (II).

Если столбец  $f(y)$   $(t-1)$ -кратно непрерывно дифференцируем вдоль его производные порядка  $t-1$  удовлетворяют на  $S$  условию Гельдера, столбец  $F(x)$   $(t-1)$ -кратно непрерывно дифференцируем в  $V$ , его производные порядка  $t-1$  удовлетворяют в  $V$  условию Гельдера;  $F(x)$  и  $t \geq 2$ )  $(t-2)$ -кратно непрерывно дифференцируем вплоть до  $S$ , производные порядка  $t-2$  удовлетворяют на  $S$  условию Гельдера и задача (I), (II) разрешима, то любое ее решение  $(t+1)$ -кратно непрерывно дифференцируемо в  $V$ ,  $t$ -кратно непрерывно дифференцируемо вплоть до  $S$  и его производные порядка  $t$  удовлетворяют на  $S$  условию Гельдера.

Так же как в случае задачи  $(I_0)$ , (II) в <sup>(3)</sup> имеет место непрерывная зависимость, возможно, неединственного решения задачи (I), (II) (и его производных) от  $F(x)$ ,  $f(y)$  и их производных, и в случае однозначной разрешимости задачи  $(I_0^*)$ ,  $(II_0^*)$ , кроме того, от коэффициентов операторов  $A \left( x, \frac{\partial}{\partial x} \right)$ ,  $B \left( y, \frac{\partial}{\partial x} \right)$  и области\*.

\* Впрочем, эти утверждения можно также получить из соответствующих утверждений в <sup>(3)</sup> с помощью нормальной фундаментальной матрицы.

С помощью свойств (1) и (2) матрицы  $\Gamma(x, z)$  доказывается следующая теорема.

Теорема 2. Индекс оператора  $\left(A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right), B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)\right)$  не зависит от коэффициентов  $A_i(x)$  ( $i = 1, \dots, n$ ),  $A(x)$ ,  $B(y)$  операторов  $A\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ ,  $B\left(y, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ .

На основе этого утверждения при помощи формулы (5) в <sup>(1)</sup> выделены классы регулярно разрешимых граничных задач (I), (II). Как и в <sup>(1)</sup>, под  $\overset{s}{A}$  ( $\overset{a}{A}$ ) понимается симметрическая (антисимметрическая) часть матрицы  $A$ .

Из одного результата в <sup>(1)</sup>, очевидно, следует регулярная разрешимость граничных задач (I), (II), в которых  $A_{ij}(x) = \overset{s}{A}_{ij}(x)$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ),  $\overset{a}{B}_i(y) = \overset{a}{B}_i^{\tau}(y)$  ( $i = 1, \dots, n$ ), где  $B_i^{\tau}(y) = B_i(y) - \nu_i(y) \sum_{k=1}^n B_k(y) \nu_k(y)$ .

Пользуясь случаем выразить благодарность Я. Б. Лопатинскому за ценные указания.

Львовский государственный университет  
им. Ив. Франко

Поступило  
27 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Б. Р. Лаврук, Докл. АН УРСР, № 3 (1956). <sup>2</sup> Я. Б. Лопатинский, Докл. АН УРСР, № 2 (1956). <sup>3</sup> Б. Р. Лаврук, ДАН, 111, № 1 (1956). <sup>4</sup> Я. Б. Лопатинский, Докл. АН УРСР, № 3 (1956).

О. А. ЛАДЫЖЕНСКАЯ

О ПОСТРОЕНИИ РАЗРЫВНЫХ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ  
ИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ КАК ПРЕДЕЛОВ РЕШЕНИЙ  
СООТВЕТСТВУЮЩИХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРИ  
СТРЕМЛЕНИИ «КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ» К НУЛЮ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 14 VI 1956)

В ряде работ последнего времени (<sup>1-4</sup>) обсуждался вопрос о построении решений задачи Коши для квазилинейного уравнения

$$\frac{\partial \psi(x, t, u)}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(x, t, u)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \quad (2)$$

любой сколь угодно большой области изменения  $(x, t)$ . Простейшие примеры (см., например, (<sup>5</sup>), стр. 139—142) показывают, что даже в случае очень гладких функций  $\varphi, \psi$  и  $u_0$  однозначных непрерывных решений в большой области может не быть, а число разрывных решений неограничено. В гидродинамике выдвинут следующий принцип выделения разрывных решений (<sup>6</sup>): в уравнение (1) вводится член, учитывающий «вязкость», и ищется решение задачи (1), (2) предел, к которому стремятся решения  $(x, t)$  этого нового уравнения при стремлении коэффициента вязкости к нулю.

В работе (<sup>1</sup>), посвященной уравнению (1) при  $\psi \equiv u$  и  $\varphi \equiv u^2$ , и в докторской диссертации (<sup>4</sup>), посвященной задачам (1), (2), доказано, что  $u^\varepsilon$  действительно стремится при  $\varepsilon \rightarrow 0$  к некоторому, вообще говоря, разрывному решению задачи (1), (2), которое предварительно строится довольно сложным методом с использованием характеристик. Мы докажем этот факт иначе и значительно проще, показав непосредственно, что вся совокупность решений  $u^\varepsilon$  сходится к некоторой функции  $u$ , которую, тем самым, естественно считать решением задачи (1), (2). Затем покажем, что эта предельная функция удовлетворяет двум условиям: некоторому интегральному тождеству и некоторому неравенству, и что эти условия определяют ее однозначно. Известно, что изучение уравнения (1) можно свести к изучению уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(x, t, u)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

и, лишь ради краткости изложения, будем считать  $\varphi$  не зависящей от  $t$ . Общий случай исследуется вполне аналогично.

Пусть начальная функция  $u_0$  является финитной, ограниченной функцией, обладающей тем свойством, что для нее можно построить последовательность достаточно гладких функций  $u_0^n$ , сходящихся почти всюду к  $u_0$  и таких, что

$$|u_0^n| \leq c_1, \quad \frac{\partial u_0^n}{\partial x} \leq c_2^*. \quad (4)$$

\* Если  $u_0$  есть кусочно-непрерывная функция, для которой  $u_0(x+0) \leq u_0(x-0)$ , такую последовательность для нее, очевидно, построить можно. В окрестности скачка, где  $u_0(x)$  имеет скачки вверх, решение можно строить с помощью характеристик введения вязкости.



Функцию  $\varphi(u)$  предполагаем дважды непрерывно дифференцируемой и удовлетворяющей неравенству

$$\varphi''_{uu}(u) > \alpha > 0 \quad (5)$$

на отрезке  $u \in [-c_1, c_1]$ . Равномерно аппроксимируем ее вместе со вторыми производными достаточно гладкими функциями  $\varphi_m(u)$ , удовлетворяющими неравенству типа (5).

Рассмотрим теперь уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \varphi_m(u)}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (6)$$

при условии

$$u|_{t=0} = u_0^n(x). \quad (7)$$

Известно, что задача (6), (7), имеет в полуплоскости  $t \geq 0$  единственное ограниченное классическое решение  $u_{n,m}^\varepsilon$ , тем более гладкое, чем большим числом производных обладают функции  $\varphi_m$  и  $u_0^n$ , причем

$$|u_{n,m}^\varepsilon| \leq \max |u_0^n(x)| \leq c_1^*. \quad (8)$$

Нам достаточно считать, что  $u_{n,m}^\varepsilon$  имеют непрерывные производные вида  $\partial^3/\partial x^3$ ,  $\partial^2/\partial t \partial x$ .

С использованием принципа максимума доказывается следующая лемма

Лемма 1.

$$\max_{0 \leq t \leq T} \frac{\partial u_{n,m}^\varepsilon}{\partial x} < c_3(T), \quad (9)$$

где  $c_3(T)$  не зависит от  $\varepsilon$ .

Теорема 1. Вся совокупность решений  $u_{n,m}^\varepsilon$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $n, m \rightarrow \infty$  сходится к некоторой обобщенной функции  $u(x, t)$ .

Для доказательства теоремы рассмотрим функцию

$$v(x, a, t) = \int_a^x [u_{n,m}^\varepsilon(\xi, t) - u_{n',m'}^{\varepsilon'}(\xi, t)] d\xi.$$

Нетрудно показать, что для  $v$  имеет место уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + q(x, t) \frac{\partial v}{\partial x} + q(a, t) \frac{\partial v}{\partial a} = p(x, a, t), \quad (10)$$

где

$$q(x, t) = \frac{\varphi_m(u_{n,m}^\varepsilon(x, t)) - \varphi_{m'}(u_{n',m'}^{\varepsilon'}(x, t))}{u_{n,m}^\varepsilon(x, t) - u_{n',m'}^{\varepsilon'}(x, t)},$$

$$p(x, a, t) = \left[ \varepsilon \frac{\partial u_{n,m}^\varepsilon(x, t)}{\partial x} - \varepsilon' \frac{\partial u_{n',m'}^{\varepsilon'}(x, t)}{\partial x} - \right. \\ \left. - \varphi_m(u_{n',m'}^{\varepsilon'}(x, t)) + \varphi_{m'}(u_{n,m}^\varepsilon(x, t)) \right]_{x=a}.$$

Из рассмотрения  $q$  и  $p$  заключаем, что  $|q| < \text{const}$ ,  $\partial q / \partial x < \text{const}$  (в силу (9)) и что  $\int_{-R}^R \int_{-R}^R p v dx da \rightarrow 0$  при  $\varepsilon, \varepsilon' \rightarrow 0$ ;  $n, n', m, m' \rightarrow \infty$  для

\* Из последних работ см., например, (7).

го  $R$  равномерно по  $t$ . Кроме того  $\int_{-R}^R \int_{-R}^R v^2(x, a, 0) dx da \rightarrow 0$  при  $\rightarrow \infty$ . Умножим (10) на  $2v(x, a, t)$  и проинтегрируем обе части по прямой усеченной пирамиде в пространстве  $(x, a, t)$  с высотой  $t$ , параллельной оси  $t$ , и квадратным сечением  $\Omega_t$ , имеющей столь малый наклон, что на ее боковой поверхности  $S \cos(n, t) + v(x, t) \cos(n, x) + q(a, t) \cos(n, a) \geq 0$ , где  $n$  — внешняя нормаль к  $S$ . В результате получим

$$\int_{\Omega_t} v^2(x, a, t) dx da \Big|_{t=0}^{t=t} \leq \int_0^t \int_{\Omega_t} \left( \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial q(a, t)}{\partial a} \right) u^2 dx da dt + \\ + \int_0^t \int_{\Omega_t} 2pv dx da dt \leq c_4 \int_0^t \int_{\Omega_t} v^2 dx da dt + 2 \int_0^t \int_{\Omega_t} pv dx da dt,$$

отсюда легко заключить, что  $\int_{\Omega_t} v^2 dx da \rightarrow 0$ , ч. т. д.

В силу этой теоремы  $u(x, t)$  естественно считать «обобщенным решением задачи (3), (2)». Относительно этого решения  $u$  можно доказать, что оно есть обычная функция, удовлетворяющая интегральному тождеству

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [u \Phi_t + \varphi(u) \Phi_x] dx dt + \int_{-\infty}^{\infty} u_0 \Phi(x, 0) dx = 0 \quad (11)$$

для любой непрерывно дифференцируемой финитной функции  $\Phi(x, t)$ , финитной в полуплоскости  $t \geq 0$ . Действительно, для  $u_{n,m}^\varepsilon$  справедливо тождество

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [u \Phi_t + \varphi(u) \Phi_x - \varepsilon u_x \Phi_x] dx dt + \int_{-\infty}^{\infty} u_0 \Phi(x, 0) dx = 0. \quad (12)$$

Интеграл  $\int_R \int_0^{\infty} \varepsilon u_{n,m}^\varepsilon \Phi_x dx dt$  стремится к нулю при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , так как в силу

и (9)  $\int_{-R}^R |u_{n,m}^\varepsilon| dx$  не превосходит некоторой постоянной, не зависящей от  $t \in [0, T]$ ,  $\varepsilon, n$  и  $m$ .

Кроме того, из функций  $u_{n,m}^\varepsilon$  можно выделить подпоследовательность, сходящуюся почти всюду к  $u$ . Это следует из леммы 2, доказанной В. Тусевой.

Лемма 2. Если функции  $v_n^\varepsilon(x, t)$  являются ограниченными решениями задачи

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = f^\varepsilon(x, t), \quad v|_{t=0} = \psi_n(x),$$

где  $f^\varepsilon$  и  $\psi_n$  суть непрерывно дифференцируемые финитные функции,

удовлетворяющие условию  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^T |f^\varepsilon| dx dt + \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n| dx < c$ , и если имеем

$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial v_n^\varepsilon}{\partial x} \right| dx dt < c'$ , то из  $v_n^\varepsilon$  можно выбрать подпоследовательность,

сходящуюся почти всюду в  $0 \leq t \leq T$  к некоторой функции  $v$ .

Доказательство ее основано на рассмотрении представления  $v_n^\varepsilon$  с помощью я Пуассона.

В силу всего сказанного в (12) можно перейти к пределу по некоторой подпоследовательности  $(\varepsilon, n, m)$  и получить для предельной функции  $u$  тождество (11). Кроме тождества (11) для функции  $u$  справедливо в силу (9) неравенство

$$\frac{u(x + \Delta, t) - u(x, t)}{\Delta} < c_4(T, R) \quad \text{для } t \in [0, T], \quad |x| \leq R, \quad \Delta > 0. \quad (13)$$

Докажем, что имеет место следующая теорема единственности.

**Теорема 2\*.** *Не может существовать двух различных измеримых ограниченных функций  $u$ , заданных при  $t \geq 0$ , удовлетворяющих тождеству (11) при любой непрерывно дифференцируемой финитной функции  $\Phi$  и неравенству*

$$\frac{u(x + \Delta, t) - u(x, t)}{\Delta} < M(t) \quad (14)$$

при любом  $x \in [-R, R]$  и  $\Delta > 0$ , где  $\int_0^T M(t) dt < \infty$ .

Вследствие этой теоремы можно дать другое определение обобщенного решения  $u$  задачи (3), (2). Именно, «обобщенным решением задачи (3), (2)» назовем ограниченную измеримую функцию, удовлетворяющую тождеству (11) и неравенству (14). Из доказанных выше теорем следует, что оба данные в этой статье определения эквивалентны.

Обратим внимание на следующее отличие линейных задач от нелинейных. Для первых доказано <sup>(8)</sup>, что замена уравнения, граничных и начальных условий интегральным тождеством допустима с точки зрения теоремы единственности. В нелинейных задачах это не так. Для выделения единственного решения приходится к интегральному тождеству присоединять дополнительные условия.

Ленинградское отделение  
Математического института им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
11 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> E. Hopf, Comm. Pure and Appl. Math., **3**, № 3 (1950). <sup>2</sup> P. D. Lax, Comm. Pure and Appl. Math., **7**, № 1 (1954). <sup>3</sup> А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, ДАН, **99**, № 1 (1954). <sup>4</sup> О. А. Олейник, Усп. матем. наук, **10**, в. 3 (65), 229 (1955). <sup>5</sup> И. Г. Петровский, Лекции по уравнениям в частных производных, 1953. <sup>6</sup> Р. Курант, К. Фридрихс, Сверхзвуковые течения и ударные волны, ИЛ, 1950. <sup>7</sup> О. А. Олейник, Т. Д. Вентцель, ДАН, **97**, № 4 (1954). <sup>8</sup> О. А. Ладыженская, Смешанная задача для гиперболического уравнения, 1953.

\* О. А. Олейник на семинаре И. Г. Петровского недавно сообщила, что она владеет доказательством аналогичной теоремы. В кандидатской диссертации С. К. Годунова близкая теорема доказана при условии, что  $u$  и  $u'$  — кусочно-гладкие функции, имеющие конечное число гладких разрывов.



Н. Я. ЛЯЩЕНКО

# АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ ФЛОКЕ ДЛЯ ОДНОГО ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ ЛИНЕЙНЫХ ОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 26 VI 1956)

Пусть дана система уравнений вида

$$\frac{dx}{dt} = P(t)x + L(t)x, \quad (1)$$

где  $x$  —  $n$ -мерный вектор;  $P(t)$  — диагональная и  $L(t)$  — квадратная матрицы, элементы которых суть непрерывные квазипериодические функции, определенные для всех вещественных значений  $t$ .

Предполагается, что элементы матрицы  $P(t)$  для всех  $t$  удовлетворяют условию

$$\operatorname{Re} p_1(t) \leq \gamma_1 < \gamma_2 \leq \operatorname{Re} p_2(t) \leq \gamma_3 < \gamma_4 \leq \dots \\ \dots \leq \operatorname{Re} p_{n-1}(t) \leq \gamma_{2n-3} < \gamma_{2n-2} \leq \operatorname{Re} p_n(t)$$

где  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{2n-2}$  — некоторые постоянные, а элементы матрицы  $L(t)$  — некоторым условиям малости так, чтобы выполнялись условия теоремы полного разделения (1) и неравенства типа (4).

Целью данной заметки является установление достаточных условий представления решений системы (1) в виде

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^n e^{\alpha_i t} f_{ij}(t) \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

где  $\alpha_i$  — постоянные;  $f_{ij}(t)$  — квазипериодические функции.

Упомянутые достаточные условия доказаны в предположении выполнения следующей теоремы полного разделения (1):

Если непрерывные квазипериодические элементы матрицы  $L(t)$  достаточно малы, то всегда можно указать непрерывную квазипериодическую матрицу разделения  $B(t)$  с элементами на главной диагонали, равными единице, такую, что замена переменных  $x(t) = B(t)\eta(t)$  позволяет разбить систему (1) на  $n$  независимых уравнений 1-го порядка вида

$$\frac{d\eta_i}{dt} = \left[ p_i(t) + \sum_{j=1}^n l_{ij}(t) b_{ji}(t) \right] \eta_i \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где  $l_{ij}$  и  $b_{ji}$  — интегрируемые в квадратурах.

Из этой теоремы следует, что решения системы (1) можно представить в виде (2), если неопределенный интеграл квазипериодических функций

$$\Lambda_i(t) = p_i(t) + \sum_{j=1}^n l_{ij}(t) b_{ji}(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

представим в виде

$$\int_0^t \Lambda_i(t) dt = \alpha_i t + \beta_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (3)$$

где  $\alpha_i$  — некоторые постоянные, а  $\beta_i(t)$  — квазипериодические функции. При этом функции  $f_{ij}(t)$  определяются посредством соотношений

$$f_{ij}(t) = b_{ij}(t) e^{\beta_j(t)}.$$

Таким образом, вопрос о представлении решений системы (1) в виде (2) сводится к выяснению достаточных условий представления неопределенных интегралов квазипериодических функций  $\Lambda_i(t)$  в виде (3). Такое представление, как показал Боль (2), не всегда является возможным.

**Теорема.** Если для системы (1) выполнены условия теоремы полного разделения и, кроме того, коэффициенты ее таковы, что определенные для всех значений переменных  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  непрерывные и периодические по каждой из этих переменных с периодом  $2\pi$  функции  $P_j(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$  и  $L_{ij}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) обладают достаточным числом непрерывных и ограниченных смешанных производных порядка  $M_1 + M_2 + \dots + M_s$  (по каждой из переменных  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  до порядка  $M_1, M_2, \dots, M_s$  соответственно, причем все  $M_i \geq s + 2$ ), а частотный базис  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s$  для любых целых  $n_1, n_2, \dots, n_s$  удовлетворяет неравенству Лиувилля

$$|n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + \dots + n_s \omega_s| \geq \frac{D}{(n_1^2 + n_2^2 + \dots + n_s^2)^{\frac{s-1+\alpha}{2}}},$$

где  $D$  и  $\alpha$  — некоторые постоянные, не зависящие от  $n_i$ , причем  $0 < \alpha < 1$ . то неопределенный интеграл квазипериодических функций  $\Lambda_i(t)$  представим в виде (3).

Заметим, что в формулировке теоремы фигурируют периодические функции  $s$  переменных, которые, как известно (3), всегда могут быть указаны для каждой квазипериодической функции.

Для доказательства этой теоремы потребуется следующее предложение.

**Вспомогательная теорема.** Если для системы (1) выполнены условия теоремы полного разделения и, кроме того, коэффициенты ее таковы, что определенные для всех значений переменных  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  непрерывные и периодические по этим переменным с периодом  $2\pi$  функции  $P_i(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$  и  $L_{ij}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) обладают ограниченными и непрерывными производными до порядка  $M_1 + M_2 + \dots + M_s$  (по каждой из переменных  $\varphi_i$  до порядка  $M_i$ , причем все  $M_i \geq s + 2$ ), то функции  $B_{ij}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) матрицы разделения также обладают непрерывными и ограниченными производными до порядка  $(M_1 - 1) + (M_2 - 1) + \dots + (M_s - 1)$ .

Для доказательства этого предложения достаточно показать, что все функции последовательностей

$$\left\{ \frac{\partial B_{ij}^{(m)}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)}{\partial \varphi_k} \right\}, \left\{ \frac{\partial^2 B_{ij}^{(m)}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)}{\partial \varphi_k \partial \varphi_l} \right\}, \dots$$

$$\dots, \left\{ \frac{\partial^{M_1+M_2+\dots+M_s} B_{ij}^{(m)}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)}{\partial \varphi_1^{M_1} \partial \varphi_2^{M_2} \dots \partial \varphi_s^{M_s}} \right\}$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j; m = 1, 2, \dots)$$

являются непрерывными и равномерно ограниченными.

этой целью необходимо оценить производные функций  $B_{ij}^{(m)}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$ , причем выражения для них получаем путем последовательного дифференцирования соотношения (ограничимся случаем  $i > j$ ):

$$\begin{aligned} B_{ij}^{(m)}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s) = & \\ = - \int_0^\infty \exp \left\{ - \int_0^\tau [P_i(\omega_1 t_1 + \varphi_1, \dots, \omega_s t_1 + \varphi_s) - \right. & \\ \left. - P_j(\omega_1 t_1 + \varphi_1, \dots, \omega_s t_1 + \varphi_s)] dt_1 \right\} \times & \\ \times \left[ - B_{ij}^{(m-1)}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) L_{jj}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) - \right. & \\ - B_{ij}^{(m-1)}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n L_{jk}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) \times & \\ \times B_{kj}^{(m-1)}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) + & \\ + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n L_{ik}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) B_{kj}^{(m-1)}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) + & \\ \left. + L_{ij}(\omega_1 \tau + \varphi_1, \dots, \omega_s \tau + \varphi_s) \right] d\tau, & \end{aligned}$$

ученного из соотношения (1,6) статьи (1) путем замены  $p_i(t)$ ,  $l_{ik}(t)$  и  $t$  функциями  $P_i(\omega_1 t + \varphi_1, \dots, \omega_s t + \varphi_s)$ ,  $L_{ik}(\omega_1 t + \varphi_1, \dots, \omega_s t + \varphi_s)$  и  $(\omega_1 t + \varphi_1, \dots, \omega_s t + \varphi_s)$  и исключения переменной  $t$ . Так например, функции последовательности  $\left\{ \frac{\partial B_{ij}^{(m)}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)}{\partial \varphi_k} \right\}$  будут равномерно ограничены одной и той же постоянной  $R$  для всех  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$ , и элементы матрицы  $L(t)$  настолько малы, что выполняется усло-

$$\frac{2^3}{\gamma^2} M \ln(1+Q)^2 + \frac{1}{\gamma} [Mn(1+Q)^2 + 2nLR(1+Q)] \leq R, \quad (4)$$

постоянная  $Q < 1/2$ ;  $M$  — максимум модуля производных функций  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  и  $L_{ij}(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$ ;  $\gamma = \inf_t \min_j \operatorname{Re} [p_{j+1}(t) - p_j(t)]$ .

Аналогично доказывается равномерная ограниченность последовательностей производных более высокого порядка при условии выполнения соотношений вида (4).

Доказательство теоремы. Для квазипериодических функций  $t$  имеют место равномерно и абсолютно сходящиеся разложения Фурье

$$f(t) = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_s} A_{n_1 n_2 \dots n_s}^i \exp [i(n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + \dots + n_s \omega_s) t] \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (5)$$

коэффициенты которых  $A_{n_1 n_2 \dots n_s}$  удовлетворяют оценке

$$|A_{n_1 n_2 \dots n_s}^i| \leq \frac{C}{n_1^{M_1-1} n_2^{M_2-1} \dots n_s^{M_s-1}}, \quad C = \text{const} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Интегрируя соотношение (5) по  $t$  в пределах от 0 до  $t$  и учитывая равенства Лиувилля, убеждаемся окончательно в справедливости (3) с



$\alpha_i = A_{00\dots 0}^i$  и квазипериодической функцией  $\beta_i(t)$ , являющейся пределом равномерно и абсолютно сходящегося ряда

$$\sum_{n_1 n_2 \dots n_s} A_{n_1 n_2 \dots n_s}^i \frac{\exp [i (n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + \dots + n_s \omega_s) t] - 1}{i (n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + \dots + n_s \omega_s)}.$$

Теорема доказана.

Заметим, что неравенствами Лиувилля в случаях двух линейно независимых частот пользовались Н. М. Крылов и Н. Н. Боголюбов <sup>(4)</sup> при построении приближенных решений в теории стационарных колебаний. На важность общего случая неравенств Лиувилля с  $s$  частотами в теории аналитических динамических систем впервые обратил внимание А. Н. Колмогоров <sup>(5)</sup>.

В заключение автор пользуется случаем выразить искреннюю благодарность акад. Н. Н. Боголюбову за ряд ценных советов и обсуждение работы.

Поступило  
26 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. Я. Лященко, Укр. матем. журн., 7, в. 4, 403 (1955). <sup>2</sup> P. B o h l, J. f. reine u. angew. Math., 131, 268 (1906). <sup>3</sup> P. B o h l, Ueber die Darstellung von Funktionen einer Variabeln durch trigonometrische Reihen mit mehreren einer Variabeln proportionalen Argumenten, Dorpat, 1893. <sup>4</sup> Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, Приложение методов нелинейной механики к теории стационарных колебаний, Киев, 1934. <sup>5</sup> А. Н. Колмогоров, ДАН, 98, № 4, 527 (1954).

Ш. С. ПХАКАДЗЕ

# НЕКОТОРЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ, ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ГИПОТЕЗЕ КОНТИНУУМА

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 25 VI 1956)

Пусть  $X$  — абстрактное пространство мощности  $\aleph_\gamma$ . Обозначим через  $\mathcal{F}$  данное семейство взаимно-однозначных преобразований пространства  $X$  через  $M$  — заданный класс множеств  $M \subset X$ . Далее, пусть  $\alpha$  — порядковое число меньше  $\gamma$ . Мы будем говорить, что множество  $A \subset X$  является почти  $(\aleph_\alpha)$   $F$ -инвариантным в абстрактном смысле, если  $\overline{A} = \aleph_\gamma$  и из соотношения  $f \in F$  следует, что

$$\overline{A \Delta f(A)} \leq \aleph_\alpha^*.$$

В абстрактном смысле почти  $(\aleph_\alpha)$   $F$ -инвариантное множество  $A \subset X$  будем в абстрактном смысле собственн почти  $(\aleph_\alpha)$   $F$ -инвариантным, если его дополнение  $CA$  также является в абстрактном смысле почти  $(\aleph_\alpha)$   $F$ -инвариантным множеством.

Далее, мы будем говорить, что класс  $M$  множеств  $M \subset X$  является  $F$ -инвариантным, если из соотношений  $M \in M$  и  $f \in F$  следует, что  $f(M) \in M$ .

Введем следующие обозначения:  $R^n$  — евклидово пространство  $n$  измерений;  $\tilde{L}^n$  — семейство линейных преобразований пространства  $R^n$ ;  $I^n$  — семейство изометрических преобразований пространства  $R^n$ ;  $S^n$  — семейство собственных движений пространства  $R^n$ ;  $\Pi^n$  — группа всех переносов пространства  $R^n$ ;  $D_I^n$  — класс множеств  $E \subset R^n$  первой категории, являющихся дополнениями множеств меры нуль в смысле Лебега;  $D_0^n$  — класс множеств  $E \subset R^n$  меры нуль в смысле Лебега, являющихся дополнениями множеств первой категории;  $I_0^n$  — любая (но раз навсегда фиксированная) группа взаимно-однозначных преобразований пространства  $R^n$ , удовлетворяющая условиям:  $\Pi^n \subset I_0^n$  и класс  $D_0^n$  является  $I_0^n$ -инвариантным. Так как  $D_I^n$  является классом дополнений множеств, принадлежащих к первой категории, очевидно, что  $D_I^n$  также является  $I_0^n$ -инвариантным. Кроме того очевидно, что  $D_0^n$  и  $D_I^n$  — непустые классы.

Серпинский <sup>(1)</sup> доказал следующую теорему (формулируем в наших терминах):

Теорема 1. Если  $\aleph = \aleph_1$ , то:

1. Существует множество  $E \subset R^1$  меры нуль в смысле Лебега, которое является собственн почти  $(\aleph_0)$   $\Pi^1$ -инвариантным в абстрактном смысле.

2. Существует множество  $E \subset R^1$  первой категории, которое является собственн почти  $(\aleph_0)$   $\Pi^1$ -инвариантным в абстрактном смысле.

\* Если  $A$  и  $B$  — некоторые заданные множества, то через  $A \Delta B$  обозначают так называемую симметрическую разность  $(A - B) \cup (B - A)$  множеств  $A$  и  $B$ .

Мы обобщили этот результат в разных направлениях. Именно, мы получили следующий результат.

Теорема 2. Следующие гипотезы эквивалентны между собой:

1.  $\aleph = \aleph_1$ .

2. Существует множество  $E \subset \mathbb{R}^n$  меры нуль в смысле Лебега, которое является в абстрактном смысле собственно почти  $(\aleph_0)$   $I_0^n$ -инвариантным.

3. Существует множество  $E \subset \mathbb{R}^n$  первой категории, которое является в абстрактном смысле собственно почти  $(\aleph_0)$   $I_0^n$ -инвариантным.

4. Существует в абстрактном смысле собственно почти  $(\aleph_0)$   $I_0^n$ -инвариантное множество.

5. Существует множество  $E \subset \mathbb{R}^n$ , которое одновременно является множеством первой категории, меры нуль в смысле Лебега и собственно почти  $(\aleph_0)$   $\Pi^n$ -инвариантным в абстрактном смысле.

Замечание. Заменяя символ  $I_0^n$  в формулировках пунктов 2—4 любым символом из  $\Pi^n$ ,  $S^n$ ,  $I^n$  и  $\bar{L}^n$ , независимо друг от друга, получим ряд предложений, эквивалентных 1. Следовательно, полученные таким образом предложения являются и эквивалентными между собою.

Приведем формулировки некоторых результатов, полученных попутно при доказательстве предыдущей теоремы.

Теорема 3. Пусть  $\gamma$  — порядковое число такое, что  $\aleph_\gamma < \aleph$ . Тогда класс в абстрактном смысле собственно почти  $(\aleph_\gamma)$   $I_0^n$ -инвариантных множеств  $E \subset \mathbb{R}^n$  не пуст тогда и только тогда, когда  $\aleph = \aleph_{\gamma+1}$ .

Следствие. Если  $\aleph = \aleph_\beta$  и  $\beta$  — предельное порядковое число, то для каждого порядкового числа  $\alpha < \beta$  класс в абстрактном смысле собственно почти  $(\aleph_\alpha)$   $I_0^n$ -инвариантных множеств является пустым.

Теорема 4. Пусть  $E$  — множество из  $\mathbb{R}^n$  такое, что  $\bar{E} = \overline{CE} = \aleph$ . Тогда для любого порядкового числа  $\alpha$ , удовлетворяющего условию  $\aleph_\alpha < \aleph$ , существует перенос  $\pi \in \Pi^n$  такой, что

$$\overline{\Pi(E) \cdot CE} \geq \aleph_\alpha.$$

Следствие. Если  $\alpha$  — порядковое число такое, что  $\aleph_{\alpha+1} < \aleph$ , то класс в абстрактном смысле собственно почти  $(\aleph_\alpha)$   $I_0^n$ -инвариантных множеств является пустым.

Мы будем говорить, что множества  $A$  и  $B$  из  $\mathbb{R}^n$  являются  $\Pi^n$ -конгруэнтными, если существует такой перенос  $\pi \in \Pi^n$ , что  $\pi(A) = B$ .

Теорема 5. Либо для любого множества  $E \in D_1^n$  ( $E \in D_0^n$ ) пространство  $\mathbb{R}^n$  представимо в виде суммы слагаемых, каждое из которых  $\Pi^n$ -конгруэнтно множеству  $E$  и число слагаемых меньше чем мощность континуума, либо существует множество  $A \subset \mathbb{R}^n$  меры нуль в смысле Лебега (множество  $A \subset \mathbb{R}^n$  первой категории), покрывающее любое неконтигуальное множество пространства  $\mathbb{R}^n$  с помощью переноса и, следовательно, любое неконтигуальное множество пространства  $\mathbb{R}^n$  является множеством меры нуль в смысле Лебега (множеством первой категории).

Тбилисский математический институт  
им. А. М. Размадзе  
Академии наук ГрузССР

Поступило  
22 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> W. Sierpiński, Hypothèse du continu, Monografie Matematyczne, 4, Warszawa — Lwow, 1934.



# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ К НАХОЖДЕНИЮ СЕПАРАТРИС

(Представлено академиком И. Г. Петровским 2 VII 1956)

Рассмотрим уравнение

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \varphi(x) \frac{dx}{dt} + f(x) = 0, \quad (1)$$

функции  $\varphi(x)$  и  $f(x)$  удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} \varphi(x) \geq m > 0; \quad f(0) = 0; \quad xf(x) > 0 \quad \text{в окрестности } x = 0; \\ f(x_1) = f(x_2) = 0; \quad f'(x_1) \neq 0; \quad f'(x_2) \neq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x = x_1 > 0$ ,  $x = x_2 < 0$  — ближайшие к  $x = 0$  нули функции  $f(x)$ .  
Для простоты изложения функции  $\varphi(x)$  и  $f(x)$  предположим всюду непрерывно дифференцируемыми.

Исследование траекторий системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y, \\ \frac{dy}{dt} &= -\varphi(x)y - f(x), \end{aligned} \quad (3)$$

соответствующего уравнению (1), имеет важное значение в технике, особенно в электротехнике. Частные виды уравнений (1) изучались в работах (1-5) и др.

Заметим, что выполнение условий (2) обеспечивает для системы (3) отсутствие особых точек  $(x_1, 0)$  и  $(x_2, 0)$  седлообразного типа. С помощью функций Ляпунова (6), например,

$$v(x, y) = y^2 + 2 \int_0^x f(x) dx, \quad (4)$$

выполнения условий (2) без особого труда устанавливается асимптотическая устойчивость (6) положения равновесия  $(0, 0)$  рассматриваемой системы. Очевидно (7), область притяжения нулевого решения  $y \equiv 0$ ,  $y(t) \equiv 0$  системы (3), удовлетворяющей условиям (2), т. е. окрестность всех точек, притягиваемых началом координат, ограничена интегральными кривыми, которые примыкают к особым точкам  $(x_1, 0)$  и  $(x_2, 0)$ . Эти кривые в дальнейшем будем называть сепаратрисами. Легко заметить, что задача оценки области притяжения, а также разграничения — классификации — того или другого качественного расположения интегральных кривых системы (3) сводится либо к нахождению, либо к оценке сепаратрис системы.

Ниже дается обоснование метода последовательных приближений для нахождения сепаратрис системы (3), удовлетворяющей условиям (2). Следует заметить, что сходимость последовательных приближений в данном случае не вытекает из общих принципов, например из принципа сжатых

отображений. Применение же метода последовательных приближений в виде, детально разработанном Н. В. Адамовым <sup>(8)</sup>, чрезвычайно затруднено, поскольку для системы (3) не выполняется одно из необходимых условий сходимости процесса: функция  $f(x)/y$  не является сама непрерывной и не имеет непрерывной по  $y$  производной.

Рассмотрим последовательные приближения для  $0 \leq x \leq x_1$ , задаваемые оператором

$$y_n(x) = \int_x^{x_1} \varphi(x) dx + \int_x^{x_1} \frac{f(x)}{y_{n-1}(x)} dx, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

при

$$y_0(x) = \left( 2 \int_x^{x_1} f(x) dx \right)^{1/2}. \quad (6)$$

**Теорема.** Если функции  $\varphi(x)$  и  $f(x)$ , помимо условий (2), удовлетворяют, по крайней мере для  $0 \leq x < x_1$ , неравенству

$$\int_x^{x_1} \frac{\varphi(x) y_1(x) y_0(x) - f(x) \int_x^{x_1} \varphi(x) dx}{y_1(x) y_0(x)} dx > 0, \quad (7)$$

где

$$y_1(x) = \int_x^{x_1} \varphi(x) dx + y_0(x),$$

то последовательные приближения (5) на промежутке  $0 \leq x \leq x_1$  изменения  $x$  равномерно сходятся к решению  $y(x) = S(x)$  системы (3), причем кривая  $y = S(x)$  есть сепаратриса системы (3), примыкающая к точке  $(x_1, 0)$  во втором квадрате достаточно малой окрестности этой точки.

Как нетрудно показать, для  $0 \leq x \leq x_1$  при выполнении условия (6) оператор (5) является антимонотонным: кривые

$$y = y_{2n}(x) \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (8)$$

на рассматриваемом промежутке изменения  $x$  расположены ниже сепаратрисы  $y = S(x)$  и так, что выполняются соотношения

$$y_0(x) < y_2(x) < \dots < y_{2n}(x) < \dots < S(x); \quad (9)$$

кривые

$$y = y_{2n+1}(x) \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (10)$$

для  $0 \leq x \leq x_1$  расположены выше сепаратрисы  $y = S(x)$ , причем справедливы неравенства

$$y_1(x) > y_3(x) > \dots > y_{2n+1}(x) > \dots > S(x). \quad (11)$$

Несложными рассуждениями доказывается равномерная сходимость последовательностей  $\{y_{2n}(x)\}$  и  $\{y_{2n+1}(x)\}$  соответственно к функциям  $S_1(x)$  и  $S_2(x)$ , которые удовлетворяют уравнениям

$$S_1(x) = \int_x^{x_1} \varphi(x) dx + \int_x^{x_1} \frac{f(x)}{S_2(x)} dx; \quad (12)$$

$$S_2(x) = \int_x^{x_1} \varphi(x) dx + \int_x^{x_1} \frac{f(x)}{S_1(x)} dx. \quad (13)$$

Покажем, что для  $0 \leq x \leq x_1$  выполняется соотношение

$$S_1(x) \equiv S_2(x) \equiv S(x). \quad (14)$$

Пусть

$$u(x) = \frac{S_1(x)}{S_2(x)}. \quad (15)$$

Тогда из уравнений (12) и (13) имеем:

$$\frac{du}{dx} = \frac{\varphi(x)}{S_2(x)} (u - 1). \quad (16)$$

Из выполнения свойств (2) для функций  $\varphi(x)$  и  $f(x)$  нашей системы и  $0 \leq x \leq x_1$  следует справедливость неравенств

$$S_2(x) \leq b(x_1 - x), \quad \varphi(x) \geq m, \quad (17)$$

где  $b$  и  $m$  — некоторые конечные положительные числа. Неравенства (17) обеспечивают для любого  $x$  рассматриваемого промежутка изменения справедливость соотношения

$$\int_x^{x_1} \frac{\varphi(x)}{S_2(x)} dx \geq \frac{m}{b} \int_x^{x_1} \frac{dx}{x_1 - x} = +\infty, \quad (18)$$

что дает нам

$$\int_x^{x_1} \frac{\varphi(x)}{S_2(x)} dx = -\infty. \quad (19)$$

Решая уравнения (16), получаем

$$\frac{u(x) - 1}{u(x_1) - 1} = \exp \left[ \int_{x_1}^x \frac{\varphi(x)}{S_2(x)} dx \right], \quad (20)$$

куда, принимая во внимание (19), имеем

$$\frac{u(x) - 1}{u(x_1) - 1} = 0. \quad (21)$$

Но легко видеть, что разность  $u(x_1) - 1$  является конечной величиной. В самом деле, очевидно:

$$\lim_{x \rightarrow x_1} u(x) = \lim_{x \rightarrow x_1} \frac{S_1(x)}{S_2(x)} = \frac{S'_1(x_1)}{S'_2(x_1)} \neq \infty, \quad (22)$$

так как  $S'_1(x)$  и  $S'_2(x)$  существуют и имеют конечные, ненулевые значения. Итак, условие (21) возможно лишь при выполнении соотношения

$$u(x) = 1 \quad (23)$$

для любого  $x$  из промежутка  $0 \leq x \leq x_1$ , что и доказывает справедливость (14).

Построенные нами последовательные приближения позволяют не только находить сепаратрису  $y = S(x)$  для  $0 \leq x \leq x_1$  в результате бесконечного приближения, но также и оценивать ее, заключив соответственно между бесконтактными кривыми — приближениями (8) и (10).

Аналогичные теоремы могут быть сформулированы и доказаны и для остальных сепаратрис системы (3), примыкающих к особым точкам  $(x_1, 0)$  и  $(x_2, 0)$ .

Уральский политехнический институт  
им. С. М. Кирова

Поступило  
30 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> F. Tricomi, Ann. della R. Scuola normale superiore di Pisa, **2**, **2** (1933).  
<sup>2</sup> A. Merio, Ann. Mat. pura, appl., (4), **30**, 75 (1949). <sup>3</sup> L. Seifert, Zs. f. angew. Math. u. Phys., **3**, 6 (1952). <sup>4</sup> Л. Н. Белюстина, Памяти акад. А. А. Андропова, Изв. АН СССР, 1955, стр. 173. <sup>5</sup> Л. Н. Белюстина, Изв. АН СССР, ОТН, № 10, (1954). <sup>6</sup> Е. А. Барбашин, Н. Н. Красовский, ДАН, **86**, № 3, 453 (1952).  
<sup>7</sup> П. Еругин, Прикладн. матем. и мех., в. 2, 233 (1951). <sup>8</sup> Н. В. Адамов, ДАН, № 4—5, 219 (1938).



Б. В. ХВЕДЕЛИДЗЕ

# СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ЯДРАМИ КОШИ В КЛАССЕ ФУНКЦИЙ, СУММИРУЕМЫХ С ВЕСОМ

(Представлено академиком Н. И. Мухелишвили 25 VI 1956)

1. В этой заметке мы будем пользоваться терминами, обозначениями и условиями, введенными нами в заметке (1). Введем еще следующие обозначения:

$$N_0 \varphi = a(t) \varphi(t) + b(t) S \varphi; \quad S \varphi = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau, \quad t \in \Gamma,$$

$$N_0^* \varphi = a(t) \varphi(t) - S(b \varphi);$$

где  $a(t)$ ,  $b(t)$  — заданные на  $\Gamma$  функции.

Рассмотрим интегральное уравнение

$$N_0 \varphi = f(t), \quad (1)$$

где  $f(t)$  — функция, заданная на  $\Gamma$ ;  $a(t)$ ,  $b(t)$  будем называть коэффициентами,  $f(t)$  — свободным членом уравнения (1).

Впервые эффективный способ решения уравнения (1) был указан Карлеманом (2). Способ этот заключается в следующем: рассматривается интеграл типа Коши

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(\tau)}{\tau - z} d\tau. \quad (2)$$

Применяя известные формулы Сохоцкого — Племеля, непосредственно получим, что если  $\varphi(t)$  есть решение уравнения (1), то функция  $\Phi(z)$ , определяемая формулой (2), будет решением граничной задачи

$$\Phi^+(t) = A(t) \Phi^-(t) + B(t), \quad (3)$$

где

$$A(t) = [a^*(t) - b(t)][a^*(t) + b(t)]^{-1}, \quad B(t) = f(t)[a(t) + b(t)]^{-1}.$$

Обратно, если  $\Phi(z)$  есть решение задачи (3), то при некоторых дополнительных условиях функция

$$\varphi(t) = \Phi^+(t) - \Phi^-(t) \quad (4)$$

будет решением уравнения (1).

Этим путем уравнение (1) было решено Карлеманом (2) эффективно (в квадратурах) при весьма жестких предположениях для заданных и неизвестных элементов. В дальнейшем в работах И. Н. Векуа (3, 4), Н. И. Мухелишвили, Н. И. Мухелишвили и Д. А. Квеселава, Ф. Д. Гахова (см. (1)) и др. при помощи развития указанного способа Карлемана уравнение (1) было решено в квадратурах в случае, когда  $\Gamma$  представляет собой конечную совокупность замкнутых или разомкнутых взаимно непересекающихся гладких линий, функции  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $f(t)$  удовлетворяют условию Гельдера или принадлежат к классу  $H(\Gamma; c, \dots, c_m)$ , а искомая функция удовлетворяет условию Гельдера или принадлежит к классу  $H^*$  (4). Затем

Г. Магнарадзе в этих результатах заменил класс Гельдера более широкими подклассами непрерывных функций. В статьях <sup>(5, 6)</sup> мы показали, что уравнение (1) можно решить в квадратурах и тогда, когда  $a(t)$  и  $b(t)$  удовлетворяют условию Дини, а свободный член и искомая функция суммируемы некоторой степени.

Внимательное рассмотрение результатов указанных выше работ убеждает нас, что когда  $\Gamma$  — разомкнутая линия, или, в случае замкнутого  $\Gamma$ , когда коэффициенты уравнения (1) терпят разрывы первого рода, или же когда выражение  $a^2(t) - b^2(t)$  обращается в нуль или в бесконечность (порядка  $\frac{1}{2}$  единицы) в некоторых точках линии  $\Gamma$ , то естественно в качестве достижимых функций для решений уравнения (1) рассмотреть суммируемые функции с весом. До сих пор в этом направлении был изучен частный случай уравнения (1), когда  $\Gamma$  есть некоторая совокупность отрезков вещественной оси и  $a(t) \equiv 0$ . Среди таких работ особо следует отметить работу И. Ахизера <sup>(7)</sup>.

В общем случае (когда  $a(t) \not\equiv 0$ ) для решения уравнения (1) в классе функций, суммируемых с весом, надо было (если учесть указанный в начале статьи способ Карлемана) найти все решения задачи (3), представимые интегралом типа Коши, принадлежащим некоторому суммируемому классу с весом. Это нами сделано в заметке <sup>(1)</sup>, что и дает возможность получить выводимые ниже результаты.

2. Пусть коэффициенты уравнения (1) таковы, что

$$\begin{aligned} a(t) + b(t) &= \prod_{k=n_1+1}^{n_2} (t - c_k)^{\lambda_k} \prod_{k=n_2+1}^n (t - c_k)^{-\lambda_k} \times \\ &\times \prod_{k=n_4+1}^{m_1} \ln^{-\mu_k} (t - c_k) \prod_{k=m_1+1}^m \ln^{\mu_k} (t - c_k) a_1(t), \\ a(t) - b(t) &= \prod_{k=n_2+1}^{n_3} (t - c_k)^{\lambda_k} \prod_{k=n_3+1}^n (t - c_k)^{-\lambda_k} \times \\ &\times \prod_{k=n+1}^{n_4} \ln^{-\mu_k} (t - c_k) \prod_{k=m_1+1}^m \ln^{\mu_k} (t - c_k) b_1(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq n \leq n_4 \leq m_1 \leq m$ ;  $0 \leq \operatorname{Re} \lambda_k < 1$ ;  $\operatorname{Re} \mu_k \geq 0$ ; функции  $a_1(t)$  и  $b_1(t)$  отличны от нуля всюду на  $\Gamma$  и принадлежат к классу  $L_p(\Gamma; c_1, \dots, c_{n_1})$ ;  $c_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) — некоторые точки линии  $\Gamma$ . Пусть  $\alpha_k = \operatorname{Re} \lambda_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , причем числа  $\alpha_k$ ,  $k = 1, \dots, n_1$ , обозначают параметры <sup>(1)</sup> функции  $b_1(t) a_1^{-1}(t)$  в точках  $c_k$ ,  $k = 1, \dots, n_1$ . Решение  $f(t)$  уравнения (1) мы будем искать в классе  $L_{p_1}(c_{n_2+1}, \dots, c_n)$ , определяемом с помощью параметров  $\alpha_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

$$\begin{aligned} f(t) \in L_p \left( \Gamma; \prod_{k=1}^{n_1} |t - c_k|^{\alpha_k(p-1)} \prod_{k=n_1+1}^{n_2} |t - c_k|^{-\alpha_k} \times \right. \\ \left. \times \prod_{k=n_2+1}^{n_3} |t - c_k|^{-\alpha_k(p+1)} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\alpha_k = \operatorname{Re} \lambda_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , причем числа  $\alpha_k$ ,  $k = 1, \dots, n_1$ , обозначают параметры <sup>(1)</sup> функции  $b_1(t) a_1^{-1}(t)$  в точках  $c_k$ ,  $k = 1, \dots, n_1$ . Решение  $f(t)$  уравнения (1) мы будем искать в классе  $L_{p_1}(c_{n_2+1}, \dots, c_n)$ , определяемом с помощью параметров  $\alpha_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

Применяя указанный нами выше способ Карлемана и соответствующие результаты заметки <sup>(1)</sup>, получим, что при наших ограничениях, если  $\kappa = \operatorname{ind} [A(t); \Gamma] \geq 0$ , то уравнение (1) всегда разрешимо в классе  $L_{p_1}(c_{n_2+1}, \dots, c_n)$  и все его решения представляются формулой

$$\varphi(t) = a_0(t) f(t) - \omega(t) b_0(t) S \left( \frac{f}{\omega} \right) + \omega(t) b_0(t) P_{\kappa-1}(t), \quad (7)$$

где

$$a_0(t) = a(t)[a^2(t) - b^2(t)]^{-1}, \quad b_0(t) = b(t)[a^2(t) - b^2(t)]^{-1};$$

$$\omega(t) = [a(t) + b(t)] \Phi_0^+(t);$$

$P_{\kappa-1}$  — произвольный полином степени  $\kappa - 1$ , причем  $P_{\kappa-1}(t) \equiv 0$ , если  $\kappa - 1 < 0$ ;  $\Phi_0(z)$  — каноническая функция для  $A(t)$ .

Если  $\kappa < 0$ , то уравнение (1) имеет решение в классе  $l_{p_1}(c_{n_2+1}, \dots, c_n)$  тогда и только тогда, когда выполнены условия

$$\int_{\Gamma} t^k \omega^{-1}(t) f(t) dt = 0, \quad k = 0, 1, \dots, -\kappa - 1; \quad (8)$$

при этом уравнение имеет единственное решение, получаемое из (7) когда  $P_{\kappa-1}(t) \equiv 0$ .

Если функция  $f(t)$ , наряду с условием (6), удовлетворяет также условиям  $f(t) \in L_p \left( \Gamma; \prod_{k=n+1}^{m_1} |t - c_k|^\varepsilon \right)$  где  $\varepsilon$  — произвольное нефиксированное положительное число такое, что  $\varepsilon < \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_0$  — достаточно малое фиксированное число, то при решении уравнения (1) индекс класса Лебега остается неизменным (т. е.  $p_1 = p$ ).

Аналогично можно найти решение в квадратурах для уравнения  $N_0^* \varphi = f$ .

Формула (7) дает возможность изучить ряд свойств решения уравнения (1) в зависимости от тех или иных свойств коэффициентов и свободного члена уравнения. Так например, если  $a(t), b(t) \in H(\Gamma; c, \dots, c_n)$ ,  $f(t) \in H^*$ , то всякое решение уравнения (1), принадлежащее классу  $l_p(0)$ , принадлежит также классу  $H^*$ .

3. Известно, что одной из основных задач в теории сингулярных интегральных уравнений с ядрами Коши является задача регуляризации. Задача эта заключается в следующем: для данного сингулярного интегрального уравнения требуется построить такое уравнение Фредгольма, чтобы среди решений этого последнего находились все решения сингулярного интегрального уравнения. В случае, когда  $\Gamma$  — замкнутая линия, а коэффициенты сингулярного интегрального уравнения непрерывны, решить задачу регуляризации удастся без привлечения граничных задач теории аналитических функций (<sup>4</sup>, <sup>8</sup>). В случае же, когда  $\Gamma$  — разомкнутая линия, или когда  $\Gamma$  замкнута, но коэффициенты уравнения имеют разрывы первого рода решить задачу регуляризации до сих пор удавалось только с помощью привлечения граничной задачи Римана — Привалова (<sup>9</sup>). Так как последняя задача в случае нескольких неизвестных функций в общем случае эффективно не решается, то до сих пор в случае системы сингулярных интегральных уравнений была показана (<sup>9</sup>) лишь возможность решения задачи регуляризации без эффективного построения регулярного интегрального уравнения Фредгольма. Этот пробел в теории сингулярных интегральных уравнений можно легко восполнить, как это будет показано ниже, если в качестве допустимых функций для решения будем рассматривать некоторые суммируемые функции с весом.

4. Пусть  $\rho(t)$  — неотрицательная почти всюду конечная и почти всюду отличная от нуля измеримая функция на  $\Gamma$ , а  $\varphi(t) = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$  — вектор компоненты которого являются функциями из класса  $L_p(\Gamma; \rho)$ . Определим норму вектора  $\varphi(t)$  равенством

$$\|\varphi\|^p = \int_{\Gamma} \rho(t) \sum_{k=1}^n |\varphi_k(t)|^p ds. \quad (9)$$

Таким образом мы получим некоторое пространство Банаха, которое будем обозначать также через  $L_p(\Gamma; \rho)$ . Легко можно показать, что общий ви-



линейного функционала, определенного на пространстве  $L_p(\Gamma; \rho)$ , имеет вид

$$l\varphi = \int_{\Gamma} \varphi(t) \psi(t) dt, \quad \psi(t) \in L_q(\Gamma; \rho^{1-q}). \quad (10)$$

Рассмотрим теперь оператор  $N_0$ , в котором  $a(t)$ ,  $b(t)$  — известные матрицы, удовлетворяющие условиям

$$a(t), b(t) \in C(\Gamma; c_1, \dots, c_m), \quad \det a_0(t) \cdot \det b_0(t) \neq 0 \text{ всюду на } \Gamma, \quad (11)$$

$$a_0(t) = a(t) + b(t), \quad b_0(t) = a(t) - b(t).$$

Пусть  $\rho(t)$  — неотрицательная непрерывная функция, удовлетворяющая условиям: 1)  $\rho(t)$  обращается в нуль лишь в точках  $c_1, \dots, c_m$ ; 2)  $\rho(t) \in L_{1-q}(\Gamma)$ ; 3)  $\|S\varphi\| \leq M \|\varphi\|$ , где норма рассматривается в смысле пространства  $L_p(\Gamma; \rho)$  или  $L_p(\Gamma; \rho^{1-q})$ ;  $M$  — положительная постоянная, не зависящая от  $\varphi$ . Примером функции, удовлетворяющей

всем этим условиям, является функция  $\rho(t) = \prod_{k=1}^m |t - c_k|^{\alpha_k(p-1)}$ , где  $\alpha_k$  — произвольные вещественные числа такие, что  $0 < \alpha_k < 1$ ,  $k = 1, \dots, m$ .

Рассмотрим оператор

$$M\varphi = a_1(t)\varphi(t) + \omega^{-1}(t)S(\omega b_1\varphi), \quad (12)$$

$$\text{где } \omega(t) = \rho^{q-1}(t), \quad 2a_1(t) = a_0^{-1}(t) + b_0^{-1}(t), \quad 2b_1(t) = a_0^{-1}(t) - b_0^{-1}(t).$$

Доказывается, что если  $\varphi \in L_p(\Gamma; \rho)$ , то

$$MN_0\varphi = \varphi + \vartheta\varphi, \quad (13)$$

где  $\vartheta$  — вполне непрерывный оператор, отображающий пространство  $L_p(\Gamma; \rho)$  в себя. Таким образом, оператор (12) дает возможность решить задачу регуляризации для уравнения

$$N_0\varphi + \vartheta\varphi = f, \quad f \in L_p(\Gamma; \rho), \quad (14)$$

в классе функций  $L_p(\Gamma; \rho)$  как в случае одного уравнения (т. е. когда  $a, b, f, \varphi$  — функции), так и в случае системы таких уравнений (т. е.  $a, b$  — матрицы,  $f$  и  $\varphi$  — векторы).

Этот результат дает возможность доказать все теоремы Нетера для уравнения (14) в указанных выше предположениях относительно  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $f(t)$ ,  $\varphi(t)$  и  $\Gamma$ .

Тбилисский математический институт  
им. А. М. Размадзе  
Академии наук ГрузССР

Поступило  
14 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Б. В. Хведелидзе, ДАН, **111**, № 1 (1956). <sup>2</sup> T. Carleman, Ark. f. Mat., Astr. och Fys., **16**, 26 (1922). <sup>3</sup> И. Н. Векуа, ДАН, **26**, 4 (1940). <sup>4</sup> Н. И. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, М., 1946. <sup>5</sup> Б. В. Хведелидзе, ДАН, **76**, 3 (1951). <sup>6</sup> Б. В. Хведелидзе, Сообщ. АН ГрузССР, **12**, 2 (1951). <sup>7</sup> Н. И. Ахиезер, Изв. АН СССР, сер. матем., **9**, № 4, 275 (1945). <sup>8</sup> С. Г. Михлин, ДАН, **59**, № 3 (1948). <sup>9</sup> Н. П. Векуа, Системы сингулярных интегральных уравнений, М., 1950.

Е. П. ПОПОВ

ОДНО ОБОБЩЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОГО МЕТОДА  
Н. Н. БОГОЛЮБОВА В ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 1 VI 1956)

Асимптотический метод Н. Н. Боголюбова в разделе собственных колебаний книги (1) изложен применительно к дифференциальному уравнению вида

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right). \quad (1)$$

Метод позволяет определять периодические колебания, а также колебательные процессы с медленно меняющимися амплитудой и частотой. В работе (2) этот метод распространен также и на системы высокого порядка.

Во многих технических задачах, особенно в теории автоматического регулирования, необходимо бывает исследовать быстро затухающие колебательные процессы. В связи с этим представляет интерес построение асимптотического решения дифференциального уравнения вида

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b \frac{dx}{dt} + c^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right), \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  — малый параметр;  $b$ ,  $c$  — вещественные постоянные числа;  $f(x, dx/dt)$  — заданная нелинейная функция.

При  $\varepsilon = 0$  в случае комплексных корней характеристического уравнения  $p^2 + 2bp + c^2 = 0$  решение уравнения (2) имеет вид

$$x = a \cos \psi, \quad a = a_0 e^{-bt}, \quad \psi = \omega t + \psi_0, \quad \omega = \sqrt{c^2 - b^2}. \quad (3)$$

Следуя идее асимптотического метода Н. Н. Боголюбова, будем искать решение уравнения (2) при  $\varepsilon \neq 0$  в форме

$$x = a \cos \psi + \varepsilon \varphi_1(a, \psi) + \varepsilon^2 \varphi_2(a, \psi) + \dots, \quad (4)$$

но с иными выражениями для  $a(t)$  и  $\psi(t)$ , нежели в (3), а именно:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -ba + \varepsilon \Phi_1(a) + \varepsilon^2 \Phi_2(a) + \dots, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

причем  $\omega$  имеет то же значение, что и в (3).

Рассматривая (4) и (5) как формальные ряды, ограничимся в них наибольшим конечным числом членов  $m$  (1, 2, ...) и будем искать функции  $\varphi_1(a, \psi)$ ,  $\varphi_2(a, \psi)$ , ...,  $\Phi_1(a)$ ,  $\Phi_2(a)$ , ...,  $B_1(a)$ ,  $B_2(a)$ , ... так, чтобы

$\varphi(t)$  и  $\psi(t)$ , фигурирующие в (4) и (5), удовлетворяли заданному дифференциальному уравнению (2) с точностью до величин порядка  $\epsilon^{m+1}$ .

Проведем подстановку искомого решения (4) и (5) в уравнение (2), проводящуюся рядом довольно громоздких выкладок, подобных выкладкам книги (1), и приравняем затем коэффициенты при одинаковых степенях  $\epsilon$ . В результате получим ряд уравнений:

$$\begin{aligned} & -2\omega B_1 a \cos \psi - ba \frac{d\Phi_1}{da} \cos \psi - 2a\omega \Phi_1 \sin \psi + ba^2 \frac{dB_1}{da} \sin \psi + \\ & + \omega^2 \varphi_1 + \omega^2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \psi^2} - 2ba\omega \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial a \partial \psi} + b^2 a^2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial a^2} + b^2 a \frac{\partial \varphi_1}{\partial a} = \\ & = f(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & -B_1^2 a \cos \psi - 2\omega B_2 a \cos \psi - ba \frac{d\Phi_2}{da} \cos \psi - 2\omega \Phi_2 \sin \psi - 2\Phi_1 B_1 \sin \psi + \\ & + \Phi_1 \frac{d\Phi_1}{da} \cos \psi - a\Phi_1 \frac{dB_1}{da} \sin \psi + ba^2 \frac{dB_2}{da} \sin \psi + \omega^2 \varphi_2 + 2\omega B_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \psi^2} + \\ & + \omega^2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial \psi^2} - ba \frac{dB_1}{da} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \psi} + 2\omega \Phi_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial a \partial \psi} - 2ba B_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial a \partial \psi} - 2ba\omega \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial a \partial \psi} - \\ & - 2b\Phi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial a} - ba \frac{d\Phi_1}{da} \frac{\partial \varphi_1}{\partial a} + b^2 a \frac{\partial \varphi_2}{\partial a} - 2ba\Phi_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial a^2} + b^3 a^2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial a^2} = \\ & = \varphi_1 f'_x(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi) + (\Phi_1 \cos \psi - aB_1 \sin \psi - b\varphi_1 - \\ & - ba \frac{\partial \varphi_1}{\partial a} + \omega \frac{\partial \varphi_1}{\partial \psi}) f'_x(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi), \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Будем считать, что функция  $\varphi_1(a, \psi)$  не содержит в себе членов с  $\sin \psi$  и  $\cos \psi$ , так как таковые естественно включить целиком в первоелагаемое решения (4). Тогда, разложив правую часть (6) в тригонометрический ряд и приравняв соответствующие коэффициенты обеих частей уравнения (6), получим

$$-2\omega \Phi_1 + ba^2 \frac{dB_1}{da} = h_1(a), \quad -2a\omega B_1 - ba \frac{d\Phi_1}{da} = g_1(a), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & ba^2 \frac{d^2 \varphi_1}{da^2} + b^2 a \frac{\partial \varphi_1}{\partial a} + \omega^2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \psi^2} - 2ba\omega \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial a \partial \psi} + \omega^2 \varphi_1 = \\ & = g_0(a) + \sum_{r=2}^{\infty} [g_r(a) \cos r\psi + h_r(a) \sin r\psi], \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$g_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi) d\psi,$$

$$g_r(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi) \cos r\psi d\psi,$$

$$h_r(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi) \sin r\psi d\psi \quad (r = 1, 2, \dots, \infty).$$

Частными решениями двух уравнений (8) определяются функции  $\Phi_1(a)$  и  $B_1(a)$ . Тем самым мы находим первое приближение (5). Далее из уравнения (9) определяется функция  $\varphi_1(a, \psi)$ , причем последняя ищется в виде ряда

$$\varphi_1(a, \psi) = v_0(a) + \sum_{r=2}^{\infty} [v_r(a) \cos r\psi + w_r(a) \sin r\psi],$$



коэффициенты которого неизвестны. Подстановка этого выражения в (9) дает возможность найти все коэффициенты  $v_0, v_r, w_r$  через величины  $g_0, g_r, h_r$ .

После этого аналогично поступаем с уравнением (7), из которого определяем  $\Phi_2(a), B_2(a)$ , что дает нам второе приближение и функцию  $\varphi_2(a, \psi)$ , и т. д.

Ограничимся далее рассмотрением только первого приближения, представив его в виде

$$x = a \cos \psi, \quad \frac{dx}{dt} = -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi, \quad (10)$$

причем

$$\frac{da}{dt} = a\alpha_I(a), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_I(a),$$

где

$$\alpha_I(a) = -b + \varepsilon \frac{\Phi_1(a)}{a}, \quad (11)$$

$$\omega_I(a) = \omega + \varepsilon B_1(a), \quad \omega_I^2(a) = \omega^2 + \varepsilon 2\omega B_1(a).$$

Здесь  $\alpha_I$  и  $\omega_I$ , используя терминологию линейной теории, можно называть, соответственно, «мгновенным» показателем затухания и «мгновенной» частотой исследуемого нелинейного процесса, причем «мгновенная постоянная времени» затухания амплитуды колебаний будет  $T(a) = -1/\alpha_I(a)$ . При этом  $b$  и  $\omega = \sqrt{c^2 - b^2}$  являются, соответственно, показателем затухания и частотой колебаний линейной системы (2) при  $\varepsilon = 0$ .

Уравнения (8) для определения функций  $\Phi_1(a)$  и  $B_1(a)$  можно представить в виде

$$2\omega\Phi_1(a) = \beta(a) + ba^2 \frac{dB_1}{da}, \quad 2\omega B_1(a) - \gamma(a) = b \frac{d\Phi_1}{da}, \quad (12)$$

где

$$\beta(a) = -h_1(a) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi) \sin \psi d\psi, \quad (13)$$

$$\gamma(a) = -\frac{g_1(a)}{a} = -\frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} f(a \cos \psi, -a\omega \sin \psi - ba \cos \psi) \cos \psi d\psi. \quad (14)$$

Итак, в общем случае для определения  $\alpha_I$  и  $\omega_I^2$  согласно (12) и (11) получаем формулы

$$\alpha_I = -b + \frac{\varepsilon\beta(a)}{2a\omega} + \frac{ba}{2\omega} \frac{d\omega_I}{da} = -b + \frac{\varepsilon\beta(a)}{2a\omega} - \frac{1}{2\omega} \frac{d\omega_I}{dt}, \quad (15)$$

$$\omega_I^2 = \omega^2 + \varepsilon\gamma(a) - ba \frac{d\alpha_I}{da} - b\alpha_I - b^2 = \omega^2 + \varepsilon\gamma(a) + \frac{d\alpha_I}{dt} - b\alpha_I - b^2.$$

Интересно, что последние выражения с точностью до  $\varepsilon^2$  совпадают с результатом П. Е. Гренстеда<sup>(3)</sup>, полученным совсем другим неасимптотическим методом без введения малого параметра. Однако эти формулы сами являются сложными дифференциальными уравнениями, в большинстве случаев неудобными для практического применения. Мы же здесь получаем возможность представить их далее в более простом конечном виде.

Во многих конкретных задачах зависимости  $\beta(a)$  и  $\gamma(a)$  геометрически представляются плавными кривыми с малой кривизной. В этих случаях вторые и высшие производные от  $\beta$  и  $\gamma$  по  $a$  можно считать малыми величинами порядка  $\varepsilon$  (по сравнению с величинами  $\beta, \gamma$  и их пер-

ыми производными) и пренебречь ими в первом приближении, внося их в постройку второго приближения. Тогда получим

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= -b + \varepsilon \left[ \frac{\beta(a)}{2a\omega} + \frac{ba}{2(2\omega^2 + b^2)} \frac{d\gamma}{da} \right], \\ \omega_1^2 &= \omega^2 + \varepsilon \left[ \gamma(a) - \frac{b}{2\omega} \frac{d\beta}{da} - \frac{b^2 a}{2\omega^2 + b^2} \frac{d\gamma}{da} \right].\end{aligned}\quad (16)$$

Наконец, в том случае, когда  $\beta(a)$  и  $\gamma(a)$  являются медленно меняющимися функциями, т. е. производные от них можно считать малыми порядка  $\varepsilon$  по сравнению с величинами  $\beta$  и  $\gamma$ , имеем

$$\alpha_1 = -b + \frac{\varepsilon\beta(a)}{2a\omega}, \quad \omega_1^2 = \omega^2 - \varepsilon\gamma(a) \quad (\omega^2 = c^2 - b^2). \quad (17)$$

Для этого последнего случая можно предложить следующий простой формальный прием решения нелинейного уравнения (2) в первом приближении. Проведем «эквивалентную линеаризацию» уравнения (2). Для этого разложим его правую часть с подстановкой (10) в тригонометрический ряд, ограничиваясь членами с  $\cos\psi$  и  $\sin\psi$ :

$$\varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right) = \varepsilon [g_1(a) \cos\psi + h_1(a) \sin\psi].$$

Замечая, что, согласно (10),  $\cos\psi = \frac{x}{a}$ ,  $\sin\psi = -\frac{1}{a\omega} \left( \frac{dx}{dt} + bx \right)$ , и вводя обозначения (13) и (14), можем записать уравнение (2) в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left[ 2b - \frac{\varepsilon\beta(a)}{a\omega} \right] \frac{dx}{dt} + \left[ c^2 + \varepsilon\gamma(a) - \frac{b\varepsilon\beta(a)}{a\omega} \right] x = 0.$$

Решение квадратного характеристического уравнения

$$p^2 + \left[ 2b - \frac{\varepsilon\beta(a)}{a\omega} \right] p + c^2 + \varepsilon\gamma(a) - \frac{b\varepsilon\beta(a)}{a\omega} = 0$$

дает

$$p = -b + \frac{\varepsilon\beta(a)}{2a\omega} \pm i \sqrt{c^2 + \varepsilon\gamma(a) - \frac{b\varepsilon\beta(a)}{a\omega} - \left[ b - \frac{\varepsilon\beta(a)}{2a\omega} \right]^2},$$

откуда показатель затухания и частота будут

$$\alpha_1 = -b + \frac{\varepsilon\beta(a)}{2a\omega}, \quad \omega_1^2 = c^2 - b^2 + \varepsilon\gamma(a),$$

что совпадает с (17), а решение имеет вид (10). Следовательно, описанная эквивалентная линеаризация может применяться для исследования быстро затухающих нелинейных процессов<sup>(4)</sup>, если  $\beta(a)$  и  $\gamma(a)$  являются медленно меняющимися функциями. В более общих случаях должны применяться формулы (16) и (15) при той же форме решения (10).

Ленинградская военно-воздушная  
инженерная академия  
им. А. Ф. Можайского

Поступило  
29 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, гл. I, М., 1956. <sup>2</sup> Н. Н. Боголюбов, Сборн. тр. Инст. строит. мех. АН УССР, 10, 9, Киев, 1949. <sup>3</sup> П. Е. Гренстед, Машиностроение, № 3 (1956) (сокращен. пер. из Proc. IRE, 102, Part B5 (1955)). <sup>4</sup> Е. П. Попов, Изв. АН СССР, ОТН, № 9 (1956).

Г. А. ДОМБРОВСКИЙ

# О СТРУЙНОМ ОБТЕКАНИИ С ДОЗВУКОВЫМИ СКОРОСТЯМИ РЕШЕТКИ ПЛОСКИХ ПЛАСТИНОК

[(Представлено академиком Л. И. Седовым 28 VI 1956)]

1. Рассмотрим в плоскости  $Z = X + iY$  бесконечную решетку с периодом  $le^{i\gamma}$ , составленную из плоских пластинок длины  $L$  (рис. 1). Задача о струйном обтекании такой решетки несжимаемой жидкостью рассматривалась в работах (1-3).

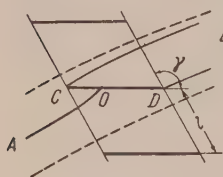


Рис. 1.

Если  $\zeta = Ve^{-i\theta}$  — комплексная скорость течения;  $\zeta^* = V^*e^{-i\alpha}$  и  $\zeta^{**} = V^{**}e^{-i\beta}$  — соответственно, комплексная скорость в бесконечности перед решеткой и в бесконечности за решеткой, то комплексный потенциал  $\omega$  для задачи о струйном обтекании рассматриваемой решетки несжимаемой жидкостью можно представить в виде

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{(\zeta - \zeta^*)(\zeta - \bar{\zeta}^*)(\zeta - V^{**2}/\zeta^*)(\zeta - V^{**2}/\bar{\zeta}^*)}{(\zeta - \zeta^{**})^2(\zeta - \bar{\zeta}^{**})^2} + \\ &+ \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \frac{(\zeta - \zeta^*)(\zeta - V^{**2}/\zeta^*)}{(\zeta - \bar{\zeta}^*)(\zeta - V^{**2}/\bar{\zeta}^*)} = \\ &= \frac{Q}{2\pi} \ln [(\zeta - \zeta^*)(\zeta - \bar{\zeta}^*)] + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \frac{\zeta - \zeta^*}{\zeta - \bar{\zeta}^*} + \omega_0(\zeta), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $Q$  и  $\Gamma$  — действительные постоянные, причем

$$\frac{Q}{\Gamma} = \operatorname{tg}(\alpha - \gamma). \quad (2)$$

Отображая течение в одном периоде на плоскость  $\zeta$ , получаем в качестве области течения полукруг, изображенный на рис. 2. Функция  $\omega_0(\zeta)$  внутри полукруга особенностей не имеет; ее особенности расположены на границе и вне рассматриваемой области.

2. Обращаясь к задаче об обтекании решетки плоских пластинок дозвуковым потоком газа, заметим, что точный метод С. А. Чаплыгина (4) здесь не применим. Точное решение задачи оригинальным способом, но в весьма сложном виде, впервые получено в (5).

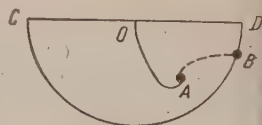


Рис. 2

В настоящей заметке будет приведено более простое решение в приближенной постановке, изложенной в (6).



Вместо точных уравнений для потенциала скорости  $\varphi$  и функции тока рассматриваются приближенные уравнения

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = [n \operatorname{th} m (s - s_0)]^2 \frac{\partial \psi}{\partial s}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial s} = -[n \operatorname{th} m (s - s_0)]^2 \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (3)$$

где  $s$  — переменная вместо модуля скорости;  $\theta$  — угол наклона вектора скорости;  $m$ ,  $n$  и  $s_0$  — произвольные постоянные.

Величина  $s_1 = s - s_0$  связана с плотностью  $\rho$ , скоростью  $v$  и давлением  $p$  соотношениями

$$\rho = \frac{Ae^{2s_1} (m \operatorname{th} ms_1 - 1) + (m \operatorname{th} ms_1 + 1)}{n^2 \operatorname{th} ms_1 [Ae^{2s_1} (\operatorname{th} ms_1 - m) + (\operatorname{th} ms_1 + m)]}, \quad (4)$$

$$v = \frac{Bn^2 e^{s_1} \operatorname{th} ms_1}{Ae^{2s_1} (m \operatorname{th} ms_1 - 1) + (m \operatorname{th} ms_1 + 1)}, \quad (5)$$

$$p = \frac{n^2 B^2}{2A(m^2 - 1)} \frac{m \operatorname{th} ms_1 + 1}{Ae^{2s_1} (m \operatorname{th} ms_1 - 1) + (m \operatorname{th} ms_1 + 1)} + C, \quad (6)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  — произвольные постоянные. Величины  $m$ ,  $n$ ,  $A$ ,  $B$  и  $C$  определяются из условия наилучшего приближения к адиабатическому течению газа.

Общие решения уравнений (3) выражаются через произвольную аналитическую функцию  $F$  комплексной переменной  $z = s - i\theta$  в виде

$$\varphi = n \operatorname{Re} \left( -mF + \operatorname{th} ms_1 \frac{dF}{dz} \right), \quad \psi = \frac{1}{n} \operatorname{Im} \left( -mF + \operatorname{cth} ms_1 \frac{dF}{dz} \right). \quad (7)$$

Для перехода к физической плоскости течения газа  $Z$  имеем

$$\frac{nB}{1-m^2} Z = \sigma_1 \frac{V_0}{e^\delta} \frac{dF}{dz} + \sigma_2 \frac{e^\delta}{V_0} \frac{dF}{dz} + \int \frac{V_0}{e^\delta} \frac{dF}{dz} dz + A \int \frac{e^\delta}{V_0} \frac{dF}{dz} dz, \quad (8)$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — известные функции  $s_1$  (6).

3. Положим

$$e^\delta = \zeta = Ve^{-i\theta}. \quad (9)$$

Тогда рассматриваемому течению газа в одном периоде, как и соответствующему течению несжимаемой жидкости, в плоскости  $\zeta$  отвечает изображенный на рис. 2 полукруг. Так как границе полукруга соответствует линия тока, то примем на ней  $\psi = 0$ .

Решение задачи представим в виде суммы

$$F = (a_1 F_{1v_1} + a_2 F_{2v_2}) + (a_3 F_{3v_3} + a_4 F_{4v_4}) + F_{5v_5}, \quad (10)$$

где

$$F_{kv_j} = -\frac{n}{m} \left( w_k - \zeta^{v_j m} \int_0^\zeta \zeta^{-v_j m} \frac{dw_k}{d\zeta} d\zeta \right), \quad (11)$$

причем

$$v_1 = v_3 = -1, \quad v_2 = v_4 = +1, \quad v_5 = \operatorname{th} ms_1^{**}, \quad (12)$$

$$w_1 = \ln(\zeta - \zeta^*) + \ln(\zeta - \bar{\zeta}^*), \quad w_2 = w_1 - g(\zeta),$$

$$w_3 = i \ln(\zeta - \zeta^*) - i \ln(\zeta - \bar{\zeta}^*), \quad w_4 = w_3 - h(\zeta), \quad (13)$$

$$w_5 = w_0 + \tilde{w} + a_2 g(\zeta) + a_4 h(\zeta).$$

Здесь  $s_1^{**}$  — постоянное значение  $s_1$  на поверхности струи;  $\tilde{w}$  — подлежащая определению функция  $\zeta$ , не имеющая особенностей ни внутри, ни

на границе рассматриваемой области;  $g(\zeta)$  и  $h(\zeta)$  — полиномы, представляющие собой  $M \geq m$  первых членов разложения в степенной ряд в окрестности  $\zeta = 0$  соответственно функций  $w_1$  и  $w_2$ ;  $a_1, a_2, a_3$  и  $a_4$  — действительные постоянные, значения которых определяются из условия периодичности течения в виде

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{Q}{4\pi} \left(\frac{V^*}{V_0}\right)^{-m} \operatorname{sch} ms_1^*, & a_2 &= \frac{Q}{4\pi} \left(\frac{V^*}{V_0}\right)^m \operatorname{sch} ms_1^*, \\ a_3 &= -\frac{\Gamma}{4\pi} \left(\frac{V^*}{V_0}\right)^{-m} \operatorname{csch} ms_1^*, & a_4 &= \frac{\Gamma}{4\pi} \left(\frac{V^*}{V_0}\right)^m \operatorname{csch} ms_1^*. \end{aligned} \quad (14)$$

В результате подстановки (10) в (7) получаем искомые функции  $\varphi$  и  $\psi$  с логарифмическими особенностями в  $A$  и  $B$ , аналогичными особенностям в случае соответствующего течения несжимаемой жидкости. Имеем

$$\begin{aligned} \varphi &= n^2 \operatorname{Re} \left\{ w + \tilde{w} - \right. \\ &- \frac{Q}{4\pi} \operatorname{sch} ms_1^* \operatorname{sch} ms_1 \left[ (V^*)^{-m} e^{im\theta} \int_0^\zeta \zeta^m \frac{dw_1}{d\zeta} d\zeta + (V^*)^m e^{-im\theta} \int_0^\zeta \zeta^{-m} \frac{dw_2}{d\zeta} d\zeta \right] + \\ &+ \frac{\Gamma}{4\pi} \operatorname{csch} ms_1^* \operatorname{sch} ms_1 \left[ (V^*)^{-m} e^{im\theta} \int_0^\zeta \zeta^m \frac{dw_3}{d\zeta} d\zeta - (V^*)^m e^{-im\theta} \int_0^\zeta \zeta^{-m} \frac{dw_4}{d\zeta} d\zeta \right] - \\ &\left. - (1 - \operatorname{th} ms_1^{**} \operatorname{th} ms_1) \zeta^{m \operatorname{th} ms_1^{**}} \int_0^\zeta \zeta^{-m \operatorname{th} ms_1^{**}} \frac{dw_5}{d\zeta} d\zeta \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \psi &= \operatorname{Im} \left\{ w + \tilde{w} - \right. \\ &- \frac{Q}{4\pi} \operatorname{sch} ms_1^* \operatorname{csch} ms_1 \left[ (V^*)^{-m} e^{im\theta} \int_0^\zeta \zeta^m \frac{dw_1}{d\zeta} d\zeta - (V^*)^m e^{-im\theta} \int_0^\zeta \zeta^{-m} \frac{dw_2}{d\zeta} d\zeta \right] + \\ &+ \frac{\Gamma}{4\pi} \operatorname{csch} ms_1^* \operatorname{csch} ms_1 \left[ (V^*)^{-m} e^{im\theta} \int_0^\zeta \zeta^m \frac{dw_3}{d\zeta} d\zeta + (V^*)^m e^{-im\theta} \int_0^\zeta \zeta^{-m} \frac{dw_4}{d\zeta} d\zeta \right] - \\ &\left. - (1 - \operatorname{th} ms_1^{**} \operatorname{cth} ms_1) \zeta^{m \operatorname{th} ms_1^{**}} \int_0^\zeta \zeta^{-m \operatorname{th} ms_1^{**}} \frac{dw_5}{d\zeta} d\zeta \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Ясно, что условие периодичности рассматриваемого газового потока соблюдается, так как действительные части выражений в квадратных скобках в (15) и мнимые части аналогичных выражений в (16) являются однозначными функциями  $(V, \theta)$ .

Используя (16) и граничное условие  $\psi = 0$ , можно найти на границе полукруга значения мнимой части функции  $\tilde{w}(\zeta)$ . На  $CD$  имеем  $\operatorname{Im} \tilde{w} = 0$ , на дуге полуокружности

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \tilde{w} &= \operatorname{Im} \left\{ \frac{Q}{4\pi} \operatorname{sch} ms_1^* \operatorname{csch} ms_1^{**} \left[ (V^*)^{-m} e^{im\theta} \int_0^\zeta \zeta^m \frac{dw_1}{d\zeta} d\zeta - \right. \right. \\ &\left. \left. - (V^*)^m e^{-im\theta} \int_0^\zeta \zeta^{-m} \frac{dw_2}{d\zeta} d\zeta \right] - \right. \end{aligned}$$

$$-\frac{\Gamma}{4\pi} \operatorname{csch} ms_1^* \operatorname{csch} ms_1^{**} \left[ (V^*)^{-m} e^{im\theta} \int_0^{\zeta} \zeta_m \frac{dw_3}{d\zeta} d\zeta^* + \right. \\ \left. + (V^*)^m e^{-im\theta} \int_0^{\zeta} \zeta^{-m} \frac{dw_4}{d\zeta} d\zeta \right]. \quad (17)$$

Так как на  $CD$   $\operatorname{Im} \tilde{w} = 0$ , то, аналитически продолжая  $\tilde{w}$  на весь уг, сводим задачу к определению  $\tilde{w}$  в круге по известным значениям мнимой части на границе. Вследствие простоты области эта задача может быть легко решена известными методами.

При помощи (8) и (10) определяется приращение  $le^{i\gamma}$ , получаемое координатами физической плоскости при обходе по замкнутому контуру около любой точки  $A$ . В результате преобразований имеем

$$le^{i(\gamma-\alpha)} = -\Gamma \frac{n^2}{v^*} + Q \frac{in^2}{v^* \rho^*}, \quad (18)$$

куда

$$\frac{Q}{\Gamma} = \rho^* \operatorname{tg}(\alpha - \gamma), \quad (19)$$

где  $\rho^*$  — плотность в бесконечности слева, отнесенная к плотности в точке торможения. Для несжимаемой жидкости  $\rho^* = 1$  и из (19) получаем (2).

Длину пластинки  $L$  вычисляем также по формуле (8), предварительно определив из уравнения количества движения (7) угол  $\beta$ .

Изложенный в настоящей статье на конкретном примере прием построения логарифмических особенностей типа источник и вихрь может быть использован при решении и других задач о газовых струях.

Математический институт  
им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
14 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. Е. Жуковский, Полн. собр. соч., 3, М.—Л., 1936. <sup>2</sup> С. А. Чаплыгин, А. П. Минаков, Прилож. к Полн. собр. соч. Н. Е. Жуковского, 3, М.—Л., 1936. <sup>3</sup> A. Betz, E. Petersohn, Ing. Arch., 2, № 2 (1931). <sup>4</sup> С. А. Чаплыгин, О газовых струях, 1949. <sup>5</sup> Ю. В. Руднев, Сборн. ст. под ред. Л. И. Седова, Теоретическая гидромеханика, № 4, 1949. <sup>6</sup> Г. А. Домбровский, ДАН, 103, № 1 (1955). <sup>7</sup> Л. И. Седов, Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики, 1950.



А. Л. ОШЕРОВИЧ, С. Ф. РОДИОНОВ и В. Е. ЯХОНТОВА]

# ОБ АБСОЛЮТНОЙ ЯРКОСТИ НЕКОТОРЫХ УЧАСТКОВ МЛЕЧНОГО ПУТИ

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 7 VI 1956)

Вопросы фотометрии Млечного Пути, кроме самостоятельного интереса, играют важную роль при учете звездной составляющей свечения ночного неба. Особенный интерес представляет фотометрирование небесного свода в широкой области спектра, включая близкую инфракрасную область, ставшую для наблюдения небесных объектов доступной лишь сравнительно недавно.

В 1945—1946 гг. Стеббинс и Уитфорд<sup>(1)</sup> с помощью звездного электрофотометра со светофильтром  $\lambda = 1,03 \mu$  обнаружили в районе галактического центра «световое тело», совершенно не обнаруживаемое при измерениях в красном свете. Более детально распределение яркости Млечного Пути в инфракрасной области в районе галактического центра исследовали А. А. Калинин, В. И. Красовский и В. Б. Никонов методом электроннооптического преобразователя<sup>(2)</sup>. В ближней инфракрасной области спектра абсолютная яркость некоторых участков Млечного Пути была измерена С. Ф. Родионовым и И. Г. Фришманом при помощи электрофотометра с кислородно-цезиевым фотоумножителем<sup>(3)</sup>. Представляло существенный интерес для сравнения получить аналогичным методом сведения об абсолютной яркости тех же участков Млечного Пути в видимой области спектра, так как соответствующих данных в литературе мы не нашли.

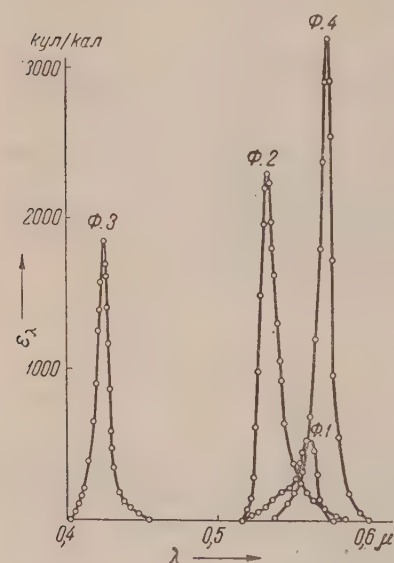


Рис. 1. Спектральная чувствительность ФЭУ-17 с различными светофильтрами

Используя электрофотометр с сурьмяно-цезиевым фотоумножителем<sup>(4)</sup> и четыре светофильтра (комбинации интерференционных светофильтров и цветных стекол) авторы исследовали распределение яркости некоторых участков Млечного Пути в видимой области спектра. Наблюдения производились летом 1953 г. (горная станция ГАО) и летом и осенью 1954 г. (сел. Лагодехи в ГрузССР и Абастуманская астрофизическая обсерватория).

Эффективная спектральная чувствительность  $\epsilon_\lambda$  (в абсолютных единицах) использованного фотоумножителя ФЭУ-17 при различных светофильтрах представлена на рис. 1 ( $U_{\text{фэу}} = 800$  в). Точность установки электрофотометра по азимуту и зениту составляла  $0,5^\circ$ . Измерения производились при телесных углах приемника 50 и 225 кв. град. Контроль постоянства чувствительности электрофотометра осуществлялся с помощью фосфора постоянного действия.

При данном зенитном расстоянии измерялись азимутальные кривые яркости небесного свода, пересекающие Млечный Путь. Пересечение это давало всегда более или менее заметный максимум на кривой. На рис. 2 представлены типичные кривые, полученные на четырех различных светофильтрах. Яркость Млечного Пути, определенная как разность между максимумом и минимумом на кривых типа кривых рис. 2, выражена в абсолютных единицах ( $\text{эрг}/\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{кв. град.}$ ). На рис. 3 представлено распределение яркости  $B_{\text{в}}$  Млечного Пути в области 5600 Å (фильтр № 1) по галактическим долготам. При вычислениях яркости была учтена прозрачность атмосферы и все результаты приведены к зениту. Для сравнения на том же рисунке дано распределение инфракрасной яркости Млечного Пути  $B_{\text{нк}}$  по данным <sup>(3)</sup> в относительных единицах. Все кривые привязаны в точке  $l = 90^\circ$ . Сравнение величин видимой и инфракрасной яркости затрудняется тем обстоятельством, что в настоящей работе, как и в работе <sup>(3)</sup>, использовались светофильтры с различной шириной полосы пропускания. Однако из сравнения ординат кривой рис. 3 с величинами инфракрасной яркости, приведенными в тексте работы <sup>(3)</sup> видно, что величины видимой и инфракрасной яркости близки.

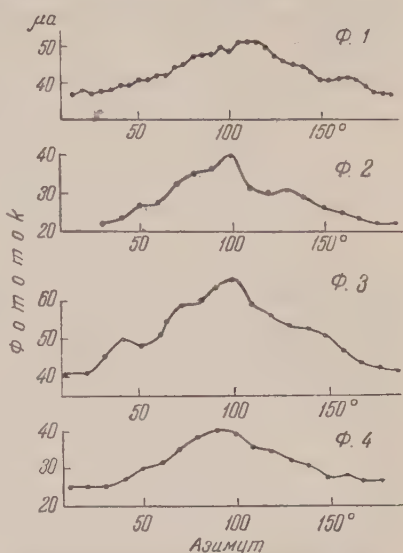


Рис. 2. Азимутальные кривые яркости небесного свода, пересекающие Млечный Путь

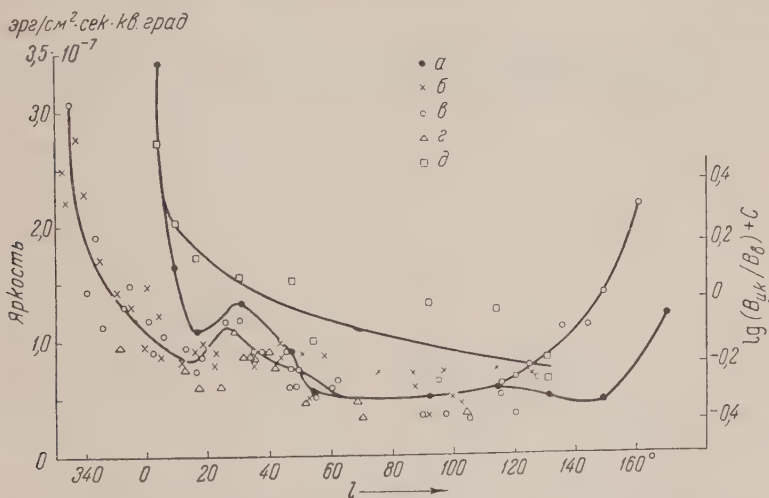


Рис. 3. Распределение яркости Млечного Пути по галактическим долготам. а — в инфракрасной области ( $B_{\text{нк}}$ ) по данным <sup>(3)</sup> в относительных единицах; б —  $B_{\text{в}}$  в Ладоге, 1954 г.; в — то же, горная станция ГАО, 1953 г.; г — то же Абастуманская астрофизическая обсерватория, 1954 г.; д — величины  $\lg (B_{\text{нк}}/B_{\text{в}})$

При фильтрах №№ 2, 3 и 4 кривые распределения яркости близки по форме кривой для фильтра № 1.

В табл. 1 приведена сводка средних значений яркости Млечного Пути в исследованных нами участках спектра для галактической долготы  $50^\circ$ .

Как видно из рис. 3, максимум в области Лебеда присутствует на обеих кривых, в общих чертах сходных по форме.

Существенный интерес представляет относительное повышение яркости (инфракрасной) в направлении центра Галактики, особенно заметное по зависимости от галактической долготы величины  $\lg(B_{\text{ИК}}/B_{\text{В}}) + \text{const}$ , полученной из ординат кривых яркости и приведенной на рис. 3.

Таблица 1

Фильтр	1	2	3	4
Яркость в эрг/см <sup>2</sup> • сек • кв. град.	$7 \cdot 10^{-8}$	$2,3 \cdot 10^{-8}$	$5,6 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$

Полученные результаты, как нам кажется, позволяют высказать предварительное суждение, что это «покраснение» в направлении центра Галактики определяется не увеличением в этом направлении числа холодных звезд с преобладающим излучением в инфракрасной области, а, если принять во внимание сравнительно монотонный ход величины  $\lg(B_{\text{ИК}}/B_{\text{В}})$  на рис. 3, спектральной прозрачностью космической пыли, увеличивающейся с длиной волны.

Изложенные результаты дают лишь грубую картину распределения яркости в некоторых участках Млечного Пути; необходимо проведение большей программы измерений.

Авторы выражают благодарность начальнику Горной станции ГАО М. Н. Гневышеву и директору Абастуманской астрофизической обсерватории Е. К. Харадзе, предоставившим возможность провести измерения.

Ленинградский государственный университет  
им. А. А. Жданова

Поступило  
22 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> I. Stebbins, A. Whitford, Astr. J., **106**, 235 (1947). <sup>2</sup> А. А. Калинин, Б. И. Красовский, Б. В. Никонов, ДАН, **66**, № 1 (1949); Изв. Крымск. астрофиз. обс., **6**, 119 (1950). <sup>3</sup> С. Ф. Родионов, И. Г. Фришман, ДАН, **67**, № 6 (1951). <sup>4</sup> О. Д. Дзимистаришвили, А. Л. Ошерович, Н. А. Размадзе, С. Ф. Родионов, ДАН, **75**, № 5 (1954).

А. Л. БЕЗБАТЧЕНКО, И. Н. ГОЛОВИН, Д. П. ИВАНОВ, В. Д. КИРИЛЛОВ  
и Н. А. ЯВЛИНСКИЙ \*

## ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ИМПУЛЬСНЫЙ ГАЗОВЫЙ РАЗРЯД С БОЛЬШОЙ СИЛОЙ ТОКА

(Представлено академиком Л. А. Арцимовичем 22 IX 1956)

Исследованию газового разряда с большой силой тока в последнее время уделяется много внимания. В работах (1, 2) показано, что столб разряда, сжимаемый собственным полем тока, совершает 1—2 быстрых радиальных колебания малой амплитуды, после чего теряет устойчивость и на второй-третьей микросекунде после начала разряда разваливается.

Нами исследовалось влияние продольного магнитного поля на устойчивость плазменного столба, получаемого импульсным пропуском тока через дейтерий. Давление газа в опытах устанавливалось от 0,05 до 0,4 мм рт. ст. Сила тока достигала 700 ка, напряженность продольного магнитного поля 12000 эрст. Разрядной камерой служила фарфоровая или стеклянная труба радиусом  $a_0 = 10$  см, расстояние между электродами  $l = 70$  см. Схема установки дана на рис. 1. В опытах одновременно регистрировались в функции времени ток разряда, напряжение между электродами, радиус столба разряда и среднее значение продольного магнитного поля в плазме. Радиус столба разряда определялся по фотографиям разряда, снятым скоростным фоторегистратором. Скорость съемки  $2 \cdot 10^6$  кадров/сек. На рис. 2 приведены снимки столба разряда за первые 10  $\mu$ /сек. Как видно из приведенных фотографий, при наличии продольного магнитного поля в течение первых 5—6  $\mu$ сек. столб разряда сжимается, оставаясь однородным по длине. Сравнивая снимки столба разряда с продольным полем со снимками разряда, когда поле отсутствует, видно, что с увеличением напряженности поля до 6000 эрст. сжатие заметно замедляется. Дальнейшее увеличение поля мало сказывается на сжатии столба газового разряда. При полях в 700 и 2000 эрст. видны радиальные колебания столба разряда. На рис. 3 приведена зависимость  $a/a_0$  ( $a$  — радиус столба разряда,  $a_0$  — радиус разрядной камеры) от времени, определенная измерением области свечения на фотографиях, образцы которых приведены на рис. 2.

Фотографии, приведенные на рис. 2, показывают, что время существования резко очерченного столба при наличии продольного магнитного поля значительно больше, чем при отсутствии его. При слабых продольных полях на 8-й микросекунде столб разряда искривляется, оставаясь резко очерченным, в то время как в отсутствие продольного поля он уже на 5-й микросекунде полностью потерял очертания, оставаясь в предыдущие промежутки времени не искривленным в целом. С помощью кривых рис. 3 легко убедиться, что время существования резко очерченного столба возрастает сильнее под действием продольного поля, чем уменьшается скорость его сжатия.

Элементарная теория сжатия столба разряда под действием собственного магнитного поля при наличии продольного магнитного поля строилась в предположении, что: а) газовым давлением можно пренебречь по сравнению с магнитными силами и силами инерции; б) столб разряда сохраняет форму круглого цилиндра; в) продольное магнитное поле заморожено в плазменный столб; г) масса, участвующая в движении, постоянна. Уравнение движения было проинтегрировано на электронной машине.

Сравнив рассчитанные кривые с экспериментальными, приведенными на рис. 3, мы убедились, что при поле 2000 эрст. получается удовлетворительное



совпадение, в то время как при поле 6000 и 12000 эрст. рассчитанное сжатие в несколько раз меньше наблюдаемого. Это означает, что сильное продольное поле не заморожено и значительная часть его потока вытекает из столба

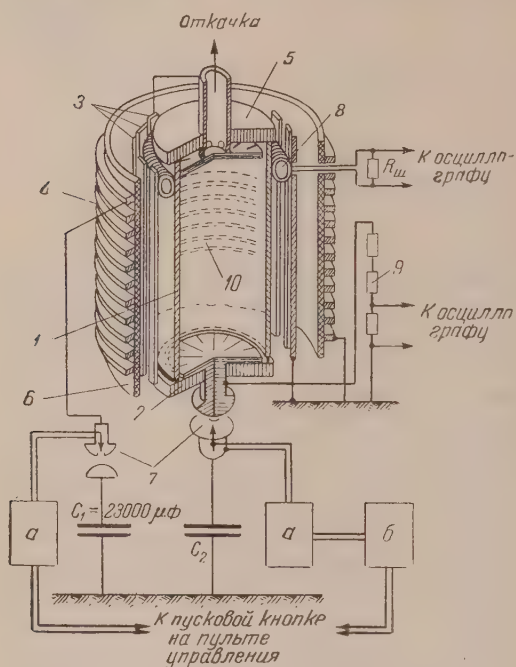


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. Для применявшейся в опытах емкости  $C_2$ , равной 30 и 180 мкФ, частота соответственно равна 43 и 17 кГц, а максимальный ток через газоразрядную камеру 330 и 700 ка. 1 — стеклянная камера; 2 — медный электрод; 3 — обратный провод; 4 — обмотка продольного магнитного поля; 5 — фарфоровый фланец; 6 — каркас обмотки; 7 — разрядники с поджигающей иглой; 8 — пояс Роговского; 9 — делитель напряжения; 10 — окно для фотосъемки; а — схема запуска; б — схема задержки времени

установки, можно вычислить  $H_e$  и среднее значение  $\bar{H}_{zi}$ .

Полученные значения напряженности полей удовлетворяют равенству (1) с точностью до ошибок измерения.

Если не пренебрегать газовым давлением, то надо было бы прибавить член  $2nkT$  к левой части равенства (1) ( $n$  — число свободных и связанных в атомах электронов в 1 см<sup>3</sup> водорода,  $T$  — некая условная средняя температура плазмы). В пределах погрешностей измерений такое дополненное равенство выполняется для  $T \leq 20$  эв при  $H_z > 6000$  эрст. Оценка, учитывающая газовое давление при  $H_z = 2000$  эрст, улучшает соответствие теории опыту при  $T \sim 20-30$  эв. Таким образом мы убеждаемся, что продольное магнитное поле, хотя и увеличивает устойчивость столба, не дает возможности нагреть его до температуры  $\sim 100$  эв, получаемой в отсутствие продольного поля (ср. (1)).

По скорости вытекания продольного магнитного поля из столба можно оценить проводимость плазмы  $\sigma$ , пользуясь соотношением

$$-\frac{d\Phi_{zi}}{dt} = \frac{ac^2}{2\sigma} \left( \frac{\partial H_z}{\partial r} \right)_{r=a}. \quad (2)$$

На опыте измеряются  $d\Phi_{zi}/dt$  и  $a$  в функции времени.  $H_z(r)$  и производная  $\partial H_z/\partial r$  не известны, но  $H_z(r)$  может быть представлено с помощью

за время сжатия. Приняв, что поток продольного поля пропорционален радиусу столба, мы получили решение уравнения движения, хорошо совпадающее с результатами измерений. При этом оказывается, что при полях  $H_z > 3000$  эрст. инерционным членом можно пренебречь, так что сжатие происходит практически при равновесии магнитных натяжений, т. е. при условии, что

$$\bar{H}_{zi}^2 - H_{ze}^2 = H_{\varphi}^2, \quad (1)$$

где  $H_{\varphi}$ ,  $H_{zi}$  и  $H_{ze}$  — соответственно, собственное поле тока, продольное поле внутри столба и вне столба разряда.

Равновесие натяжений, даваемое формулой (1), мы имеет возможность проверить прямыми измерениями. Действительно, в проволоочном витке, охватывающем разрядную камеру, во время сжатия плазменного столба наводится эдс  $\mathcal{E}$ , которую можно регистрировать осциллографом. Простые выкладки пока-

зывают, что зная  $\int_0^t \mathcal{E} dt$ , начальное значение продольного магнитного поля  $H_0$ , размеры и электротехнические параметры

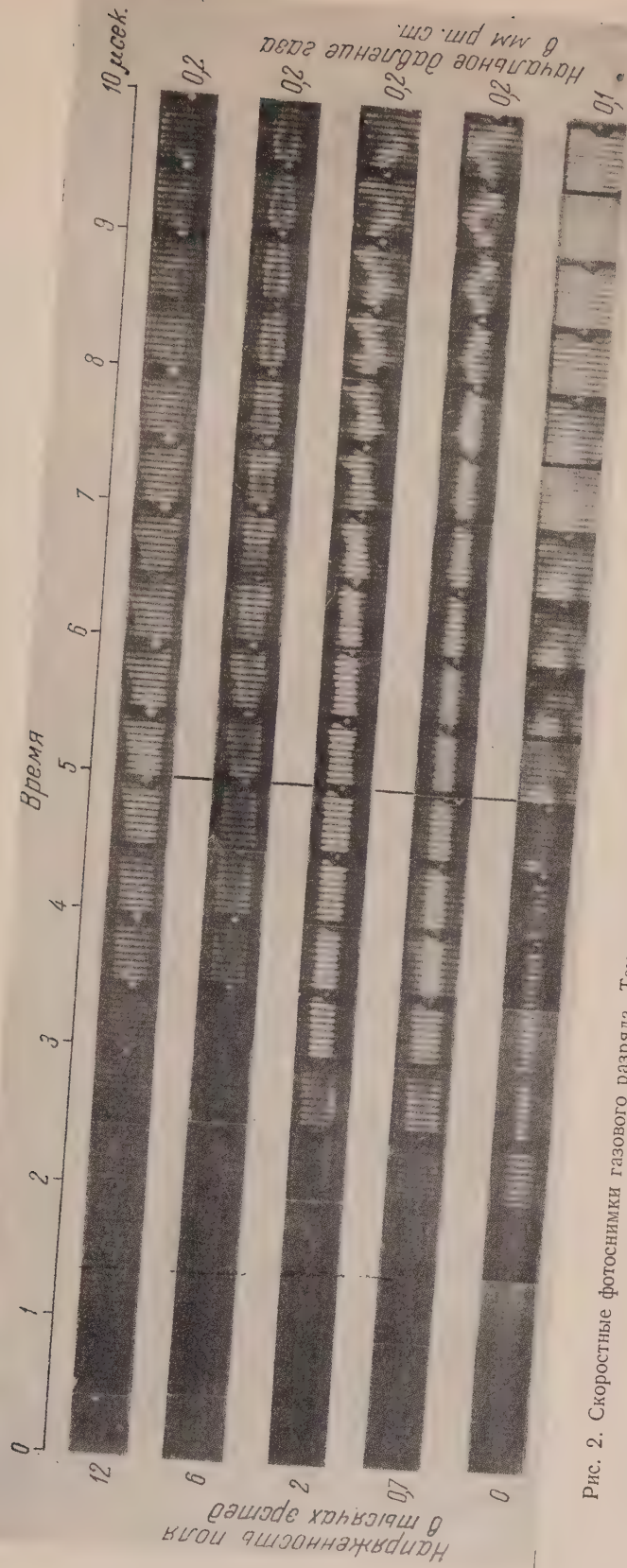


Рис. 2. Скоростные фотоснимки газового разряда. Темные линии поперек разряда — тень от витков катушки, создающей магнитное поле



формулы, содержащей один или два параметра, причем параметры легко выразить через измеряемые на опыте величины. Расчеты показали, что при имеющихся ошибках измерений всех величин, входящих в формулу (2), однопараметрическая параболическая аппроксимация  $H_z$  внутри разряда является достаточно точной. Численные в этом приближении значения проводимости приведены на рис. 4. В случае аппроксимации  $H_z$  формулой с двумя параметрами численные значения  $\sigma$  изменяются менее чем в 2 раза.

Считая, что электроны рассеиваются на молекулах  $H_2$  и кулоновыми полями ионов, легко получить:

$$\sigma = \frac{4 \cdot 10^{15}}{1/\eta - 1 + 122/T_e^{3/2}},$$

где  $\eta$  — коэффициент ионизации плазмы,  $T_e$  — температура электронов в электронвольтах ( $\tau$  в единицах CGSE). При проводимости  $4 \cdot 10^{14}$  CGSE получаем, что для температуры электронов менее 10 эв коэффициент ионизации больше 15%, что согласуется с данными (3).

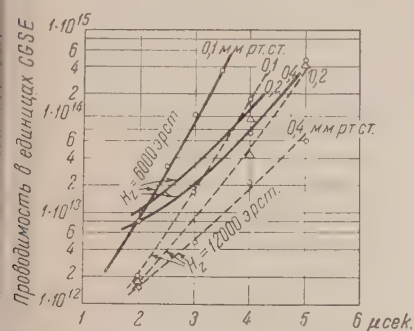


Рис. 4. Проводимость плазмы, вычисленная по измеренной скорости вытекания продольного поля из столба разряда

и поперек магнитных силовых линий. Например, при кулоновском рассеянии продольная проводимость вдвое больше поперечной. Легко убедиться, что эта анизотропия проводимости всегда приводит к такому закручиванию линий тока, что поток продольного магнитного поля внутри столба плазмы возрастает. Расчет С. И. Брагинского и В. Д. Шафранова дают для кулоновской анизотропии меньшее увеличение потока продольного поля внутри столба разряда, чем наблюдаемое на опыте. Неполная ионизация должна была бы только ослабить эффект. Поэтому увеличение потока продольного поля, по видимому, объясняется не только анизотропией, но и азимутальной неоднородностью проводимости, при которой внутри столба с правильной цилиндрической поверхностью имеются закрученные по винтовой линии шнуры с увеличенной плотностью тока.

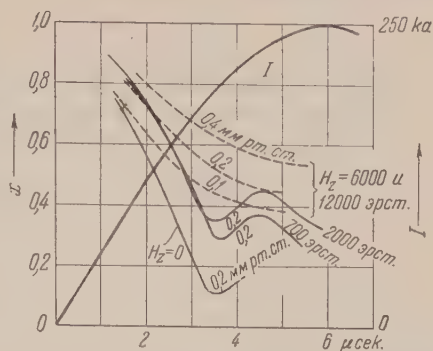


Рис. 3. Зависимость относительного радиуса  $x = a/a_0$  столба разряда в водороде от времени при различных  $H_z$  и начальных давлениях газа

При очень слабых магнитных полях ( $H_z \leq 500$  эрст.) наблюдается интересный эффект: поток продольного поля внутри столба не уменьшается, а увеличивается во время сжатия. Это можно было бы объяснить закручиванием столба в винтовую спираль. Однако ни на одном снимке мы не наблюдали искривления столба за первые 3 микросек., когда указанный эффект уже значительно превосходит ошибки опыта. Теория, развитая С. И. Брагинским, показывает, что в случае, когда время свободного пробега электрона зависит от его скорости, стационарная проводимость различна вдоль

Поступило  
18 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Л. А. Арцимович, А. М. Андреев, О. А. Базилевская, Ю. Г. Прохоров, Н. В. Филиппов, Атомная энергия, № 3, 76 (1956). <sup>2</sup> М. А. Леонтович, С. М. Осовец, Атомная энергия, № 3, 81 (1956). <sup>3</sup> С. Ю. Лукьянов, В. И. Силицын, Атомная энергия, № 3, 97 (1956).



Н. Г. БЕРЕЗНЯК и Б. Н. ЕСЕЛЬСОН

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ПРИМЕСЕЙ $\text{He}^3$ , РАСТВОРЕННЫХ В $\text{He II}$

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 28 V 1956)

Рассмотрение влияния примесей  $\text{He}^3$  на термодинамические свойства  $\text{He II}$ , проведенное И. Я. Померанчуком <sup>(1)</sup>, базируется, как известно, на предположении о том, что с атомами примеси связаны дополнительные элементарные возбуждения, подчиняющиеся классической статистике и характеризующиеся следующей зависимостью энергии от импульса:

$$E = E_0 + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu}, \quad (1)$$

где  $\mu$  — эффективная масса примеси. При этом минимуму энергии отвечает либо  $p_0 = 0$ , либо  $p_0 \neq 0$ .

Естественно, что изменение термодинамических свойств  $\text{He II}$ , вызванное наличием в нем примесей, будет различным в зависимости от вида энергетического спектра. В частности, существенно зависит от вида спектра вклад примесей ( $\rho_{\text{нпр}}$ ) в плотность нормальной компоненты  $\text{He II}$  ( $\rho_n = \rho_{n0} + \rho_{\text{нпр}}$ ), которая, согласно работе Померанчука, может быть записана следующим образом:

$$\rho_n = \rho_{n0} + \frac{\rho}{m} \mu x \quad \text{при } p_0 = 0, \quad (2)$$

либо

$$\rho_n = \rho_{n0} + \frac{\rho}{m} \frac{p_0^2}{3kT} x \quad \text{при } p_0 \neq 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{n0}$  — плотность нормальной компоненты  $\text{He II}$  и  $x$  — молярная концентрация  $\text{He}^3$  в растворе.

Отсюда непосредственно видно, что экспериментальное изучение температурной зависимости  $\rho_{\text{нпр}}$  позволит однозначно установить вид энергетического спектра, поскольку такая зависимость отсутствует при  $p_0 = 0$  и весьма сильно проявляется при  $p_0 \neq 0$ .

Для этой цели нами было проведено измерение плотности нормальной компоненты раствора  $\text{He}^3$  в  $\text{He}^4$  с концентрацией  $x = 3,0\%$   $\text{He}^3$ . Как и в случае решения аналогичной задачи для  $\text{He}^4$  <sup>(2, 3)</sup>, определялась температурная зависимость момента инерции стопки легких параллельных дисков, погруженных в раствор изотопов гелия. 53 таких диска радиусом  $R = 1,5$  см, изготовленных из алюминиевой фольги толщиной  $1,2 \cdot 10^{-3}$  см, располагались на расстоянии  $a = 1,5 \cdot 10^{-2}$  см друг от друга. Это расстояние было меньше удвоенной глубины проникновения вязкой волны при данном режиме колебаний для всех использованных температур, что обеспечивало полное увлечение нормальной компоненты жидкости между дисками. Стопка дисков была жестко связана с окружающим ее ведерком, которое подвешивалось на нити из фосфористой бронзы и могло совершать крутильные колебания вокруг оси, перпендикулярной плоскости дисков.

Об изменении момента инерции прибора можно было судить по температурной зависимости периода колебаний системы в жидкости  $\theta$ , который определялся по общему времени 15—20 колебаний и в вакууме составлял  $\theta_0 = 21,51$  сек.

Связь между периодом колебаний системы и плотностью жидкости, принимающей участие в движении прибора, может быть установлена, как это делается обычно, путем решения соответствующей гидродинамической задачи (<sup>4</sup>, <sup>5</sup>). При этом, однако, нужно учесть, что жидкость увлекается не только дисками, но и наружными поверхностями ведерка. В используемом приборе расстояние между движущимися и неподвижными поверхностями вследствие ограниченного количества смеси изотопов (9 л газа) было около 0,1 см, что сравнимо с глубиной проникновения. Поэтому при решении указанной гидродинамической задачи нужно учесть эти особенности эксперимента наложением соответствующих граничных условий. В результате могут быть получены два уравнения, одно из которых

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{a}{\delta} + \sin \frac{a}{\delta}}{\frac{a}{\delta} + \cos \frac{a}{\delta}} + \frac{1}{2N} \frac{R_1^4}{R^4 - r^4} \left[ \frac{\operatorname{sh} \frac{2h}{\delta} - \sin \frac{2h}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} + \frac{\operatorname{sh} \frac{2l}{\delta} + \sin \frac{2l}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2l}{\delta} + \cos \frac{2l}{\delta}} + \frac{4L}{R_1} \frac{\operatorname{sh} \frac{2d}{\delta} - \sin \frac{2d}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2d}{\delta} - \cos \frac{2d}{\delta}} \right] = \\ & \frac{\frac{a}{\delta} - \sin \frac{a}{\delta}}{\frac{a}{\delta} + \cos \frac{a}{\delta}} + \frac{1}{2N} \frac{R_1^4}{R^4 - r^4} \left[ \frac{\operatorname{sh} \frac{2h}{\delta} + \sin \frac{2h}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} + \frac{\operatorname{sh} \frac{2l}{\delta} - \sin \frac{2l}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2l}{\delta} + \cos \frac{2l}{\delta}} + \frac{4L}{R_1} \frac{\operatorname{sh} \frac{2d}{\delta} + \sin \frac{2d}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2d}{\delta} - \cos \frac{2d}{\delta}} \right] = \\ & = \frac{\theta^2 - \theta_0^2}{\gamma - \gamma_0} \frac{\pi}{\theta \theta_0} \end{aligned} \quad (4)$$

дает возможность определить глубину проникновения  $\delta$ , а второе — плотность нормальной компоненты:

$$\begin{aligned} \rho_n = & \frac{2I(\theta^2 - \theta_0^2)}{\pi N \theta_0^2 \delta (R^4 - r^4)} \left\{ \frac{\operatorname{sh} \frac{a}{\delta} + \sin \frac{a}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{a}{\delta} + \cos \frac{a}{\delta}} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2N} \frac{R_1^4}{R^4 - r^4} \left[ \frac{\operatorname{sh} \frac{2h}{\delta} - \sin \frac{2h}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} + \frac{\operatorname{sh} \frac{2l}{\delta} + \sin \frac{2l}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2l}{\delta} + \cos \frac{2l}{\delta}} + \frac{4L}{R_1} \frac{\operatorname{sh} \frac{2d}{\delta} - \sin \frac{2d}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2d}{\delta} - \cos \frac{2d}{\delta}} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\gamma$  и  $\gamma_0$  — затухание системы в жидкости и вакууме;  $I$  — момент инерции прибора;  $N$  — число дисков;  $L$  и  $R_1$  — высота и наружный радиус ведерка;  $h$  и  $l$  — расстояния от боковой поверхности ведерка и его дна до неподвижных стенок;  $d$  — толщина слоя жидкости над верхним диском;  $r$  — радиус оси. Для исключения влияния изменения размеров прибора с температурой удобнее определять отношение плотности нормальной компоненты к плотности в  $\lambda$ -точке, как это делалось в случае  $\text{He}^4$  (<sup>2</sup>), т. е. отношение  $\rho/\rho_\lambda$ , для которого, используя (5), можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_n}{\rho_\lambda} = & \frac{\theta^2 - \theta_0^2}{\theta_\lambda^2 - \theta_0^2} \frac{\delta_\lambda}{\delta} \times \\ & \frac{\frac{\operatorname{sh} \frac{a}{\delta_\lambda} + \sin \frac{a}{\delta_\lambda}}{\operatorname{ch} \frac{a}{\delta_\lambda} + \cos \frac{a}{\delta_\lambda}} + \frac{1}{2N} \frac{R_1^4}{R^4 - r^4} \left[ \frac{\operatorname{sh} \frac{2h}{\delta_\lambda} - \sin \frac{2h}{\delta_\lambda}}{\operatorname{ch} \frac{2h}{\delta_\lambda} - \cos \frac{2h}{\delta_\lambda}} + \frac{\operatorname{sh} \frac{2l}{\delta_\lambda} + \sin \frac{2l}{\delta_\lambda}}{\operatorname{ch} \frac{2l}{\delta_\lambda} + \cos \frac{2l}{\delta_\lambda}} + \frac{4L}{R_1} \frac{\operatorname{sh} \frac{2d}{\delta_\lambda} - \sin \frac{2d}{\delta_\lambda}}{\operatorname{ch} \frac{2d}{\delta_\lambda} - \cos \frac{2d}{\delta_\lambda}} \right]}{\frac{\operatorname{sh} \frac{a}{\delta} + \sin \frac{a}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{a}{\delta} + \cos \frac{a}{\delta}} + \frac{1}{2N} \frac{R_1^4}{R^4 - r^4} \left[ \frac{\operatorname{sh} \frac{2h}{\delta} - \sin \frac{2h}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} + \frac{\operatorname{sh} \frac{2l}{\delta} + \sin \frac{2l}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2l}{\delta} + \cos \frac{2l}{\delta}} + \frac{4L}{R_1} \frac{\operatorname{sh} \frac{2d}{\delta} - \sin \frac{2d}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2d}{\delta} - \cos \frac{2d}{\delta}} \right]}. \end{aligned} \quad (6)$$

При помощи описанного прибора были проведены измерения температурной зависимости плотности нормальной компоненты чистого  $\text{He}^4$  и раствора изотопов гелия с содержанием  $x = 3,0\%$   $\text{He}^{3*}$ . Результаты, полученные для

\* Концентрация смеси была определена по упругости пара раствора с использованием диаграммы состояния жидкость — пар (<sup>6</sup>).

He<sup>4</sup>, достаточно хорошо согласуются с данными Э. Л. Андроникашвили<sup>(2)</sup> и Холлис-Холлетта<sup>(3)</sup> и иллюстрируются рис. 1 (кривая 1). Кривая 2 на том же рисунке характеризует результаты, относящиеся к раствору изотопов гелия. Точность определения  $\rho_n/\rho_\lambda$  около 3% при самых низких температурах и выше при более высоких температурах.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что плотность нормальной компоненты раствора значительно выше, чем для He<sup>4</sup>, как это и следует из теории И. Я. Померанчука. Так

например, при 1,5° К  $\rho_n/\rho_\lambda$  для раствора на 50% больше, чем у He<sup>4</sup>.

Рис. 1 также иллюстрирует изменение с температурой разности между  $(\rho_n/\rho_\lambda)_p$  раствора и  $(\rho_n/\rho_\lambda)_0$  чистого He<sup>4</sup>. Отчетливо видно, что между 1,5 и 1,85° К эта величина остается постоянной. Это обстоятельство дает возможность сделать заключение о том, что энергетический спектр элементарных возбуждений, соответствующих частицам примеси, характеризуется значением  $p_0=0$ . При более высоких температурах указанная разность несколько возрастает (на рис. 1 не показано), что, однако, не противоречит теории, которая несправедлива вблизи  $\lambda$ -точек.

Используя выражение (2) и экспериментально определенные значения  $(\rho_n/\rho_\lambda)_p$  для раствора и

$(\rho_n/\rho_\lambda)_0$  для чистого He<sup>4</sup>, можно вычислить эффективную массу примеси в растворе. Такое вычисление приводит к значению  $\mu = 2,5 m_3$ , где  $m_3$  — масса атома He<sup>3</sup>.

Закключение о характере энергетического спектра, сделанное на основании определения температурной зависимости  $\rho_n/\rho_\lambda$ , совпадает с выводами, полученными из измерений скорости второго звука в растворах изотопов гелия<sup>(7-10)</sup>. Остается, правда, непонятной обнаруженная в этих работах зависимость  $\mu$  от температуры. Полученное нами значение для эффективной массы He<sup>3</sup> находится в удовлетворительном согласии с величиной  $\mu$ , вычисленной при использовании результатов недавно опубликованной работы Пеллама<sup>(11)</sup>.

В настоящее время проводятся эксперименты по определению  $\rho_n/\rho_\lambda$  более концентрированных смесей.

Пользуемся случаем поблагодарить проф. Б. Г. Лазарева за ряд советов и проф. И. М. Лифшица и М. И. Каганова за обсуждение полученных результатов.

Физико-технический институт  
Академии наук УССР

Поступило  
12 IV 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. Померанчук, ЖЭТФ, 19, 42 (1949). <sup>2</sup> Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ, 18, 424 (1948). <sup>3</sup> А. С. Hollis - Hall et t, Proc. Roy. Soc., A 210, 404 (1952).
- <sup>4</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, 1953, стр. 117. <sup>5</sup> Э. Л. Андроникашвили, Диссертация, Инст. физ. проблем АН СССР, 1948.
- <sup>6</sup> Б. Н. Есельсон, Н. Г. Березняк, ДАН, 105, 454 (1955). <sup>7</sup> Е. А. Lynton, Н. А. Fairbank, Phys. Rev., 80, 1043 (1950). <sup>8</sup> И. М. Халатников, ДАН, 79, 57 (1951).
- <sup>9</sup> Е. А. Lynton, Н. А. Fairbank, Conf. on Low Temp. Physics, Oxford University, 1951, p. 88. <sup>10</sup> J. C. King, Н. А. Fairbank, Phys. Rev., 93, 21 (1954).
- <sup>11</sup> J. R. Pellam, Phys. Rev., 99, 1327 (1955).



Академик АН БССР М. А. ЕЛЪЯШЕВИЧ и О. Н. НИКИТИНА

## ТРИПЛЕТНО-КВИНТЕТНЫЕ ПЕРЕХОДЫ В СПЕКТРЕ АТОМА КРЕМНИЯ

Для атомов и ионов с четной нормальной электронной конфигурацией типа  $ns^2np^2$ , к числу которых относятся атом углерода (нормальная конфигурация  $2s^22p^2$ ) и атом кремния (нормальная конфигурация  $3s^23p^2$ ), при возбуждении получается нечетная конфигурация  $nsnp^3$  (1). С этой конфигурацией, как известно, связано четырехвалентное состояние атомов углерода и кремния, поэтому нахождение соответствующих ей уровней представляет особый интерес. Конфигурация  $nsnp^3$  дает совокупность уровней  $^1P_1^\circ$ ,  $^1D_0^\circ$ ,  $^3S_1^\circ$ ,  $^3P_{0,1,2}^\circ$ ,  $^3D_{1,2,3}^\circ$ ,  $^5S_2^\circ$ , из которых наиболее глубоким должен быть, согласно правилу Гунда, квинтетный уровень  $^5S_2^\circ$ . Для атома углерода этот уровень известен и, действительно, является самым глубоким уровнем для конфигурации  $2s2p^3$  (энергия возбуждения 2,2 эв). Для атома кремния до настоящего времени уровень  $^5S_2^\circ$  не удалось найти, несмотря на то, что дуговой спектр кремния (SiI) хорошо изучен и в основном интерпретирован (2,3). Были найдены лишь одиночные и триплетные уровни атома кремния, в частности все уровни нормальной конфигурации  $3s^23p^2$ , а именно  $^3P_{0,1,2}$  (основной триплетный терм),  $^1D_2$  и  $^1S_0$ , и триплетный терм  $^3D_{1,2,3}$  конфигурации  $3s3p^3$  (с энергией возбуждения 6,0 эв). Следует ожидать, что уровень  $^5S_2^\circ$  конфигурации  $3s3p^3$  будет лежать ниже, чем терм  $^3D_{1,2,3}^\circ$ .

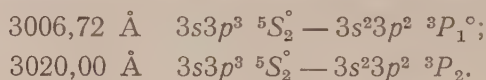
При исследовании спектра кремния, возбуждаемого в угольной дуге постоянного тока при сжигании  $\text{SiO}_2$  из канала анода, одному из авторов О. Н. Никитиной удалось обнаружить две слабые спектральные линии  $\lambda_1 = 3006,72 \text{ \AA}$  ( $\nu_{\text{вак}} = 33249,16 \text{ см}^{-1}$ ) и  $\lambda_2 = 3020,00 \text{ \AA}$  ( $\nu_{\text{вак}} = 33102,95 \text{ см}^{-1}$ ), не значащиеся в таблицах спектральных линий Гаррисона (4) и отсутствующие в таблице, приведенной в работе Кисса (3)\*. Принадлежность этих линий атому кремния была тщательно проверена. Они появляются всегда, когда возбуждается спектр пробы, содержащей значительные количества кремния, — при сжигании кремнийсодержащих материалов в угольной дуге постоянного тока и при горении дуги переменного тока между электродами из элементарного кремния. Чистый кремнезем и угольные электроды, а также элементарный кремний содержали незначительные примеси Al, Ca и Mg; следы наиболее интенсивных линий этих элементов присутствовали в спектрах. Однако, согласно табличным данным, в исследуемых участках спектра (3006,72 и 3020,00  $\text{\AA}$ ) отсутствуют интенсивные линии Al, Ca и Mg, какие-либо линии углерода и последние линии других элементов. Следовательно, линии 3006,72 и 3020,00  $\text{\AA}$  не могут быть приписаны загрязнениям пробы или угольных электродов. Данные линии не принадлежат молекулярному спектру  $\text{SiO}$ , наблюдающемуся в области 2400—3100  $\text{\AA}$  при возбуждении спектра кремния в атмосфере воздуха, или молекулярному спектру каких-либо других соединений кремния. Это было показано путем

\* Линия 3020,00  $\text{\AA}$  приводилась ранее в спектре кремния как сомнительная в работе Фаулера (5) (3020,01  $\text{\AA}$ ) и в атласе Эдера и Валента (6) (3020,13  $\text{\AA}$ ).



возбуждения спектра кремния в условиях, исключающих возможность образования как молекул SiO, так и других соединений кремния. Для этого возбуждалось свечение элементарного кремния в дуге постоянного тока и в дуге переменного тока в атмосфере инертного газа (аргона). Полученные спектры кремния были свободны от каких-либо молекулярных полос, линии же 3006,72 Å и 3020,00 Å в спектрах присутствовали.

Линии 3006,72 и 3020,00 Å появляются всегда вместе, и в пределах точности измерений отношение их интенсивностей остается постоянным. Разность их волновых чисел равна 146,21 см<sup>-1</sup> и в пределах точности измерений, составлявшей 0,01 Å (т. е. 0,1 см<sup>-1</sup>), совпадает с разностью волновых чисел уровней <sup>3</sup>P<sub>2</sub> и <sup>3</sup>P<sub>1</sub> основного триплетного терма <sup>3</sup>P кремния, составляющей 146,16 см<sup>-1</sup> (1). Эти линии естественно интерпретировать как переходы с верхнего нечетного уровня на четные уровни <sup>3</sup>P<sub>1</sub> и <sup>3</sup>P<sub>2</sub>. Из того факта, что отсутствует переход на уровень <sup>3</sup>P<sub>0</sub>, следует, что квантовое число J для верхнего уровня равно 2, а малая интенсивность линий указывает на то, что переходы являются интеркомбинационными. Уровень лежит на 33326,28 см<sup>-1</sup> выше нормального уровня 3s<sup>2</sup>3p<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>0</sub> (энергия возбуждения 4,13 эв), т. е. ниже всех известных нечетных уровней атома кремния; энергия возбуждения следующих по высоте нечетных уровней 3s<sup>2</sup>3p (<sup>3</sup>P°) 4s <sup>3</sup>P<sub>0,1,2</sub> составляет 4,95 эв. При этом известны все ожидаемые глубокие нечетные уровни, кроме <sup>5</sup>S<sub>2</sub>. Поэтому уровень 33326,28 см<sup>-1</sup> может быть однозначно интерпретирован как квинтетный уровень <sup>5</sup>S<sub>2</sub>. Тогда линии 3006,72 и 3020,00 Å истолковываются как триплетно-квинтетные переходы



Указанная интерпретация находится в полном соответствии со всеми экспериментальными данными и теоретическими соображениями. В табл. 1 приведены данные для интенсивностей линий 3006,72 и 3020,00 Å по отношению к линии 2970,35 Å (3s<sup>2</sup>3p (<sup>3</sup>P°) 4s <sup>3</sup>P<sub>2</sub>° — 3s<sup>2</sup>3p<sup>2</sup> <sup>1</sup>D<sub>2</sub>, энергия возбуждения 4,95 эв) и к линии 2577,13 Å (3s<sup>2</sup>3p (<sup>3</sup>P°) 4d <sup>3</sup>D<sub>1</sub>° — 3s<sup>2</sup>3p<sup>2</sup> <sup>1</sup>S<sub>0</sub>, энергия возбуждения 6,7 эв). Эти данные получены при различных условиях возбуждения. Они показывают, что относительные интенсивности I<sub>3020</sub>/I<sub>2970</sub>, I<sub>3006</sub>/I<sub>2970</sub> более стабильны, чем относительные интенсивности I<sub>3020</sub>/I<sub>2577</sub>, I<sub>3006</sub>/I<sub>2577</sub>. Этого и следует ожидать, учитывая, что энергия возбуждения линии 2970,35 Å (4,95 эв) ближе к энергии возбуждения линий 3020,00 и 3006,72 Å (4,13 эв), чем энергия возбуждения линии 2577,13 Å (6,7 эв)\*. Интенсивности линий 3020,00 и 3006,72 Å (триплетно-квинтетные переходы), хотя и меньше интенсивностей линий 2970,35 и 2577,13 Å (синглетно-триплетные переходы), но имеют тот же порядок величины, как и должно быть.

Таблица 1

Относительные интенсивности линий

Условия получ. спектра кремния в угольн. дуге постоян. тока	$\frac{I_{3020}}{I_{2970}}$	$\frac{I_{3006}}{I_{2970}}$	$\frac{I_{3020}}{I_{2577}}$	$\frac{I_{3006}}{I_{2577}}$	$\frac{I_{3020}}{I_{3006}}$
В атмосфере аргона	0,21	0,081	0,44	0,17	2,6
В атмосфере азота	0,22	0,087	0,59	0,24	2,5
В воздухе*	0,21	0,098	0,56	0,26	2,2

\* Имеется фон SiO, незначительный в участке 2970—3020 Å и более заметный в участке 2577 Å.

3020,00 и 3006,72 Å (триплетно-квинтетные переходы), хотя и меньше интенсивностей линий 2970,35 и 2577,13 Å (синглетно-триплетные переходы), но имеют тот же порядок величины, как и должно быть.

\* В соответствии с бóльшим потенциалом ионизации аргона по сравнению с азотом и кислородом в атмосфере аргона линия 2577 Å должна лучше возбуждаться, что объясняет уменьшение отношений I<sub>3020</sub>/I<sub>2577</sub>, I<sub>3006</sub>/I<sub>2577</sub> в этом случае.

большая интенсивность линии  $3020,00 \text{ \AA}$ , чем линии  $3006,72 \text{ \AA}$ , находится в качественном соответствии с большим статистическим весом уровня  $^3P_2$  по сравнению с уровнем  $^3P_1$ ; теоретическое отношение интенсивностей равно  $5:3 = 1,67$ . Количественного согласия в подобных случаях и не следует ожидать.

Разность энергий возбуждения уровней  $^3D_{1,2,3}$  и  $^5S_2$  конфигурации  $3s3p^3$  атома кремния составляет  $6,0 - 4,13 = 1,9$  эв, что меньше соответствующей разности для уровней  $^3D_{1,2,3}$  и  $^5S_2$  конфигурации  $2s2p^3$  атома глерода, составляющей  $8,0 - 4,2 = 3,8$  эв. Это находится в согласии с общим уменьшением энергии связи внешних электронов при переходе от глерода к кремнию.

Можно сделать окончательный вывод, что линии  $3020,00$  и  $3006,72 \text{ \AA}$  соответствуют триплетно-квинтетным переходам с уровня  $3s3p^3 \ ^5S_2$   $3326,28 \text{ см}^{-1}$  с энергией возбуждения  $4,13$  эв.

Было бы, разумеется, желательно найти комбинации этого уровня с другими уровнями, помимо уровней  $^3P_2$  и  $^3P_1$  нормальной конфигурации. Однако, как показывает рассмотрение различных возможных комбинаций, следует ожидать лишь появления чрезвычайно слабых линий.

Институт физики и математики  
Академии наук БССР  
Институт химии силикатов  
Академии наук СССР

Поступило  
25 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Мооре, Atomic Energy Levels, 1, 1949. <sup>2</sup> H. Babcock, C. Moore, Hoge, Ap. J., 83, 118 (1936). <sup>3</sup> C. Kiess, J. Res. Nat. Bur. Stand., 21, 185 (1938). <sup>4</sup> J. Harrison, Wavelength Tables, N. Y., 1939. <sup>5</sup> A. Fowler, Proc. Roy. Soc. London, 123 A, 422 (1929). <sup>6</sup> J. Eder, E. Valenta, Atlas typischen Spectra, Wien, 1911.

Член-корреспондент АН СССР Е. К. ЗАВОЙСКИЙ и Г. Е. СМОЛКИН

## О МЕЖМОЛЕКУЛЯРНОМ ПЕРЕНОСЕ ЭНЕРГИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ В КРИСТАЛЛАХ

I. В последнее время в литературе по теории люминесценции часто обсуждается вопрос о механизме межмолекулярного переноса энергии возбуждения в кристаллах. Например, одной из сравнительно новых теорий является так называемая «теория первичных фотонов», усиленно развиваемая Бирксом<sup>(1)</sup>. Согласно этой теории при прохождении ионизирующей частицы через кристалл возбуждаются высокие электронные состояния. Переходы из этих состояний сопровождаются испусканием первичных жестких квантов с энергией  $\sim 8$  эв ( $\lambda \sim 1000\text{--}2000 \text{ \AA}$ ). Это коротковолновое излучение затем поглощается и вновь испускается соседними молекулами кристалла. Процесс реабсорбции повторяется несколько раз и протекает с частичной диссипацией энергии. Когда энергия возбуждения становится равной энергии первого возбужденного электронного состояния, происходит нормальная флуоресценция.

По утверждению самого автора такой механизм, в отличие от экситонной и других теорий, может объяснить миграцию энергии практически на сколько угодно большие расстояния. В своей работе<sup>(1)</sup> Биркс вычислил длину свободного пробега первичных фотонов в кристаллах типа антрацена, стильбена, терфенила и нашел ее равной 7  $\mu$ . Как на экспериментальное подтверждение своей теории он ссылается на работу<sup>(2)</sup>. Авторы этой работы сделали попытку непосредственной фотографической регистрации размеров области, в которой совершается перенос энергии в большом стильбеновом кристалле при облучении его  $\alpha$ -частицами  $\text{Po}^{210}$ . Они нашли, что перенос энергии возбуждения в стильбеновом кристалле происходит на расстоянии порядка нескольких миллиметров.

II. Размеры области межмолекулярного переноса энергии в кристаллах можно сравнительно просто оценить с помощью люминесцентной камеры<sup>(3)</sup>. Для этого достаточно произвести фотографирование треков ионизирующих частиц в этих кристаллах. Такие опыты были проделаны нами с кристаллами антрацена и  $\text{CsJ(Tl)}$ . При этом мы использовали  $\alpha$ -частицы  $\text{Po}^{210}$  (энергия 5,3 Мэв), которые падали на поверхность кристалла под малым углом.

Для проектирования изображения треков на фотокатод электроннооптического преобразователя (ЭОП) был применен микроскоп с увеличением от 200 до 300 раз. Полный пробег  $\alpha$ -частиц в кристаллах антрацена и иодистого цезия равен, соответственно,  $\sim 34$  и  $\sim 27 \mu$ . Коэффициент усиления ЭОП был достаточно высок и допускал фотографическую регистрацию одного электрона, вылетающего с входного фотокатода<sup>(4)</sup>. Во всех остальных деталях экспериментальная установка была аналогична описанной в<sup>(3)</sup>.

Несколько фотографий треков  $\alpha$ -частиц в кристаллах антрацена и  $\text{CsJ(Tl)}$ , полученных на люминесцентной камере, представлено на рис. 1 и рис. 2. Можно видеть, что изображения треков на обоих рисунках состоят из отдельных точек. Каждая точка отвечает одному фотоэлектрону, вылетевшему с входного фотокатода электроннооптического преобразователя. Число точек

К статье Е. К. Завойского и Г. Е. Смолкина, стр.

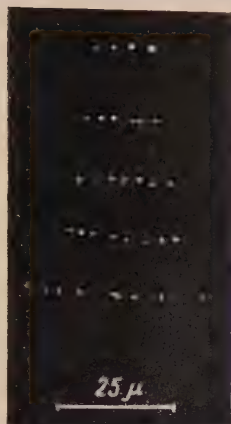


Рис. 1

Рис. 1. Фотографии треков  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$  в кристалле антрацена

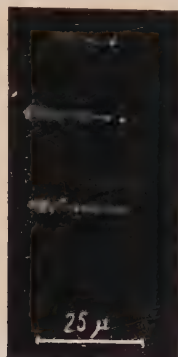


Рис. 2

Рис. 2. Фотографии треков  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$  в кристалле  $\text{CsJ(Tl)}$

К статье Е. И. Елагиной и Н. Х. Абрикосова, стр. 353

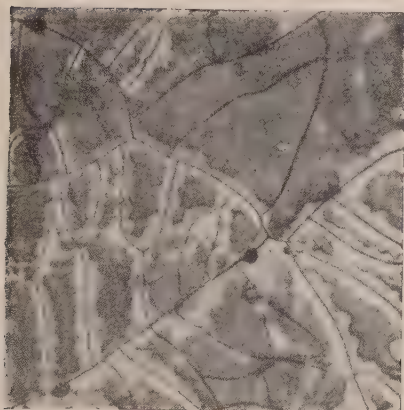


Рис. 2

Рис. 2. Сплав 50 мол.%  $\text{RbTe}$ , литой, медленно охлажденный. 136 ×

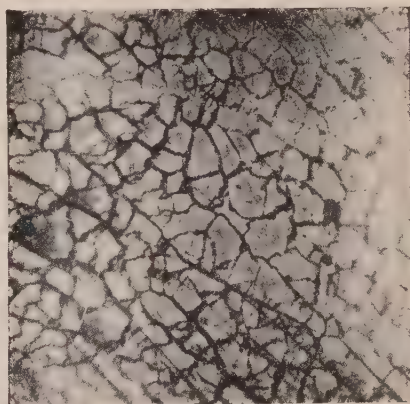


Рис. 3

Рис. 3. Сплав 50 мол.%  $\text{RbTe}$  после отжига. 136 ×





единицу длины трека определяется световым выходом кристалла, квантовым выходом фотокатода ЭОП, свойствами использованной оптики и, наконец, согласованностью спектральной чувствительности фотокатода со спектром излучения кристалла. Фотографирование треков в антрацене и CsJ(Tl) производилось в одинаковых условиях, а спектры излучения этих кристаллов полностью укладываются на кривой спектральной чувствительности сурьмяно-цезиевого фотокатода. Поэтому разница как в плотности, так и в полном числе точек  $N$  на соответствующих фотографиях треков обусловлена только квантовым выходом света люминесценции кристаллов.

Произведем ориентировочный расчет числа  $N$  в обоих случаях для полного пробега  $\alpha$ -частиц  $\text{Po}^{210}$ . Пусть  $E$  — энергия  $\alpha$ -частиц;  $V$  — энергия, затрачиваемая  $\alpha$ -частицей в кристалле на образование одного кванта. Тогда комое число  $N$  равно:

$$N = \frac{E \eta \xi \sin^2(\alpha/2)}{n^2 V} \quad (1)$$

здесь  $\eta$  — квантовый выход фотокатода для света люминесценции кристалла;  $\xi$  — коэффициент, учитывающий потери света в оптической системе,  $\alpha^*$  — апертура микроскопа;  $n$  — коэффициент преломления кристалла.

В этой формуле все величины известны с достаточной степенью точности как для антрацена, так и для иодистого цезия. Именно:  $E = 5,3 \cdot 10^6$  эв;  $\xi = 5 \cdot 10^{-2}$ ;  $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = 0,137$ ;  $n \simeq 1,7$  для антрацена и  $n = 1,78$  для иодистого цезия;  $V \simeq 10^3$  эв\*\* для антрацена<sup>(1)</sup> и  $V \simeq 50$  эв\*\* для CsJ Tl<sup>(1)</sup>.

Подставляя численные значения величин в формулу (1), получим:

$$N \simeq 10 \text{ для антрацена; } N \simeq 150 \text{ для CsJ (Tl).}$$

Эти значения  $N$  вполне удовлетворительно согласуются с нашими опытными данными.

Если вдоль каждого из треков на рис. 1 и 2 провести среднюю линию, то можно заметить, что во всех случаях точки отстоят от средней линии не дальше чем на  $1 \mu$ .

Рассмотрим разрешающую способность нашей установки. Она определяется разрешающей способностью ЭОП и микроскопа, а также, разумеется, качеством обработки поверхности кристалла. Разрешающая способность ЭОП была равна  $10^{-2}$  см. Разрешение микроскопа  $= \frac{\lambda}{2n \sin \alpha} \sim 0,2 \mu$ . Здесь  $\lambda = 4500 \text{ \AA}$  — средняя длина волны в спектре излучения кристаллов. Следовательно, при увеличении микроскопа в 200 раз люминесцентная камера могла разрешить около  $1 \mu$  объекта.

Таким образом из полученных экспериментальных данных следует, что как в случае антрацена, так и в случае CsJ (Tl), свет люминесценции испускается молекулами, лежащими от места прохождения  $\alpha$ -частицы на расстоянии, не превышающем минимальное расстояние, которое еще могло быть разрешено на нашей установке ( $\pm 1 \mu$ ). Этот результат, однако, не согласуется с расчетами Биркса для свободного пробега первичных фотонов; он находится также в резком противоречии с результатами работы<sup>(2)</sup>.

Малый световой выход стильбена, слабая чувствительность фотокатода ЭОП в области спектра свечения стильбена и поглощение в оптике не позволили получить вполне удовлетворительные фотографии треков  $\alpha$ -частиц в этом кристалле. Однако в опытах, аналогичных<sup>(2)</sup>, но проведенных с использованием люминесцентной камеры, мы не могли обнаружить переноса энергии возбуждения в стильбене на расстояния, превышающие точность

\* Имеется в виду «сухой» (не иммерсионный) объектив.

\*\* Эти значения величины  $V$  взяты нами с учетом нелинейности светового выхода, имеющего место при больших плотностях ионизации.

измерений — 0,1 мм \*. В работе (2), повидимому, не были устранены отражения света люминесценции от неоднородностей кристалла и его поверхностей.

В заключение мы выражаем благодарность Л. М. Беляеву за предоставленные нам кристаллы антрацена и иодистого цезия, а также М. Д. Галанину за интересное обсуждение результатов работы.

Поступило  
9 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Дж. Биркс, Сцинтилляционные счетчики, ИЛ, М., 1955. <sup>2</sup> М. Агено, G. Cortellessa, Nuovo Cim., 9, 196 (1952). <sup>3</sup> Е. К. Завойский, Г. Е. Смолкин, А. Г. Плахов, М. М. Бутслов, ДАН, 100, 241 (1955). <sup>4</sup> Е. К. Завойский, М. М. Бутслов, Г. Е. Смолкин, ДАН, 111, № 5 (1956).

---

\* В этом случае мы пользовались не микроскопом, а обычным фотографическим объективом Юпитер-3 с увеличением  $1\times 1$ .

Е. А. КОЛТЫПИН и В. М. МОРОЗОВ

# ОЦЕНКА ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ СЕЧЕНИЯ РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА НЕЙТРОНОВ РЕЗОНАНСНОЙ ЭНЕРГИИ (275 кэВ) ИЗОТОПОМ $\text{Li}^7$

(Представлено академиком А. П. Александровым 9 VI 1956)

Сечение активации изотопа  $\text{Li}^7$  при радиационном захвате нейтронов определялось сравнением с сечением хорошо изученной реакции  $(n, t)\text{He}^4$  <sup>(1)</sup>. Сравнение облегчено тем, что образующееся после распада  $\text{Li}^8$  ядро  $\text{Be}^8$   $\alpha$ -активно и может быть зарегистрировано по низации, производимой  $\alpha$ -частицами. Регистрация может производиться одним и тем же счетчике совместно с регистрацией  $\alpha$ -частиц и ядер лития из реакции  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$  с примерно равными эффективностями,

Таблица 1

Число отсчетов		Продолжительн. измерения, сек.	Число совпадений	Ожидаем. число случайн. совпад.	Эффект
пропорцио- нальн. счетчик	гайгеровск. счетчик				
40 200	34 2000	1500	46	29	$17 \pm 7$
40 250	34 4000	1500	53	30	$23 \pm 7$
40 000	32 5050	1500	36	28	$8 \pm 6$
48 600	47 2850	1800	58	41	$17 \pm 8$
141 400	146 3150	5400	147	122	$25 \pm 12$
$\Sigma$ 310450			340	250	$90 \pm 19$

как в 90% случаев  $\beta$ -распадов  $\text{Li}^8$  ядро  $\text{Be}^8$  образуется в возбужденном состоянии (уровень 3,1 Мэв), при  $\alpha$ -распаде из которого излучаются  $\alpha$ -частицы имеют энергию 1,5 Мэв каждая <sup>(2)</sup>. Эта энергия сравнима с энергией  $\alpha$ -частиц из реакции  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$  ( $\sim 2$  Мэв). Однако изучение активации  $\text{Li}^7$  обычным методом (по наблюдению активности после излучения) существенно затруднено как малым периодом полураспада  $\text{Li}^8$  (0,89 сек.), так и малым ожидаемым сечением (измеренное в <sup>(3)</sup> сечение активации тепловыми нейтронами равно  $33 \pm 5$  миллибарн).

Мы применили непрерывную регистрацию актов  $\beta$ -распада  $\text{Li}^8$  в процессе облучения лития нейтронами, отделяя импульсы детектора, вызванные  $\alpha$ -частицами распада  $\text{Be}^8$ , от импульсов, вызванных продуктами реакции  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$ , по совпадению с импульсами от электронов  $\beta$ -распада  $\text{Li}^8$  во втором детекторе. Действительно,  $\alpha$ -распад  $\text{Be}^8$  даже в основном состоянии происходит за время  $\sim 10^{-16}$  сек., так что экспериментально этот процесс следует рассматривать одновременно с  $\beta$ -распадом  $\text{Li}^8$ .

Измерения велись с прибором (см. рис. 1), состоящим из двух газовых счетчиков. Внутренний счетчик обычной конструкции работает в



пропорциональном режиме. Его стенки покрыты тонким слоем фтористого лития с естественным содержанием изотопов. Внешний счетчик предназначен для регистрации электронов  $\beta$ -распада  $\text{Li}^8$  и работает в гайгеровском режиме. Этот счетчик имеет необычную конфигурацию; его конструкция приведена на рисунке. Так как электроны  $\beta$ -распада  $\text{Li}^8$  весьма энергичны (верхняя граница спектра  $\sim 13$  Мэв), нет нужды делать стенки обоих счетчиков особо тонкими.

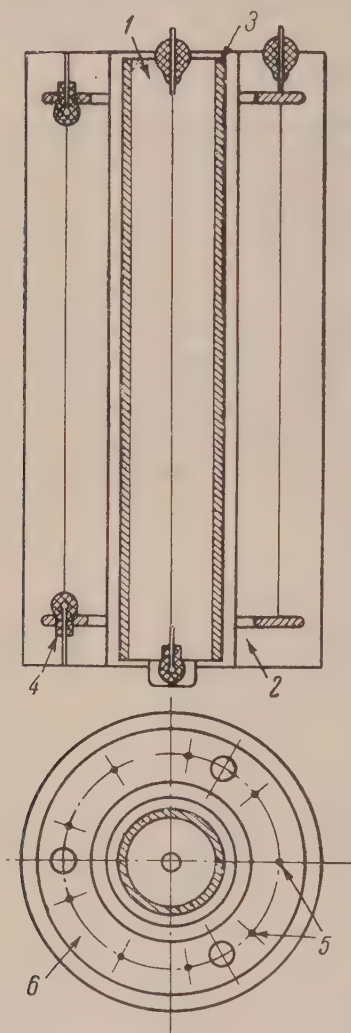


Рис. 1. 1 — первый счетчик; 2 — второй счетчик; 3 — слой  $\text{LiF}$ ; 4 — изоляторы (стекло); 5 — пин; 6 — кольца держатели пиней

$42 \pm 10$  мбарн, в удовлетворительном согласии с результатом работы (3) ( $33 \pm 5$  мбарн). Точность этих измерений достаточна для проверки возможностей метода.

Измерения с нейтронами резонансной энергии (275 кэв (5)) производились на нейтронах из реакции  $\text{T}(p, n)\text{He}^3$ ; неоднородность нейтронов по энергии не превышала  $\sim 15$  кэв. В этих измерениях имелся фон пропорционального счетчика, связанный с реакцией  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$  на тепловых нейтронах, присутствовавших в измерительном помещении в небольших количествах. Этот фон определен в отдельных измерениях и оказался равным  $50 \pm 5$  % от полного числа отсчетов пропорционального счетчика.

При сделанных нами предположениях о эффективности регистрации  $\alpha$ -частиц распада  $\text{Be}^8$  и продуктов реакции  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$  эффективность регистрации актов  $\beta$ -распада  $\text{Li}^8$  (относительно регистрации  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$ ) зависит только от абсолютной эффективности счета электронов  $\beta$ -распада  $\text{Li}^8$  внешним счетчиком. Эта эффективность оценена нами расчетом телесного угла, занимаемого внешним счетчиком, относительно рабочего объема внутреннего счетчика ( $\sim 85$  % от  $4\pi$ ) и расчетом доли электронов спектра  $\beta$ -распада  $\text{Li}^8$ , способных проникнуть через стенки счетчиков в рабочий объем внешнего счетчика ( $\sim 60$  %, использован спектр из (2)); следовательно, эффективность внешнего счетчика достигает  $50 \pm 10$  % — неточность этой величины связана с упрощениями, сделанными при расчете. Таким образом, регистрируемое за определенный интервал времени число  $\beta$ -распадов  $\text{Li}^8$  следует удваивать перед сравнением с числом реакций  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$ , зарегистрированных внутренним счетчиком за тот же интервал времени.

Для проверки метода проведены измерения сечения радиационного захвата тепловых нейтронов изотопом  $\text{Li}^7$ . Источником нейтронов служил радий-бериллиевый источник  $\sim 1,6$  к, заключенный в свинец для снижения фона от  $\gamma$ -лучей. Нейтроны замедлялись парафином.

Результаты измерений и обработки приведены в табл. 1.

Принимая для реакции  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$  сечение для тепловых нейтронов равным  $67 \pm 7$  барн (4) на ядро естественной смеси изотопов лития и учитывая изотопный состав, по данным табл. 1 можно определить сечение  $(n, \gamma)$  реакции на  $\text{Li}^7$  для тепловых нейтронов. Это сечение оказывается равным

Результаты измерений приведены в табл. 2.

Соотношение между наблюдаемым числом совпадений и ожидаемым числом случайных совпадений неблагоприятно для искомого эффекта.

Таблица 2

Число отсчетов		Продолжительн. измерения сек.	Число совпадений	Ожидаем. число случайн. совпа- дений	Эффект
пропорцио- нальн. счетчик	гайгеровск. счетчик				
6464	468480	810	6	9	—
1600	107780	190	0	2	—
$\Sigma 8064$			6	11	не обнару- жен

Мы полагаем, что в условиях нашего эксперимента число совпадений, вызванных  $\beta$ -распадом  $\text{Li}^8$ , не превышает 2—3. В таком случае (учитывая, что сечение реакции  $\text{Li}^6(n, t)\text{He}^4$  для нейтронов с энергией 265 кэв достигает 4 барна <sup>(1)</sup>) для верхней границы сечения радиационного захвата резонансных нейтронов изотопом  $\text{Li}^7$  получается оценка  $1/4$  миллибарна.

Поступило  
3 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. В. Горлов, Б. М. Гохберг, В. М. Морозов, Г. А. Отрощенко, *ИЗВ. АН, т. 110*, № 6 (1956). <sup>2</sup> W. F. Hornyak, T. Lauritsen, *Phys. Rev.*, **77**, 160 (1950). <sup>3</sup> D. J. Hughes, D. Hall et al., *Phys. Rev.*, **72**, 646 (1947). <sup>4</sup> Р. Эдер, *Нейтронные эффективные сечения*, ИЛ, 1951. <sup>5</sup> Г. В. Горлов, Б. М. Гохберг, В. М. Морозов, Г. А. Отрощенко, *ДАН*, **111**, № 4 (1956).

А. А. СОКОЛОВ, Д. Д. ИВАНЕНКО и И. М. ТЕРНОВ  
О ВОЗБУЖДЕНИИ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ  
КВАНТОВЫМИ ФЛУКТУАЦИЯМИ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 5 VI 1956)

1. Энергия релятивистского электрона, движущегося в однородном магнитном поле  $H$ , равна (<sup>1-4</sup>)

$$E_n = \sqrt{2eH\hbar n + m^2 c^4}, \quad (1)$$

где  $n = l + s$  — главное,  $l$  — азимутальное и  $s$  — радиальное квантовые числа.

Эту энергию мы можем представить в виде суммы энергии вращательного движения электрона (энергия  $E_l$ ) и энергии колебательного движения по радиусу (энергия  $E_s$ ):

$$E_l \cong \sqrt{2eH\hbar l + m^2 c^4}, \quad E_s \cong \hbar \omega s = \frac{E \omega^2 a^2}{2c^2}, \quad (2)$$

где  $a$  — амплитуда радиальных колебаний.

При переходе электрона из состояния  $n$  в состояние  $n' = n - \nu$  ( $\nu = \nu' + \nu''$ ,  $\nu'' = l - l'$ ,  $\nu' = s - s'$ ) энергии вращательного и колебательного движения изменяются по закону:

$$\frac{dE_l}{dt} = - \sum_{n', s'} \hbar \omega \left( \nu'' + \frac{\nu^2}{4l} \right) \omega_{nn'ss'} = - W_0 \left[ 1 - \frac{275 \sqrt{3}}{96} \frac{\hbar \omega}{mc^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2 \right], \quad (3)$$

$$\frac{dE_s}{dt} = - \sum_{n', s'} \hbar \omega \nu' \omega_{nn'ss'} = \frac{55 \sqrt{3}}{96} W_0 \frac{\hbar \omega}{mc^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2, \quad (4)$$

где  $\omega_{nn'ss'}$  — вероятность спонтанного перехода в единицу времени определяемая формулой (56) работы (<sup>2</sup>), а  $W_0$  — полная энергия излучения светящегося электрона в классическом приближении. Сумма выражений (3) и (4) дает общую потерю энергии на излучение с учетом квантовых поправок с точностью до  $\hbar$ , найденную в (<sup>5, 6</sup>).

2. Из формулы (3) мы видим, что квантовые поправки к вращательному движению могут сказываться лишь при весьма высоких энергиях  $E \sim E_\mu$  ( $\mu = 1/2$ ), где

$$E_\mu = mc^2 \left( \frac{mc^2}{\hbar \omega} \right)^\mu. \quad (5)$$

При  $\hbar \rightarrow 0$  изменения энергии радиальных колебаний вообще не будут. е. в классическом случае величина  $s$  будет оставаться постоянно даже с учетом излучения.

Лишь в квантовом случае ( $\hbar \neq 0$ ) будет иметь место своеобразная перекачка энергии, когда вращательная энергия будет расходоваться не только на излучение, но и на возбуждение радиальных колебаний.

$\neq \text{const}$ ), вследствие этого квадрат амплитуды радиальных колебаний идет возрастать по закону  $(2,3,7,8)$ .

$$a^2 = a_0^2 \frac{H(0)}{H(t)} + \frac{55}{24\sqrt{3}} \frac{e^2 t R}{mE(1-q)^2} \int_0^t \left(\frac{E}{mc^2}\right)^6 \frac{dt}{R^2}, \quad (6)$$

$a_0$  — начальная амплитуда радиальных колебаний;  $q$  — показатель изменения магнитного поля в зависимости от  $r$ .

3. Выясним механизм возбуждения квантовых радиальных колебаний. Для этого рассмотрим случай  $q \neq 0$ , когда наряду с радиальными колебаниями могут возникнуть также и аксиальные. Тогда

$$x = r - R = a \cos(\sqrt{1-q}\omega t + \varphi), \quad z = b \cos(\sqrt{q}\omega t + \varphi_1), \quad (7)$$

$R$  — радиус равновесной орбиты. Амплитуды  $a$  и  $b$  можно связать с соответствующими квантовыми числами ( $s$  — радиальное,  $k$  — аксиальное) с помощью соотношений (см., например,  $(7,8)$ )

$$a^2 = \frac{2c\hbar s}{eH\sqrt{1-q}}, \quad b^2 = \frac{2c\hbar k}{eH\sqrt{q}}.$$

Отсюда видно, что квантовая теория допускает следующее значение минимального изменения квадрата амплитуды колебаний ( $\Delta s = 1$ )

$$\Delta(a^2) = \frac{2c\hbar}{eH\sqrt{1-q}}. \quad (8)$$

Возбуждение радиальных колебаний будет происходить следующим образом: вращающийся релятивистский электрон по направлению касательной испускает фотон с энергией  $\Delta E \sim \hbar \frac{c}{R} \gamma_m$ , где  $\gamma_m \sim \left(\frac{E}{mc^2}\right)^3$  является номером наиболее вероятной излучаемой гармоники. Изменение же энергии должно повлечь за собой и изменение радиуса стационарной орбиты на величину

$$\Delta R = \frac{1}{1-q} \frac{\Delta E}{E} R. \quad (9)$$

Вычисления, проведенные по строгой квантовой теории в работе  $(8)$  (см. формулу (29)), приводят к следующему значению для квадрата амплитуды радиальных колебаний при излучении одного фотона с энергией  $\Delta E$ :

$$\Delta(a^2)_{\text{кв}} = \frac{R^2}{(1-q)^2} \left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2; \quad (\Delta R)^2 > \Delta(x_0^2) \quad (s \neq 0); \quad (10)$$

$$\Delta(a^2)_{\text{кв}} = 0; \quad (\Delta R)^2 < \Delta(x_0^2) \quad (s = 0). \quad (11)$$

Из условия (10) мы находим, что радиальные возбуждения будут происходить при энергиях  $E > E_{1/s}$  ( $\mu = 1/5$ ).

Из формул (7) и (9) видно, что в классическом случае изменение амплитуды, связанное с изменением центра колебаний, должно зависеть не только от энергии, но и от фазы

$$\Delta(a^2)_{\text{кл}} = \Delta(a^2)_{\text{кв}} - 2a\Delta R \cos(\sqrt{1-q}\omega t + \varphi). \quad (12)$$

Если в течение одного периода колебаний будет несколько «случайных» изменений центра колебаний при условии, что фаза  $\varphi$  будет сохранять свое значение (случай классического приближения), то мы получаем исчезающий результат (11). Квантовый же результат (10) может быть получен лишь в результате усреднения выражения (12) по фазе  $\varphi$ .

Таким образом, возбуждение радиальных колебаний будет происходить, когда имеет место статистическая независимость последовательных



процессов (цепи Маркова). Как известно, цепи Маркова являются основой теории флуктуаций (см., например, теорию брауновского движения).

Строгий квантовый метод для исследования возбуждения радиальных бетатронных колебаний был использован в ряде наших работ по квантовой теории светящегося электрона, а полуклассический метод с усреднением по фазе — Сандсом <sup>(10)</sup> при исследовании влияния квантовых флуктуаций на радиально-фазовые колебания в синхротроне. Оба метода вычислений приводят к одинаковым результатам. Это обстоятельство напоминает случай со строгим выводом по квантовой теории лэмбовского сдвига и его полуклассической интерпретацией, данной Вельтоном (см., например, <sup>(11-13)</sup>). Таким образом, при больших энергиях  $E \gg E_1$ , ( $s = \text{const}$ ) будет иметь место весьма интересный случай движения релятивистского электрона, когда его вращение вокруг магнитного поля будет описываться классической теорией, а радиальные колебания с макроскопической амплитудой (образующие своего рода «макроатом») — законами квантовой механики.

Для «макроатома» имеет место своеобразный принцип неопределенности. Амплитуды радиальных колебаний и радиального импульса имеют порядок

$$a \sim \sqrt{\frac{c\hbar s}{eH}}, \quad p_0 \sim \frac{E}{c^2} \omega a \sim \sqrt{\frac{eH\hbar s}{c}}. \quad (13)$$

Отсюда видно, что при возможном изменении  $s$  на единицу амплитуду импульса и амплитуду координаты мы будем знать лишь с точностью до величин

$$\Delta p_0 \sim \frac{\partial p_0}{\partial s} \Delta s \sim \frac{p_0}{s}, \quad \Delta a \sim \frac{a}{s}. \quad (14)$$

Однако неточности в измерении координаты ( $\Delta x$ ) и импульса ( $\Delta p$ ) не могут обе одновременно совпадать с неточностями  $\Delta a$  и  $\Delta p_0$ , так как при  $s \gg 1$  мы получили бы неравенство

$$\Delta a \cdot \Delta p_0 \sim \frac{\hbar}{s} \ll \hbar,$$

противоречащее принципу неопределенности

$$\Delta x \cdot \Delta p \sim \hbar. \quad (15)$$

Поэтому только одну из неточностей мы можем положить по порядку величины равной приращению соответствующей амплитуды, неточность же второй величины может быть оценена из соотношения неопределенности (15).

Тогда в обоих случаях:

$$\begin{aligned} 1) \quad \Delta p \sim \Delta p_0 \sim \frac{p_0}{s}, \quad \Delta a \sim \frac{\hbar}{\Delta p} \sim a; \\ 2) \quad \Delta x \sim \Delta a \sim \frac{a}{s}; \quad \Delta p \sim \frac{\hbar}{\Delta x} \sim p_0 \end{aligned} \quad (16)$$

мы не можем пользоваться классическим приближением.

Указанные неточности могут возникнуть лишь через промежуток времени  $\tau = \frac{1}{\omega_{s,s+1}}$ , где  $\omega_{s,s+1}$  — вероятность перехода с изменением квантового числа  $s$  на единицу.

При  $E \ll E_{1/s}$  время  $\tau \rightarrow \infty$ , поэтому мы можем пользоваться классическим приближением. При  $E \gg E_{1/s}$  время  $\tau \sim \frac{137 mc^2}{\omega E}$ , и поэтому указанные переходы могут возникнуть уже на первых же периодах радиальных колебаний, что в конце концов (т. е. в результате многих переходов

) должно привести к квантовому характеру радиальных колебаний, а сам процесс перехода от классических уравнений к квантовым с помощью существующих теорий проследить было бы затруднительно. Возбуждение аксиальных колебаний, которое может появиться при энергиях  $E > E_{1/2}$  ( $\mu = 1/3$ ), будет происходить по закону

$$b^2 = b_0^2 \frac{H(0)}{H(t)} + \frac{13}{24\sqrt{3}} \frac{e^2 \hbar R}{qmE} \int_0^t \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4 \frac{dt}{R^2}. \quad (17)$$

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
16 VI 1955

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Д. Иваненко, А. Соколов, Классическая теория поля, М.—Л., 1951, 288—290. <sup>2</sup> А. А. Соколов, И. М. Тернов, ЖЭТФ, **25**, 698 (1953). <sup>3</sup> А. А. Соколов, И. М. Тернов, ДАН, **92**, 537 (1953). <sup>4</sup> А. А. Соколов, А. Н. Матвеев, М. Тернов, ДАН, **102**, 65 (1955). <sup>5</sup> А. А. Соколов, Н. П. Клепиков, М. Тернов, ДАН, **89**, 665 (1953). <sup>6</sup> А. А. Соколов, Н. П. Клепиков, М. Тернов, ЖЭТФ, **24**, 249 (1953). <sup>7</sup> А. А. Соколов, И. М. Тернов, ДАН, **823** (1954). <sup>8</sup> А. А. Соколов, И. М. Тернов, ЖЭТФ, **28**, 431 (1955). <sup>9</sup> А. А. Соколов, ДАН, **67**, 1013 (1949). <sup>10</sup> M. Sands, Phys. Rev., **97**, 470 (1955); Н. Матвеев, ДАН, **109**, 495 (1956). <sup>11</sup> T. Welton, Phys. Rev., **74**, 1157 (1948). <sup>12</sup> R. Feunpman, Rev. Mod. Phys., **20**, 367 (1948). <sup>13</sup> А. Соколов, Д. Иваненко, Квантовая теория поля, М.—Л., 1952, стр. 189.

В. В. СУДАКОВ

# РАССЕЯНИЕ МЕЗОНА НА МЕЗОНЕ В КВАНТОВОЙ МЕЗОННОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 8 VI 1956)

В отличие от функций Грина и вершинной части, асимптотические выражения которых являются функциями одного аргумента <sup>(1,2)</sup>, асимптотика того же типа, соответствующая рассеянию мезона на мезоне, зависит, вообще говоря, от двух аргументов. И. Т. Дятловым и К. А. Тер-Мартirosьяном <sup>(3)</sup> построена система уравнений, определяющая асимптотическое поведение амплитуды, и найдены ее предельные значения. В общем случае эта система может быть решена лишь путем численного интегрирования.

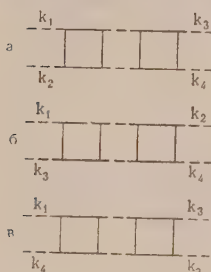


Рис. 1

Можно было бы ограничиться наиболее интересным случаем, когда оба аргумента  $P$  совпадают и тем самым  $P$  является функцией одного аргумента (в этом случае импульсы всех четырех мезонов  $k_1, k_2, k_3, k_4$ , а также их попарные суммы должны иметь один и тот же порядок величины). Оказывается, однако, что в системе уравнений, данной в работе <sup>(3)</sup>, амплитуда  $P$ , зависящая от одного аргумента, не выражается сама через себя, а должна определяться одновременно с  $P$ , зависящей от двух аргументов.

Покажем, что, тем не менее, можно получить простое замкнутое уравнение для амплитуды  $P$ , зависящей лишь от одного аргумента (мы проведем вывод на примере нейтральной псевдоскалярной мезонной теории). Рассмотрим для этого введенную в <sup>(3)</sup> величину  $F(k_1, k_2, k_3, k_4)$  — сумму всех диаграмм, сводимых к диаграмме, изображенной на рис. 1а (напоминаем, что сведением диаграммы называется

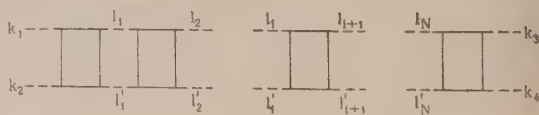


Рис. 2

замена двух квадратов, соединенных двумя мезонными линиями, одним квадратом). Каждая диаграмма этой суммы приводима относительно отделения импульсов  $k_1, k_2$  от  $k_3, k_4$ , т. е. может быть разделена на две части, соединяющиеся лишь двумя мезонными линиями, причем  $k_1, k_2$  присоединяются к одной части, а  $k_3, k_4$  — к другой. Такая диаграмма состоит из двух или более частей, связанных цепочкой мезонных линий  $l_i, l'_i = -l_i + k_1 + k_2$  (см. рис. 2) и уже более не приводимых по отношению к отделению подходящих к ним пар мезонных линий  $l_i, l'_i$  и  $l_{i+1}, l'_{i+1}$  ( $i$  принимает здесь всевозможные значения).

Обозначим вклад  $i$ -й части типа  $n_i$  через  $f_{n_i}$  (предполагается, что мы перенумеровали всевозможные неприводимые части):

$$f_{n_i}(z_i, z_{i+1}) = f_{n_i}[\max(z_i, z_{i+1})], \quad z_i = \ln(-l_i^2/m^2).$$

личина вклада такого рода диаграммы равна

$$f_{n_0, n_1, \dots, n_N}(\xi) = \left(\frac{-g_0^2}{4\pi}\right)^N \int_{\xi}^L dz_1 \int_{\xi}^L dz_2 \dots \int_{\xi}^L dz_N f_{n_0}(\xi, z_1) d^2(z_1) f_{n_1}(z_1, z_2) d^2(z_2) \dots d^2(z_N) f_N(z_N, \xi). \quad (1)$$

Разобьем область интегрирования по  $z_1, \dots, z_N$  на  $N$  областей;  $j$ -ю область определим неравенством

$$z_j \leq z_1, z_2, \dots, z_{j-1}, z_{j+1}, \dots, z_N; \quad j = 1, \dots, N.$$

При этом правая часть (1) перейдет в сумму  $N$  членов. В  $j$ -м члене произведем интегрирование по всем  $z_k$ ,  $k \neq j$ . Тогда, используя непосредственно получаемые из (1) формулы

$$\begin{aligned} \left(\frac{-g_0^2}{4\pi}\right)^{j-1} \int_{z_j}^L dz_1 \dots \int_{z_j}^L dz_{j-1} f_{n_0}(\xi, z_1) d^2(z_1) \dots d^2(z_{j-1}) f_{n_{j-1}}(z_{j-1}, z_j) = \\ = f_{n_0, \dots, n_{j-1}}(z_j), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{-g_0^2}{4\pi}\right)^{N-j} \int_{z_j}^L dz_{j+1} \dots \int_{z_j}^L dz_N f_{n_j}(z_j, z_{j+1}) d^2(z_{j+1}) \dots d^2(z_N) f_N(z_N, \xi) = \\ = f_{n_j, \dots, n_N}(z_j), \end{aligned}$$

имеем

$$f_{n_0, n_1, \dots, n_N}(\xi) = \sum_{j=1}^N \left(\frac{-g_0^2}{4\pi}\right) \int_{\xi}^L f_{n_0, \dots, n_{j-1}}(z_j) d^2(z_j) f_{n_j, \dots, n_N}(z_j) dz_j. \quad (2)$$

Амплитуда рассеяния мезона на мезоне следующим образом выражается через величины  $f_{n_0, \dots, n_N}$ :

$$P(\xi) = \sum_{N=0}^{\infty} 2^{-N} \sum_{n_0, \dots, n_N} f_{n_0, \dots, n_N}(\xi).$$

Множитель  $2^{-N}$  отвечает тому обстоятельству, что при суммировании по всевозможным неприводимым частям  $n_j$  мы получаем  $2^N$  одинаковых результирующих диаграмм. Подставляя в формулу

$$F(\xi) = \sum_{N=1}^{\infty} 2^{-N} \sum_{n_0, \dots, n_N} f_{n_0, n_1, \dots, n_N}(\xi)$$

выражение (2) для  $f(\xi)$ , получим:

$$F(\xi) = \left(\frac{-g_0^2}{8\pi}\right) \int_{\xi}^L P^2(z) d^2(z) dz. \quad (3)$$

Полная амплитуда  $P$  выражается <sup>(3)</sup> через сумму шести квадратов, изображенных на рис. 3, обозначенную нами через  $R_0(\xi)$ , и сумму трех  $F(\xi)$ , соответствующих совокупностям диаграмм, сводимых к рис. 1 а, б, в:

$$P(\xi) = R_0(\xi) + 3F(\xi). \quad (4)$$



Подставляя (3) в (4), окончательно получаем

$$P(\xi) = R_0(\xi) - \frac{3g_0^2}{8\pi} \int_{\xi}^L P^2(z) d^2(z) dz, \quad (5)$$

$$R_0 = 24(1-x), \quad x = [1 + (5g_0^2/4\pi)(L-\xi)]^{-1/6}.$$

Приведенный вывод распространяется с весьма незначительными усложнениями, связанными с появлением изотопических индексов, на

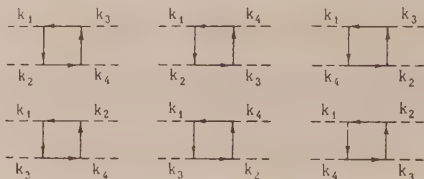


Рис. 3

симметричную псевдоскалярную теорию и дает следующие уравнения:

$$F_{\tau_1\tau_2, \tau_3\tau_4}(\xi) = -\frac{g_0^2}{8\pi} \int_{\xi}^L P^2(z) d^2(z) dz [2\delta_s + 5\delta_{\tau_1\tau_2}\delta_{\tau_3\tau_4}], \quad (3')$$

$$P_{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}(\xi) = P(\xi)\delta_s, \quad \delta_s = \delta_{\tau_1\tau_2}\delta_{\tau_3\tau_4} + \delta_{\tau_1\tau_3}\delta_{\tau_2\tau_4} + \delta_{\tau_1\tau_4}\delta_{\tau_2\tau_3},$$

$$P(\xi)\delta_s = \rho_0\delta_s + F_{\tau_1\tau_2, \tau_3\tau_4}(\xi) + F_{\tau_1\tau_3, \tau_2\tau_4}(\xi) + F_{\tau_1\tau_4, \tau_2\tau_3}(\xi), \quad (4')$$

$$P(\xi) = \rho_0(\xi) - \frac{11g_0^2}{8\pi} \int_{\xi}^L P^2(z) d^2(z) dz, \quad (5')$$

где  $\rho_0(\xi)\delta_s$  — сумма шести квадратов (рис. 3);

$$\rho_0(\xi) = 16/3(y-1), \quad y = [1 + (5g_0^2/4\pi)(L-\xi)]^{2/3}.$$

Интегральные уравнения (5), (5') сводятся к дифференциальным

$$\frac{dP}{dx} = -24 + 3/2 \left(\frac{P}{x}\right)^2, \quad P(1) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{dP}{dy} = 16/3 - 11/6 \left(\frac{P}{y}\right)^2, \quad P(1) = 0. \quad (6')$$

Точными решениями (6), (6') являются:

$$P(x) = \frac{\sqrt{145}+1}{3} x \frac{1-x^{\sqrt{145}}}{1 + [( \sqrt{145}+1)/( \sqrt{145}-1)] x^{\sqrt{145}}}, \quad (7)$$

$$P(y) = \frac{16}{11} y \frac{1-y^{-19/6}}{1 + 8/11 x^{-19/6}}. \quad (7')$$

Из (7), (7') видно, что  $P$  в обоих случаях имеет тот же порядок величины, что и вклад  $R_0$ ,  $\rho_0$  от простейших диаграмм рис. 3. Это доказывает законность вывода (4) о равенстве нулю мезонного заряда.

В заключение выражаю благодарность К. А. Тер-Мартirosяну за ряд ценных замечаний и И. Я. Померанчуку и В. Б. Берестецкому за плодотворные дискуссии.

Поступило  
7 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. Д. Ландау, А. А. Абрикосов, И. М. Халатников, ДАН, 95, 497, 773, 1177 (1954). <sup>2</sup> А. А. Абрикосов, А. Д. Галанин, И. М. Халатников, ДАН, 97, 793 (1954). <sup>3</sup> И. Т. Дятлов, К. А. Тер-Мартirosян, ЖЭТФ, 30, 416 (1956). <sup>4</sup> И. Я. Померанчук, ДАН, 103, 1005 (1955).

Ж. С. ТАКИБАЕВ, П. А. УСИК и М. Г. АНТОНОВА

## К ВОПРОСУ О ГЕНЕРАЦИИ $\pi$ -МЕЗОНОВ ЧАСТИЦАМИ БОЛЬШОЙ ЭНЕРГИИ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

(Представлено академиком И. Е. Таммом 9 VI 1956)

Согласно данным группы авторов <sup>(1)</sup> при взаимодействии частиц сверх-  
больших энергий  $E \geq 10^{12}$  эв с атомными ядрами вероятно значительно чаще  
осуществляется процесс множественного образования  $\pi$ -мезонов. В указан-  
ных работах использовалась методика эмульсионных камер, состоящих из  
чередующихся слоев фотографических эмульсий без подложек и пластинок  
вещества, в котором изучается генерация струй. Независимость или сла-  
бая зависимость от атомного номера ядра (авторы брали пластинки из Pb  
и Cu) числа тонких следов в струях дает, повидимому, право сделать зак-  
лючение в пользу осуществления процесса множественного образования  
мезонов. Однако более детальный анализ показывает, что один лишь факт  
наблюдения зависимости числа тонких следов в струях (именно в струях, а не  
ливнях с большим числом ливневых частиц) от атомного номера ядра-ми-  
шеней недостаточен для решения вопроса о справедливости какой-либо теории.  
Мы исследовали ливни как с узким (струи), так и широким углом рас-  
сеяния ливневых частиц. Анализ ряда случаев образования ливней (см. рис. 1  
и 2) при взаимодействии частиц космических лучей большой энергии с атом-  
ными ядрами вещества фотографических эмульсий, экспонированных косми-  
ческими лучами в стратосфере в 1954—1955 гг., приводит нас к выводу, что  
в большинстве случаев наблюдаемые ливни невозможно объяснить лишь  
механизмом множественного рождения  $\pi$ -мезонов в результате одного столк-  
новения налетающего нуклона с одним из нуклонов ядра-мишени. Предпо-  
ложение о рождении мезонов в результате соударения первичной частицы  
целой «трубкой» нуклонов также не объясняет наблюдаемых параметров  
ливней ( $n_s$  и  $v_{1/2}$ ). Особенно это относится к интервалу энергий первичных  
частиц от 10 до 1000 Бэв. Ниже мы приводим некоторые данные по ряду  
ливней и результаты их анализа с точки зрения теории <sup>(2)</sup> множественного  
рождения мезонов.

Указанные ливни выбраны из большого числа (около 40 000) звезд, обра-  
зованных в фотопластинках, экспонированных космическими лучами в стра-  
тосфере на широте Москвы. Предполагая, что все ливневые частицы данной  
звезды образовались в результате столкновения налетающей частицы с од-  
ним из нуклонов ядра-мишени, мы определяем энергию первичной частицы  
(на нуклон) согласно формуле  $E_0 = 2Mc^2 / \lg^2 v_{1/2}$ . Ясно, что таким образом  
найденное значение является нижним пределом энергии первичной частицы.

Экспериментальные данные по 36 ливням приведены в табл. 1. Эмульсия  
калибровалась по плотностям зерен на электронных следах  $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$ -распадов.  
Кроме того минимальная плотность оценивалась по плотности зерен на тре-  
ках протонов с энергией 660 мэв, которыми облучались пластинки в Инсти-  
туте ядерных проблем АН СССР.

Из данных табл. 1 ясно, что большинство ливней образовано не в ре-  
зультате нуклон-нуклонного столкновения. В связи с этим мы попытались  
сравнить экспериментальные результаты с теорией Ландау, выбирая для

Таблица 1

№№ пп.	Первичная частица	Ядра отдачи	$N_b + N_g + n_s$	$\Phi_{1/2}$	$E_0 = Mc^2 \frac{2}{\lg^2 \Phi_{1/2}}$ в Бэ	$E' = Mc^2 \left( \frac{n_s}{1,06} \right)^4$ в Бэ	$n'_s = 1,06 \left( \frac{E}{Mc^2} \right)^{1/4}$	$\Phi'_{1/2} = \arctg \sqrt{\frac{1,06}{n_s}}$
1	р	1	6+4+5	42°55'	2,1	461	1	3°38'
2	р	—	3+1+5	15°28'	24	461	2	3°38'
3	р	—	3+0+5	3°06'	633	461	2	3°38'
4	р	—	4+5+6	21°44'	12	956	2	2°34'
5	р	1	7+3+6	6°42'	135	—	—	—
6	р	1	5+5+6	2°24'	1058	956	6	2°31'
7	р	—	11+5+7	13°13'	34	1771	2	1°51'
8	р	—	11+5+7	18°07'	17,4	1771	2	1°51'
9	р	—	4+2+7	26°19'	7,5	1771	2	1°51'
10	р	—	5+3+8	25°54'	7,9	3020	2	1°25'
11	р	—	12+10+8	35°09'	3,7	3020	1	1°25'
12	р	—	5+3+9	9°56'	61	4838	3	1°07'
13	р	1	10+2+9	5°37'	192	4838	4	1°07'
14	р	—	9+3+12	15°49'	23	15300	2	36'
15	р	—	10+2+13	25°53'	8	2,10 <sup>4</sup>	2	32'
16	р	—	8+2+14	9°58'	60	2,8·10 <sup>4</sup>	3	28'
17	р	—	3+3+14	15°49'	23	2,8·10 <sup>4</sup>	2	28'
18	р	—	18+8+15	20°53'	13	—	—	—
19	р	—	8+4+15	16°53'	20	3,7·10 <sup>4</sup>	2	24'
20	р	—	6+4+17	21°55'	11,5	6,2·10 <sup>4</sup>	2	20'
21	р	—	17+12+17	26°11'	8	6,2·10 <sup>4</sup>	2	20'
22	р	—	15+14+20	32°34'	4,6	1,2·10 <sup>5</sup>	2	14'
23	р	—	5+1+21	20°45'	13	1,4·10 <sup>5</sup>	2	12'
24	р	—	6+3+23	9°38'	65	2,1·10 <sup>5</sup>	3	10'
25	р	—	11+2+25	10°06'	59	2,9·10 <sup>5</sup>	3	9'
26	р	1	16+9+27	18°15'	17	3,9·10 <sup>5</sup>	2	8'
27	р	—	3+1+32	4°36'	287	—	—	—
28	р	—	12+5+36	18°35'	16,5	1,2·10 <sup>6</sup>	2	4'
29	р	—	14+11+39	15°59'	23	—	—	—
30	р	1	16+26+44	23°05'	10	2,8·10 <sup>6</sup>	2	3'
31	р	—	5+2+5	19°42'	14,5	—	—	—
32	р	—	4+2+8	24°03'	9,3	3020	2	1°25'
33	р	—	15+7+10	8°43'	79	7374	3	55'
34	р	—	2+2+11	24°06'	9,3	1,10 <sup>4</sup>	2	45'
35	р	—	7+7+12	33°43'	4,2	1,5·10 <sup>4</sup>	2	36'
36	р	—	12+2+7	19°38'	14,6	1771	2	1°51'

Таблица 2

№№ пп.	Первичная частица	Ядра отдачи	$N_b + N_g + n_s$	$\Phi_{1/2}$	$E_0 = \frac{2Mc^2}{\lg^2 \Phi_{1/2}}$	Длина трубки $\frac{l}{d}$	$E = \frac{2Mc^2}{\lg^2 \Phi_{1/2}}$	$N''$ соответств. значению $E$	$E''$ соответств. значению $N$	$\Phi'_{1/2}$ соответств. значению $N$	$N$	$\frac{\Phi_{1/2}}{\Phi'_{1/2}}$
1	р	—	3+0+5	3°06'	633	1	623	—	—	—	—	—
2	р	—	6+3+23	9°38'	65	7,2	468	31	792	7°20'	36	1,3
3	р	—	12+5+36	18°35'	17	3	51	9	6·10 <sup>4</sup>	35'	53,7	31
4	р	1	16+9+27	18°15'	17	7,2	122,4	22	4,5·10 <sup>4</sup>	3°	55,3	~6
5	р	—	11+2+5	10°06'	59	7,2	122,4	28	1,7·10 <sup>4</sup>	5°45'	56	3,2
6	р	—	5+1+21	20°45'	13	7,2	42,5	31	~10 <sup>4</sup>	5°5'	40,2	3,2
7	р	—	15+14+20	32°34'	4,6	7,2	93,6	21	~10 <sup>4</sup>	6°25'	38,8	1,6
8	р	—	17+12+17	26°11'	8	7,2	33	16	567	8°40'	32,8	2,4
9	р	—	6+4+17	21°51'	11,5	7,2	57,6	18,4	465	9°25'	31,3	3,5
10	р	—	8+4+15	16°53'	20	7,2	82,8	20	250	12°50'	26,8	2,0
11	р	—	3+3+15	15°49'	23	7,2	144	23,4	250	12°50'	26,8	1,7
12	р	—	8+2+14	9°58'	60	7,2	166	24,5	151	16°10'	23,8	~1
13	р	—	10+2+13	25°53'	8	7,2	432	30	122	18°20'	22,3	0,9
14	р	—	8+3+12	15°49'	23	7,2	58	18	121	18°20'	22,3	<1
15	р	1	10+2+9	5°37'	192	3	166	24,5	92	20°40'	20,8	1,5
							576	16,8	68	23°50'	19,3	<1
									352	7°40'	14,8	~1

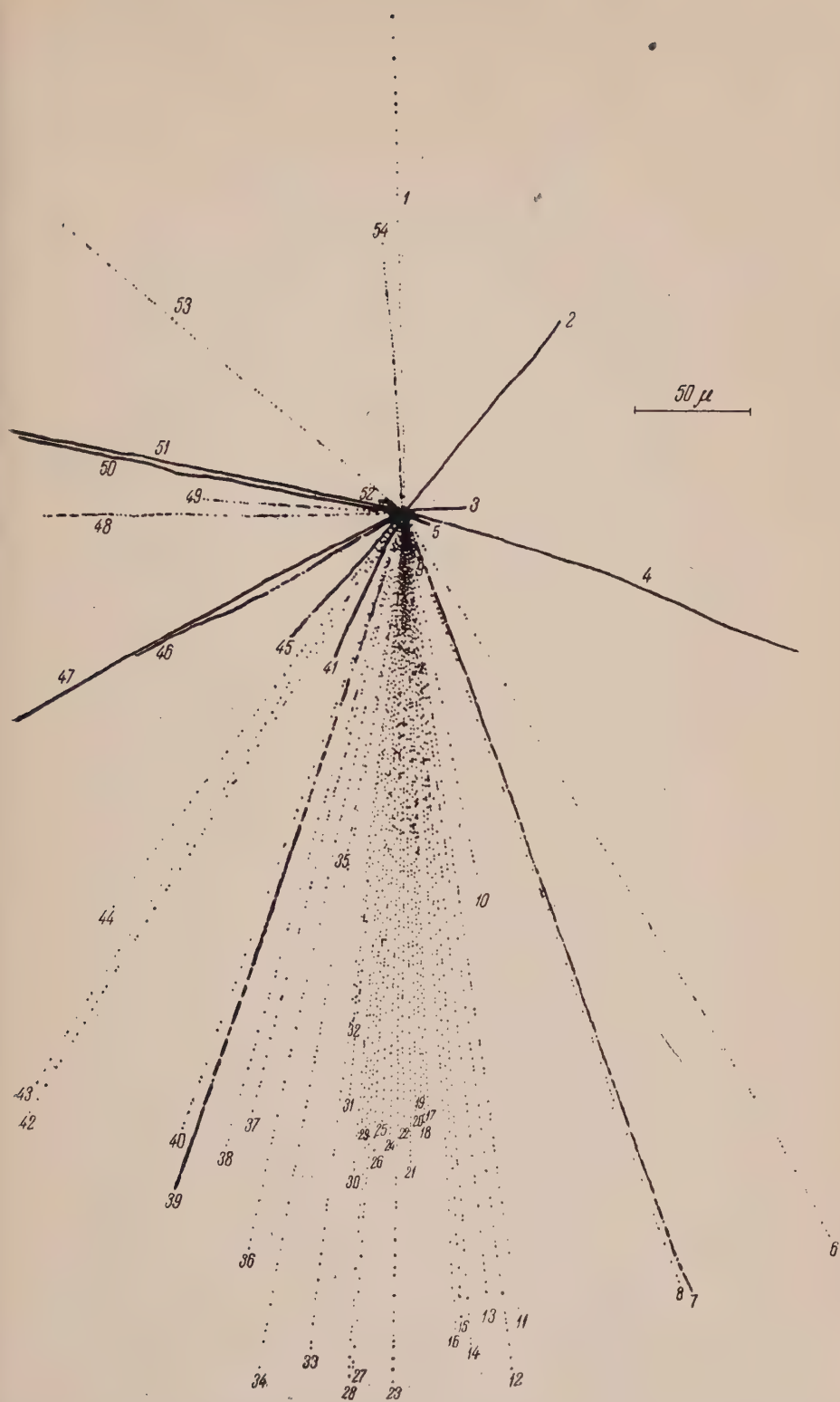


Рис. 1. Частица № 1 минимальной ионизации, предположительно протон, образует звезду, состоящую из 36 тонких, 6 серых и 12 черных следов





каждого случая подходящую длину трубки. Такое сравнение данных 15 лив-  
ней показано в табл. 2, где



Рис. 2. Звезда, образованная  $\alpha$ -частицей, состоит из 32 тонких,  
1 серого и 3 черных следов

$$N = \frac{3}{2} n_s + \frac{l}{4d} - \frac{1}{2};$$

$$N'' = 0,84 \left( \frac{l}{d} + 1 \right) \left( \frac{E}{Mc^2} \right)^{1/4}, \quad E'' = Mc^2 \left[ \frac{N}{0,84 (l/d + 1)} \right]^4,$$

$$\operatorname{tg} \theta_{1/2}'' = \left[ \frac{0,84 (l/d + 1)}{N} \right]^2 \left( 2 \frac{l}{d} \right)^{1/2}, \quad \text{когда } \frac{l}{d} \leq 37;$$

$$N'' = 1,55 \left( \frac{l}{d} - 0,25 \right)^{3/4} \left( \frac{E}{Mc^2} \right)^{1/4}, \quad E'' = Mc^2 \frac{N^4}{(1,55)^4 (l/d - 0,25)^3},$$

$$\operatorname{tg} \theta_{1/2}'' = \frac{(1,55)^2 (l/d - 0,25)^{3/4}}{N^2} \left( 2 \frac{l}{d} \right)^{1/2}, \quad \text{когда } \frac{l}{d} > 3,7.$$

Указанные в табл. 1  $E'_0$ ,  $n'_s$  и  $\vartheta'_{1/2}$  — значения, ожидаемые из теории Ферми <sup>(3)</sup> в предположении нуклон-нуклонного соударения.

Из данных табл. 2 мы можем сделать заключение, что во многих случаях ливни можно трактовать как результат соударения налетающего нуклона с ядерной «трубкой» разной длины в согласии с гидродинамической теорией Ландау, развитой С. З. Беленьким и Г. А. Милехиным <sup>(4)</sup>. Однако угол раствора  $\vartheta_{1/2}$  в ряде ливней значительно больше, чем  $\vartheta''_{1/2}$ , предсказываемый теорией при данных  $n_s$ . Для некоторых ливней это расхождение настолько велико, что флуктуацией <sup>(5)</sup> числа  $n_s$  его объяснить не представляется возможным (например, ливень № 3 табл. 2). Даже в ряде случаев узких ливней, когда  $\vartheta_{1/2} < 15^\circ$ , для согласования с теорией следует допускать уширение углового раствора ливневых частиц в среднем в 1,5—2 раза (см., например, ливни №№ 2 и 5). Такое уширение может иметь место за счет образования раструба вместо предполагаемого цилиндра из ядерного вещества или за счет рассеяния ливневых частиц на нуклонах до выхода из ядра. Что касается струй ( $\vartheta_{1/2} < 10^\circ$ ), то они формально удовлетворительно объясняются гидродинамической теорией.

Однако наблюдаемое относительное число ливней, образованных, соответственно, при  $l/d < 7$  и  $l/d < 3$ , значительно больше отношения, рассчитанного на основе представления о соударениях с трубкой. Применение статистической теории рождения мезонов в области энергии  $10 \div 10^3$  Бэв, по-видимому, не улучшит согласия эксперимента с теорией.

В случае широких ливней ( $\vartheta_{1/2} > 15^\circ$ ) наблюдаемое большое значение  $\vartheta_{1/2}$  трудно объясняется теорией, так как согласно теории множественного процесса с увеличением множественности  $n_s$  угол раствора  $\vartheta_{1/2}$  ливня должен уменьшаться. Можно было бы это объяснить неприменимостью теории к интервалу энергии  $10 \div 1000$  Бэв, мотивируя это тем, что теория строго справедлива в области энергий первичных частиц порядка  $10^{12}$  Мэв и выше. Если это так, то необходимо отметить, что в области  $10 \div 1000$  Бэв множественность (с учетом флуктуации <sup>(5)</sup> в  $n'_s$ , а также различных длин нуклонных «трубок» <sup>(4)</sup>) значительно выше множественности  $n'_s \sim E'^{1/4}$ , предсказываемой теорией Ферми и Ландау.

Отметим, что для широких ливней данные настоящей работы скорее говорят в пользу наличия множественно-многократного процесса рождения мезонов в ряде последовательных соударений налетающей частицы с нуклонами ядра-мишени. Такое предположение кажется необходимым для объяснения звезд, в которых тонкие следы заключены в очень широком конусе, даже в случае, когда число их велико.

В заключение авторы выражают благодарность С. З. Беленькому, И. И. Гуревичу и И. Л. Розенталю за ряд замечаний и обсуждение работы.

Физико-технический институт  
Академии наук КазССР

Поступило  
20 IV 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. Ф. Карлон, D. M. Ritson, W. D. Walker, Phys. Rev., 90, 716 (1953).
- <sup>2</sup> Л. Д. Ландау, Изв. АН СССР, сер. физ., 17, 51 (1953); С. З. Беленький, Л. Д. Ландау, Усп. физ. наук, 56, 309 (1955).
- <sup>3</sup> E. Fermi, Progr. Theor. Phys., 5, 570 (1950).
- <sup>4</sup> С. З. Беленький, Г. А. Милехин, ЖЭТФ, 29, 20 (1955).
- <sup>5</sup> М. И. Подгорецкий, И. Л. Розенталь, С. Д. Чернавский, ЖЭТФ, 29, 296 (1955).

Л. А. ХАЛФИН

# УСЛОВИЕ ПРИЧИННОСТИ И КРИТЕРИЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ОСУЩЕСТВИМОСТИ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

(Представлено академиком В. А. Фоком 23 VI 1956)

В последнее время в ряде работ (<sup>1-3</sup>) рассматривался вопрос об ограничениях, которые следуют из учета принципа причинности в квантовой теории поля. Полученные в этих работах «дисперсионные» соотношения выведены с использованием весьма общих, почти несомненных физических предположений (<sup>7</sup>), независимо от конкретного вида взаимодействия между полями. В настоящей работе рассматривается еще одно общее следствие выполнения принципа причинности. По аналогии с критерием теоретической радиотехники (<sup>5</sup>), рассматриваемый критерий назван критерием физической осуществимости.

Для пояснения основной идеи рассмотрим модельный пример. Пусть амплитуда рассеяния вперед (или связанное с нею)  $f(E)$  выражается интегралом Фурье

$$f(E) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{iEt} dt, \quad (1)$$

где  $F(t)$  удовлетворяет принципу «причинности» в форме

$$F(t) = F(t) \text{ при } t > 0; \quad F(t) = 0 \text{ при } t \leq 0. \quad (2)$$

Ясно что ограничение на функцию  $F(t)$  накладывает определенные ограничения и на  $f(E)$ . Принцип «причинности» (2) обеспечивает аналитичность функции  $f(E)$  в полуплоскости  $\text{Im} E > 0$ , что позволяет на основании теоремы Коши вывести «дисперсионное» соотношение, т. е. соотношение между действительной и мнимой частями функции  $f(E)$  \*:

$$\text{Re } f(E) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im } f(E')}{E' - E} dE'. \quad (3)$$

Однако соотношение (3), т. е. свойство аналитичности, не исчерпывает, как мы увидим, всех ограничений на функцию  $f(E)$ , следующих из принципа причинности (2). Из (1) получаем:

$$F_1(t) \equiv F(-t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(E) e^{iEt} dE, \quad (4)$$

где вновь введенная функция  $F_1(t)$  удовлетворяет принципу «причинности»:

$$F_1(t) = 0, \quad t > 0; \quad F_1(t) = F_1(t), \quad t < 0. \quad (5)$$

Представим  $f(E)$  в виде произведения модуля  $\psi(E)$  на фазовый множитель  $e^{i\varphi(E)}$ ; тогда (4) переписывается так:

$$F_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(E) e^{-i\varphi(E)} e^{iEt} dE, \quad (6)$$

где  $\psi(E)$  по определению неотрицательная функция.

\* В предположении, что  $f(E)$  достаточно быстро убывает на  $|E| \rightarrow \infty$ .



Естественно поставить вопрос: какие ограничения налагает принцип «причинности» (5) на допустимые функции  $\psi(E)$ ,  $\varphi(E)$ . В силу «дисперсионного» соотношения (3) существует определенная связь между  $\psi(E)$  и  $\varphi(E)$  (5), так что задавать по произволу порознь  $\psi(E)$  и  $\varphi(E)$  нельзя. Однако это есть именно соотношение, т. е. для его проверки необходимо знать как  $\psi(E)$ , так и  $\varphi(E)$ . Мы же хотим найти такой критерий, которому должна удовлетворять только функция  $\psi(E)$  (имеющая определенный физический смысл), чтобы принцип «причинности» (5) был выполнен. Т. е. ставится следующая задача: пусть задана произвольная неотрицательная функция  $\psi(E)$ ; можно ли подобрать такую функцию  $\varphi(E)$ , чтобы принцип «причинности» (5) был выполнен. Оказывается, что произвольные  $\psi(E)$  недопустимы. Ограничение, которому они должны удовлетворять, следует из фундаментальной теоремы Пэйли — Винера (4).

Пусть  $\psi(x)$  действительно неотрицательная функция, не эквивалентная нулю, определенная для  $x \in (-\infty, \infty)$  и интегрируемая в квадрате в этом диапазоне. Необходимым и достаточным условием того, что должна существовать действительная или комплексная функция  $F(x)$ , определенная в том же диапазоне, исчезающая для  $x \geq x_0$  при некоторых  $x_0$  и такая, что преобразование Фурье  $f(x)$  функции  $F(x)$  должно удовлетворять условию  $f(x) = \psi(x)$ , будет

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln \psi(x)|}{1+x^2} dx < \infty. \quad (7)$$

По сути дела в теореме важно, что интеграл Фурье исчезает для полубесконечного промежутка  $[x_0, \infty)$ .

Приведенная теорема Пэйли — Винера для рассматриваемого модельного случая может быть сформулирована следующим образом:

*Необходимым условием выполнения принципа «причинности» типа (5)*

$$F_1(t) = 0 \text{ при } t \geq t_0; \quad F_1(t) = F_1(t) \text{ при } t < t_0$$

*является ограниченность интеграла*

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln \psi(E)|}{1+E^2} dE < \infty. \quad (8)$$

*предполагая интегрируемость  $\psi(E)$  с квадратом.*

Этот критерий, которому должна удовлетворять функция  $\psi(E)$ , мы назовем критерием физической осуществимости.

Поскольку в условии теоремы не обязательно предположение о том, что  $t_0 = 0$ , критерий физической осуществимости должен быть выполнен как при микро- так и при макро-«причинности». В то же время «дисперсионные» соотношения существенно зависят от выполнения микро- или макро-«причинности».

Условие (8) может не выполняться как за счет несобственности интеграла (8) на верхнем (нижнем) пределе, так и за счет особых точек подинтегральной функции. Во всяком случае, недопустимо обращение в нуль  $\psi(E)$  на некотором интервале переменной  $E$ . Поскольку интеграл (8), если он сходится, является абсолютно сходящимся, то необходимым и достаточным условием сходимости интеграла (8) является признак Коши (6):

а) сходимость на верхнем (нижнем) пределе обеспечивается при выполнении неравенства

$$\frac{|\ln \psi(E)|}{1+E^2} < \frac{A}{E^p}, \quad (9)$$

где  $A > 0$ ,  $p > 1$ , т. е. если  $\psi(E)$  убывает на  $|E| \rightarrow \infty$  не быстрее чем  $e^{-E^p}$ , где  $q < 1$ ;

б) сходимость в особых точках подинтегральной функции обеспечится выполнением неравенства

$$\frac{|\ln \psi(E)|}{1+E^2} < \frac{A}{(E-E_0)^p}, \quad (10)$$

$E_0$  — особая точка, т. е.  $\psi(E_0)=0$  и  $A>0$ ,  $p<1$ .

Рассмотрим полиномиальное изменение функции  $\psi(E)$ . Пусть  $\psi(E)$  удовлетворяет всем условиям теоремы; тогда функция

$$\zeta(E) = \psi(E)|E|^n, \quad (11)$$

$n$  — вещественное число, если она интегрируема с квадратом, также удовлетворяет критерию (8), ибо

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln \zeta(E)|}{1+E^2} dE = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln \psi(E)|}{1+E^2} dE + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n |\ln |E||}{1+E^2} dE, \quad (12)$$

и первый интеграл справа сходится по предположению, а второй, очевидно, удовлетворяет признаку Коши. Заметим также, что дифференцированием (4) по  $t$  можно получить как раз полиномиальное изменение функции  $\psi(E)$ , а условие причинности при этом сохраняется.

Критерий физической осуществимости (8) можно непосредственно проверить, ибо модуль  $\psi(E)$  амплитуды рассеяния вперед пропорционален дифференциальному сечению рассеяния на нулевой угол при заданной энергии  $E$ .

Критерий физической осуществимости может быть использован для следующих целей:

1) Исследуя поведение модуля амплитуды рассеяния вперед (следующего какой-то определенной схемы взаимодействия) при  $E \rightarrow \infty$  и в точках, где  $\psi(E) \rightarrow 0$ , можно выбирать физически допустимые варианты.

2) При проверке «дисперсионных» соотношений необходимо знание, вообще говоря, мнимой части  $f(E)$ , т. е. полного сечения рассеяния, для бесконечно больших значений  $E$ . Критерий (8) позволяет выбирать физически допустимое поведение сечения при  $E \rightarrow \infty$ .

Критерий (8) выведен из очень общих предположений, поэтому неудивительно, что он допускает довольно широкий класс возможных функций  $\psi(E)$ . Существенно еще раз подчеркнуть, что критерий физической осуществимости должен быть выполнен как при микро-, так и макро-«причинности».

В заключение приношу благодарность акад. В. А. Фоку и Ю. В. Новожилову за обсуждение работы и ценные замечания.

Всесоюзный научно-исследовательский институт  
разведочной геофизики

Поступило  
20 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, W. E. Thirring, Phys. Rev., 95, 1612 (1954). <sup>2</sup> M. L. Goldberger, Phys. Rev., 97, 508 (1955); 99, 979 (1955). <sup>3</sup> M. L. Goldberger, H. Miyazawa, R. Oehme, Phys. Rev., 99, 986 (1955). <sup>4</sup> R. E. C. Paley, N. Wiener, Fourier transforms in the complex domain. Am. Math. Soc., N. Y., 1934, p. 184. <sup>5</sup> Г. Боде, Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью, 1948. <sup>6</sup> Г. М. Фикhtенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, 2, 3, 1948. <sup>7</sup> Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, К. Поливанов, Тезисы Всесоюзной конференции по физике частиц высоких энергий, М., 1956.

Академик В. В. ШУЛЕЙКИН

## УТОЧНЕННЫЙ ЗАКОН НАРАСТАНИЯ ДЛИНЫ ВЕТРОВЫХ ВОЛН

Нами было обнаружено, что длина ветровых волн нарастает под действием ветра, благодаря непрерывному увеличению момента количества движения водных частиц <sup>(1)</sup>. Закон нарастания длины волн был выведен с использованием некоторых соотношений, заимствованных из опыта. В настоящей статье дается новый, независимый вывод, который основан исключительно на теоретических соотношениях, а полученные результаты сопоставляются с опытами и наблюдениями.

Прежде всего отметим, что А. И. Некрасовым было получено <sup>(2)</sup> уточненное выражение кинетической энергии волн, которое в применении к единице поверхности моря можно записать так:

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{16} \delta g h^2 e^{3\pi \frac{h}{\lambda}}. \quad (1)$$

Здесь  $\delta$  — плотность воды;  $g$  — ускорение в поле тяжести;  $h$  — высота и  $\lambda$  — длина волн на глубоком море. Разложим в ряд экспоненциальную функцию и ограничимся двумя первыми членами этого ряда. Вместо  $h$  введем удвоенный радиус  $2r$  орбиты поверхностных частиц, а вместо  $\lambda$  — так называемый радиус круга качения  $R = \lambda/2\pi$ .

Тогда по теории А. Н. Некрасова можно будет вместо (1) записать приближенно

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{4} \delta g r^2 \left(1 + 3 \frac{r}{R}\right). \quad (2)$$

В цитированной теории Некрасова потенциальная энергия волн была представлена классической формулой, применяемой всюду, так как профиль волн считался трохоидальным. В действительности ветровые волны обладают профилем, уравнения которого можно представить <sup>(3)</sup> в параметрической форме

$$x = R\theta + a \sin \theta; \quad (3)$$

$$y = b \cos \theta. \quad (4)$$

Здесь  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси некоторого вспомогательного эллипса;  $b=r$ ;  $a$  тем более превышает  $b$ , чем более заостренными являются вершины ветровых волн. Физические причины их заострения были нами выяснены <sup>(4)</sup>, причем было показано, что при отсутствии сильного дрейфового течения отношение  $a/b$  просто выражается через  $r$  и  $R$

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{r}{R}. \quad (5)$$

Известно, что потенциальная энергия трохоидальных волн пропорциональна высоте  $\beta$ , на которую подняты центры орбит поверхностных частиц

уровнем невозмущенного моря <sup>(5)</sup>. В свою очередь, применительно к тропическим волнам записывается:

$$\beta = \pi \frac{r^2}{\lambda} = \frac{1}{2} \frac{r^2}{R}. \quad (6)$$

В случае заостренных ветровых волн, вместо (6) необходимо записать уточненное, выражение, которое при учете (5) приобретет следующий вид:

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{ab}{R} = \frac{1}{2} \frac{r^2}{R} \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \frac{r^2}{R} \left(1 + \frac{r}{R}\right). \quad (7)$$

Итак, в формулу для потенциальной энергии заостренных ветровых волн необходимо внести поправочный множитель  $(1 + r/R)$ , после чего потенциальная энергия, отнесенная к 1 м<sup>2</sup> поверхности моря, запишется так:

$$E_{\text{пот}} = \frac{1}{4} \delta g r^2 \left(1 + \frac{r}{R}\right). \quad (8)$$

На основании (2) и нашей формулы (8) полная энергия ветровых волн,ходящаяся на единицу площади, будет

$$E = \frac{1}{2} \delta g r^2 \left(1 + 2 \frac{r}{R}\right). \quad (9)$$

На первых стадиях волнообразования, пренебрегая внутренним трением, можно считать, что мощность  $W_v$ , передаваемая ветром единице поверхности моря, равняется  $dE/dt$ . Следовательно, на основании (9):

$$W_v = \delta g r \frac{dr}{dt} + 3 \delta g \frac{r^2}{R} \frac{dr}{dt} - \delta g \frac{r^3}{R^2} \frac{dR}{dt}. \quad (10)$$

Как известно, приращение осредненного за период волн  $T$  момента количества движения водных масс  $\bar{Q}$  за единицу времени равно осредненному за тот же период  $T$  моменту  $\bar{M}$  внешних действующих сил:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{M}. \quad (11)$$

С другой стороны, нами было показано, что  $\bar{M} = W_v/\omega$ , где  $\omega$  — угловая скорость движения водных частиц <sup>(6)</sup>, а потому, разделив обе части (10) на  $\omega$  и известные соотношения между  $\omega$ ,  $g$ ,  $R$  и фазовой скоростью волн  $c$ , можно записать

$$\bar{M} = \delta c r \frac{dr}{dt} + 3 \delta g \frac{r^2}{c} \frac{dr}{dt} - \delta \frac{g}{c} \frac{r^3}{R} \frac{dR}{dt}. \quad (12)$$

Наконец, в цитированных работах <sup>(1, 6)</sup> было показано, что

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \delta c r \frac{dr}{dt} + \frac{1}{2} \delta r^2 \frac{dc}{dt}. \quad (13)$$

Исходя из (11), приравняем между собой правые части (12) и (13). Тогда при умножении обеих частей полученного уравнения на фазовую скорость  $c$  и естественных сокращений, окажется:

$$3g \frac{dr}{dt} - g \frac{r}{R} \frac{dR}{dt} = \frac{1}{4} \frac{d(c^2)}{dt} = \frac{g}{4} \frac{dR}{dt}, \quad (14)$$

, иначе:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4} + \frac{r}{R} \right) \frac{dR}{dt}. \quad (15)$$

Введем в анализ новое переменное, характеризующее крутизну волн:  $r/R$ . Тогда можно будет записать:

$$r = Ry; \quad \frac{dr}{dt} = y \frac{dR}{dt} + R \frac{dy}{dt}. \quad (16)$$



Ввиду этого исключим  $r$  из (15) и запишем на основании (15) и (16)

$$y \frac{dR}{dt} + R \frac{dy}{dt} = \frac{1}{12} \frac{dR}{dt} + \frac{1}{3} y \frac{dR}{dt}. \quad (17)$$

Нетрудно видеть, что отсюда вытекает простое дифференциальное уравнение с разделенными переменными

$$\frac{dy}{1/8 - y} = \frac{2}{3} \frac{dR}{R}. \quad (18)$$

В выражении интеграла этого уравнения:

$$\ln(y - 1/8) = -\frac{2}{3} \ln R + K \quad (19)$$

постоянная  $K$  определяется по начальному условию. Именно, допустим, что начальные волны длиной  $2\pi R_0$ , возникшие на поверхности воды, обладали наибольшей возможной крутизной  $(?)$ , т. е.

$$y_0 = \frac{r_0}{R_0} = 0,45. \quad (20)$$

Тогда окажется после определения  $K$  в (19) и подстановки  $y = r/R$

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{8} + 0,325 \left( \frac{R_0}{R} \right)^{2/3}. \quad (21)$$

Теперь разделим левую часть (21) на левую часть (20), правую часть (21) на правую часть (20) и учтем, что  $r/r_0 = h/h_0$  и  $R/R_0 = \lambda/\lambda_0$ , где индексами «нуль» отмечены начальные размеры волн. Тогда получим важное уравнение

$$\frac{h}{h_0} = 0,278 \frac{\lambda}{\lambda_0} + 0,722 \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^{1/3}. \quad (22)$$

Оно показывает, что при нарастании высоты волн  $h$  неминуемо должна нарастать длина волн  $\lambda$ , и нарастание  $\lambda$  должно происходить быстрее, чем нарастание  $h$ .

Непрерывное уменьшение крутизны волн, связанное с этим обстоятельством, уже описано уравнением (21). Внеся в него  $h$  и  $\lambda$  вместо  $r$  и  $R$ , найдем зависимость между чаще применяемыми величинами

$$\frac{h}{\lambda} = 0,04 + 0,103 \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^{2/3}. \quad (21')$$

Как видим, крутизна волн — отношение  $h/\lambda$  по мере нарастания их длины уменьшается сперва довольно быстро, потом — все медленней и медленней. В пределе же крутизна волн стремится к значению около 0,04 (точнее  $1 : 8 \pi$ ).

Этот вывод теории вполне согласуется с результатами многочисленных измерений штормовых волн в океане; он вскрывает физический смысл предельного значения крутизны самых больших океанских волн.

На рис. 1 в логарифмической координатной системе кривая 1 представляет закон нарастания  $\lambda/\lambda_0$  при нарастании  $h/h_0$ . Аргумент  $h/h_0$  нарастает во времени сперва по линейному закону, как было нами показано на основании обширной серии опытов в штормовом бассейне Морского гидрофизического института<sup>(1)</sup>. Важно отметить в связи с этим, что отрезок кривой 1 на рис. 1 на соответствующем интервале весьма близок к степенной кривой

$$\lambda = B t^{1,2},$$

в прямом соответствии с результатами наших опытов над нарастанием длин волн <sup>(8)</sup> и результатами наблюдений Л. Ф. Титова в море. Кривая 2 на рис. 1 выражает теоретический закон уменьшения крутизны волн  $h/\lambda$  по мере нарастания  $h/h_0$ , т. е. иными словами, по мере увеличения времени воздействия ветра на волну. Как и следует из формулы (21'), кривая 2 асимптотически стремится к значению  $h/\lambda = 1 : 8 \pi$ .

Ход кривой также хорошо согласуется с результатами наблюдений в штормовом бассейне на соответствующих промежуточных этапах и в океане на конечных этапах волнообразования.

Отсюда следует, что нами правильно подмечен костяк физических явлений, связывающий энергетику и момент количества движения водных масс в процессе формирования, и что этот костяк не разрушается даже при появлении мощного турбулентного трения на поздних стадиях развития штормовых волн. Будущие дополнительные исследования должны осветить следующие вопросы:

1. Необходимо исследовать на опыте переход от капиллярно-гравитационных волн, первоначально возникающих на зеркальной поверхности воды, к чисто-гравитационным волнам, к которым построена теория нарастания длин.

2. При этом выяснится, с какой кривой 2 на рис. 1 начинается действительности область чисто-гравитационных волн, иными словами, граница в действительности наибольшей (начальная) крутизна чисто-гравитационных волн, вместо которой мы оперировали пока с формулой наибольшей величины  $r_0/R_0 = 0.45$ . Этот предел, выдвигаемый гидродинамикой, следует пока рассматривать лишь как величину, до которой экстраполируется кривая 2.

3. Одновременно определится и действительная начальная точка на кривой 1, отвечающая чисто-гравитационным волнам, и получит физическое объяснение существующая связь между крутизной волн и скоростью ветра при всех прочих равных условиях.

4. Надо исследовать ту погрешность, которая внесена в уравнение (14), при замене величины  $c^2$  величиной  $gR$ , дающей лишь первое приближение. Мы сознательно не воспользовались поправочным множителем, существующим в современных формулах для  $c^2$  и напоминающим поправочный множитель в (2): ведь в (14) должна фигурировать чисто-фазовая скорость волн, а не грубая групповая. Между тем как поправочный множитель при  $c^2$ , по всем признакам, учитывает переносное движение, вызванное появлением «волнового течения», тем более заметного, чем больше отношение  $r/R$ .

Морской гидрофизический институт  
Академии наук СССР

Поступило  
27 VIII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 В. В. Шулейкин, Изв. АН СССР, сер. геофиз., 2, 451 (1954); Тр. МГИ, 9, 80 (1956). 2 А. И. Некрасов, Точная теория волн установившегося типа, Изд. АН СССР, 1951. 3 В. В. Шулейкин, ДАН, 93, № 2, 265 (1953). 4 В. В. Шулейкин, ДАН, 95, № 5, 987 (1954). 5 В. В. Шулейкин, Тр. МГИ, 9, 20 (1956). 6 В. В. Шулейкин, Тр. МГИ, 9, 137 (1954). 7 В. В. Шулейкин, Тр. МГИ, 9, 24, 27 (1956). 8 В. В. Шулейкин, Тр. МГИ, 9, 83 (1956).

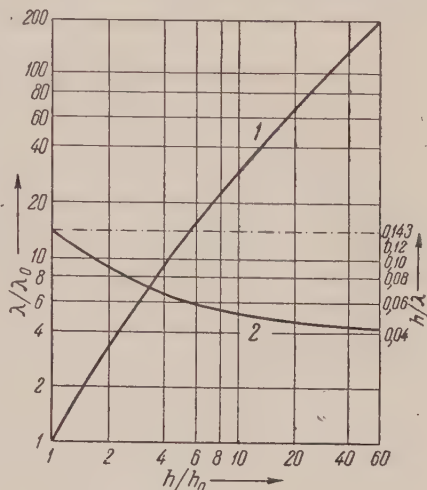


Рис. 1



Е. И. ЕЛАГИНА и Н. Х. АБРИКОСОВ

# ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ PbTe—PbSe

(Представлено академиком И. И. Черняевым 7 VI 1956)

Соединения PbTe и PbSe являются соединениями полупроводникового типа. Представляет интерес исследование диаграммы состояния системы PbTe—PbSe с целью определения физико-химической природы сплавов этой системы. Двойные системы, составляющие тройную систему Pb—Te—Se, были исследованы ранее.

Диаграмма плавокости двойной системы Pb—Te была исследована Феем и Жильсоном<sup>(1)</sup>, Пелабоном<sup>(2)</sup> и Кимура<sup>(3)</sup>, данные их исследований в основном совпадают. В системе найдено одно соединение PbTe, которое плавится при 917° с открытым максимумом. Соединение PbSe впервые было получено Литтлом<sup>(4)</sup>. Затем Пелабон<sup>(5)</sup> и Фридрих и Леру<sup>(6)</sup> произвели термический анализ системы Pb—Se и нашли, что в системе Pb—Se имеется только одно соединение PbSe, которое плавится при 1088° с открытым максимумом. Система Te—Se, по исследованиям Пеллини и Вио<sup>(7)</sup>, а также Кимата<sup>(8)</sup>, образует непрерывный ряд твердых растворов. Структура соединений PbTe и PbSe была исследована Ольсхаузенем<sup>(9)</sup>, Рамсдэлом<sup>(10)</sup>, Гольдшмидтом, Эвальдом и Германном<sup>(11)</sup>. По их данным оба соединения кристаллизуются в пространственной группе B-1. По величинам же постоянных решетки данные несколько различны (см. табл. 1).

По сходству структур соединений PbTe и PbSe и близости величин постоянных решетки можно предположить возможность образования между этими двумя соединениями непрерывного ряда твердых растворов.

Для исследования разреза системы PbTe—PbSe были использованы сплавы с содержанием примесей Cu, Bi и Ag < 0,01%; теллур образцов возогнаный в вакууме с содержанием примесей Fe, Si, Al, Mg < 0,01%; селен стекловидный с содержанием примесей Fe, Pb и Cu < 0,01%, Fe ~ 0,1%.

Сплавы были изготовлены непосредственно из компонентов сплавлением рассчитанных количеств в кварцевых ампулах под вакуумом. Жидкие сплавы перемешивались многократным встряхиванием ампул и затем охлаждались на воздухе. Кривые охлаждения литых сплавов и кривые нагревания отожженных сплавов были записаны на пирометре Н. С. Курнакова. Отжиг производился при температуре 800 и 900° в атмосфере аргона в течение 10 час.

Полученная по данным термического анализа диаграмма состояния системы PbTe—PbSe приведена на рис. 1. В этой системе образуется непрерывный ряд твердых растворов с минимумом.

Данные термического анализа подтверждаются исследованием микроструктуры литых и отожженных сплавов. На рис. 2 (см. на вклейке

Таблица 1

Лит. источник	a в Å	
	PbTe	PbSe
Ольсхаузен <sup>(9)</sup>	—	6,16
Рамсдэлл <sup>(10)</sup>	6,34	6,14
Гольдшмидт <sup>(11)</sup>	—	6,13
Эвальд и Германн <sup>(11)</sup>	6,44	—



к стр. 328) представлена микроструктура литого медленно охлажденного сплава с 50 мол. % PbTe. Этот сплав неравновесный. Темная фаза, расположенная в средней части зерна, — первично кристаллизующееся соединение PbSe; светлая фаза отвечает соединению PbTe, кристаллизующемуся при более низкой температуре. На рис. 3 приведена микроструктура того же сплава в равновесном состоянии после отжига. Видны мелкие однородные полиэдры. Другие сплавы, микрофотографии которых не приведены, после отжига имеют однофазную полиэдрическую структуру.

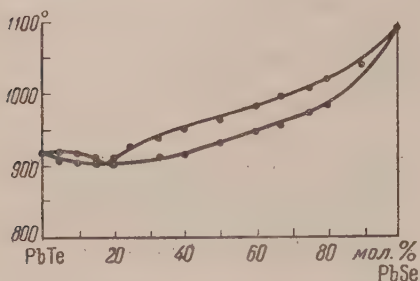


Рис. 1

Рис. 1. Диаграмма состояния системы PbTe — PbSe

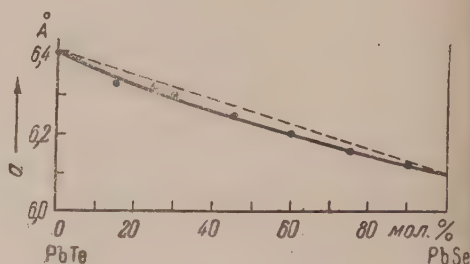


Рис. 4

Рис. 4. Изменение постоянной решетки сплавов в системе PbTe — PbSe

В дальнейшем при помощи рентгеноструктурного анализа было исследовано изменение постоянной решетки сплавов различных составов от PbTe к PbSe. Рентгенограммы были сняты с порошковых цилиндрических образцов в камерах Дебая на железном излучении с экспозицией 15 час.

Наибольшая величина интенсивности отражения наблюдалась для плоскостей с индексами 200, 220, 400, 420 и 422, что соответствует литературным данным.

Результаты расчета постоянной решетки сплавов приведены на рис. 4. Постоянная решетки изменяется по плавной кривой с небольшим отрицательным отклонением.

На основании проведенного исследования следует сделать вывод, что в системе Pb — Te — Se по разрезу PbTe—PbSe образуется непрерывный ряд твердых растворов с минимумом.

Институт металлургии им. А. А. Байкова  
Академии наук СССР

Поступило  
1 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. Fay, C. B. Gillson, Am. Chem. J., **27**, 81 (1902). <sup>2</sup> Н. Pelabon, Ann. Chim. Phys., **8**, **17**, 557 (1909). <sup>3</sup> М. Kimura, Mem. Coll. Eng. Kyoto, **1**, 149 (1915).
- <sup>4</sup> G. Little, Lieb. Ann., **112**, 211 (1859). <sup>5</sup> G. Farbe, C. R., **130**, 1131 (1900).
- <sup>6</sup> K. Friedrich, A. Leroux, Metallurgie, **5**, 355 (1908). <sup>7</sup> G. Pellini, G. Vio, Atti. R. Accad. Lincei, Roma, **5**, **15**, II, 46 (1906).
- <sup>8</sup> V. Kimata, Mem. Coll. Sci. Kyoto Univ., **1**, 119 (1915). <sup>9</sup> S. Olshausen, Zs. f. Kristallogr., **61**, 482 (1925).
- <sup>10</sup> L. S. Ramsdell, Am. Mineralog., **10**, 281 (1925). <sup>11</sup> P. P. Ewald, C. Hermann, Strukturberichte, **1** (1913—1926).

В. М. КРАВЧЕНКО и И. С. ПАСТУХОВА

# РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТЬ — КРИСТАЛЛЫ В СИСТЕМАХ С УЧАСТИЕМ ХРИЗЕНА

(Представлено академиком И. И. Черняевым 4 VI 1956)

1. До последнего времени получено очень мало данных по фазовым равновесиям в системах, включающих многокольчатые углеводороды, в частности хризен (<sup>1</sup>, <sup>2</sup>), к тому же данные в (<sup>2</sup>) неполны, так как содержат характеристику только условий — температура начала кристаллизации  $t_1$  и концентрация компонентов X.

В настоящей работе приведены опытные результаты для 10 двойных систем хризена  $C_{18}H_{12}$  (I) с некоторыми важными его спутниками по минеральноугольной смоле. 9 систем изучено нами и одна — по Паскалю (<sup>4</sup>). Вторыми компонентами систем являются: 1,2-дибензантрацен  $C_{18}H_{12}$  (II), пирен  $C_{16}H_{10}$  (III), флуорантен  $C_{16}H_{10}$  (IV), антрацен  $C_{14}H_{10}$  (V), флуорен  $C_{14}H_{10}$  (VI), аценафтен  $C_{12}H_{10}$  (VII), нафталин  $C_{10}H_8$  (VIII), карбазол  $C_{12}H_9N$  (IX), дифениленоксид  $C_{12}H_8O$  (X) и фенантрен  $C_{14}H_{10}$  (XI).

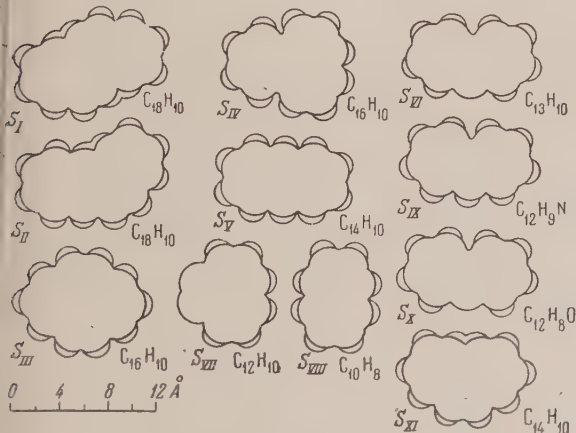


Рис. 1

Рис. 1. Разрезы  $S$  схематических моделей молекул: I — хризен, II — дибензантрацен, III — пирен, IV — флуорантен, V — антрацен, VI — флуорен, VII — аценафтен, VIII — нафталин, IX — карбазол, X — дифениленоксид, XI — фенантрен

Рис. 2. Диаграммы равновесия жидкость — кристаллы в системах с участием хризена

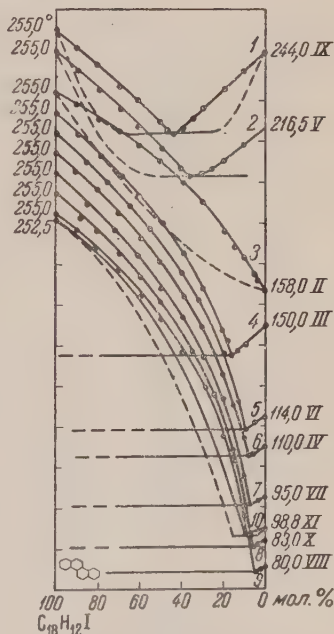


Рис. 2

карбазол  $C_{12}H_9N$  (IX), дифениленоксид  $C_{12}H_8O$  (X) и фенантрен  $C_{14}H_{10}$  (XI) по результатам (<sup>1</sup>). Вещества (I) — (XI) обладают сходной ароматической или близкой к ней гетероциклической структурой, в жидкой фазе практически не ассоциированы, молекулы их можно охарактеризовать по примеру работы (<sup>3</sup>), плоскими моделями — разрезами, проведенными через центры атомов скелета (см. рис. 1). Разрезы моделей молекул на рис. 1

построены по усредненным структурным данным. Для моделей были использованы межмолекулярные радиусы:  $R_C = 1,72$ ;  $R_H = 1,17$ ;  $R_N = 1,57$  и  $R_O = 1,36 \text{ \AA}$  <sup>(4)</sup>. Площади  $S$  разрезов моделей молекул приблизительно равны (в  $\text{\AA}^2$ ):  $S_I \approx 83$ ,  $S_{II} \approx 82$ ,  $S_{III} \approx 72$ ,  $S_{IV} \approx 72$ ,  $S_V \approx 65$ ,  $S_{VI} \approx 60$ ,  $S_{VII} \approx 56$ ,  $S_{VIII} \approx 49$ ,  $S_{IX} \approx 60$ ,  $S_X \approx 60$ ,  $S_{XI} \approx 66$ . Толщина всех этих молекул также приблизительно одинакова ( $h \approx 2R_C$ ).

2. Вещества — компоненты систем были тщательно очищены, температуры плавления ( $\pm 0,1-0,2^\circ$ ) их приведены в табл. 1. Фазовые равновесия изучались термическим анализом, сопровождавшимся визуальными наблюдениями. Лабораторная установка описана в <sup>(5)</sup>. В табл. 1 приведены результаты, характеризующие 9 систем с участием хризена. На рис. 2 изображено 10 фазовых диаграмм (№№ 1—9 те же, что в табл. 1), построенных по величинам  $X$ ,  $t_1$  и  $t_2$ , диаграмма системы № 10, хризен — фенантрен по <sup>(1)</sup>.

Таблица 1

Двойные системы хризена ( $X$  — концентрация хризена в мол. %;  $t_1$  — температура начала кристаллизации в  $^\circ\text{C}$ ,  $t_2$  — температура окончания кристаллизации эвтектики или твердого раствора в  $^\circ\text{C}$ )

$X$	$t_1$	$t_2$	$X$	$t_1$	$t_2$	$X$	$t_1$	$t_2$
1. Хризен — карбазол			4. Хризен — пирен			7. Хризен — апенафтен		
100,0	255,0	255	100,0	255,0	255	100,0	255,0	255
90,3	246,5	—	89,7	244,5	—	89,3	240	—
80,5	238,0	214	78,2	233,5	135	72,2	227	91
69,8	227,5	204	68,6	223,0	135	61,3	204,6	91
60,6	220,2	204,0	60,4	214,0	135	50,1	198,3	91
50,5	209,7	204,0	49,5	200,0	135	40,4	183,8	91
47,2	205,2	204,0	39,8	185,5	135	29,6	164,2	91
44,5	204,0	204,0	30,3	168,0	135	20,4	143,0	91
39,6	206,6	204	21,0	147,4	135	10,1	105,3	91
34,7	211,5	204	13,7	142,2	135	7,2	91,0	91
30,1	216,4	204	16,5	135,0	135	3,4	93,2	91
20,8	226,0	205	13,6	137,0	135	0,0	95,0	95,0
10,8	234,3	—	9,9	140,5	135	—	—	—
0,0	244,0	244	0,0	150,0	150	—	—	—
2. Хризен — антрацен			5. Хризен — флуорен			8. Хризен-дифениленокси		
100,0	255,0	255	100,0	255,0	255	100,0	255,0	255
89,6	246	—	86,1	240,7	—	88,7	243,3	—
78,8	236,3	—	75,4	231,0	109	80,5	236,4	—
69,3	226,5	195	65,0	218,4	109	70,0	225,8	81
60,3	217,7	195	55,5	207,0	108	59,6	213,5	80
49,6	207,2	193	40,3	185,5	108	50,4	201,4	80
40,2	197,3	193	32,0	172,2	108	35,1	177,2	80
36,5	193,0	193	20,5	146,3	108	24,8	156,0	80
30,3	194,0	193	12,9	122,5	108	15,2	128,0	80
26,0	196,5	193	9,8	108,0	108	9,3	100,5	80
20,2	200,5	193	5,2	111,2	108	6,0	80,0	80
10,3	208,5	193	0,0	114,0	114	3,2	81,5	80
0,0	216,5	216,5	—	—	—	0,0	83,0	83
3. Хризен — 1,2-бензантрацен			6. Хризен — флуорантен			9. Хризен — нафталин		
100,0	255,0	255	100,0	255,0	255	100,0	255,0	255
90,5	249,0	240	91,0	246,0	—	90,3	247,0	—
79,8	241,3	226	80,5	237,3	—	81,7	238,2	—
70,0	235,5	213	70,7	225,2	105	70,2	227,0	—
60,5	229,0	204	59,6	213,0	105	59,3	214,3	79
50,2	220,5	188,5	50,2	201,3	105	50,4	203,0	78
39,7	210,0	180	39,8	184,0	105	40,7	186,5	78
30,0	200,6	172	30,9	169,2	105	29,0	169,2	78
19,5	186,0	165,4	20,1	145,6	105	20,2	144,6	78
14,8	178,4	163	15,4	130,0	105	15,7	133,0	78
10,2	173,5	161	10,3	114,1	105	10,3	115,2	77,8
5,3	165,0	159	8,2	105,0	105	4,2	77,8	77,8
4,0	162,2	158,5	6,1	105,5	105	2,5	78,5	77,8
0,0	158,0	157,7	0,0	110,0	110	0,0	80,0	80

Непрерывные твердые растворы найдены в системе хризен — 1,2-бензантрацен, что достаточно увязывается с близостью размеров ( $\Delta S \approx 1-2\%$ ) разрезов моделей молекул  $S_I$  и  $S_{II}$ , некоторое различие их формы помехой для возникновения смешанных кристаллов не является. В остальных

системах обнаружены эвтектики, что совпадает с ростом  $\Delta S$  от  $\sim 15\%$  (хризен — пирен) до  $\sim 70\%$  (хризен — нафталин). Таким образом, для систем эвтектического типа этих 9 систем достаточно учесть различия размеров (понятно, и формы) молекул их компонентов. Показательно, что в большинстве эвтектических систем вторые эвтектические температуры остановки  $t_2$  на кривых термического анализа обнаруживались и во всех изучавшихся смесях; значительные концентрации ограниченных твердых растворов найдены в системах хризена с карбазолом, аценом и фенантроном <sup>(1)</sup>.

Результаты термического анализа позволили рассчитать скрытую теплоту плавления (растворения)  $Q$  (в кал/моль) хризена по известному значению И. Ф. Шредера <sup>(6)</sup>

$$\ln X = \frac{Q}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} \right).$$

Здесь  $T$  — температура плавления хризена в  $^{\circ}K$ ,  $T_1$  — температура наложения раствора с концентрацией  $X$  мол. долей в  $^{\circ}K$ ;  $R = 1,98$  кал/моль — газовая постоянная. По величинам  $X$  и  $T_1$  для системы хризен — нафталин получено среднее значение  $Q$  хризена  $\approx 6600$  кал/моль.

Донецкий индустриальный институт  
им. Н. С. Хрущева

Поступило  
22 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

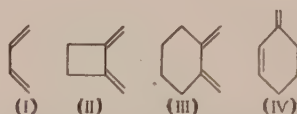
<sup>1</sup> P. P a s k a l, Bull. Soc. Chim., 29, 644 (1921). <sup>2</sup> H. G. F r a n k, Brennstoff-Chemie, № 3/4 (1953). <sup>3</sup> В. М. Кравченко, ЖФХ, 24, 1033 (1950). <sup>4</sup> А. И. Китай-одский, Рентгеноструктурный анализ, М.—Л., 1950. <sup>5</sup> В. М. Кравченко, ЖФХ, 13, 133 (1939). <sup>6</sup> И. Ф. Шредер, Горн. журн., № 12, 272 (1890).



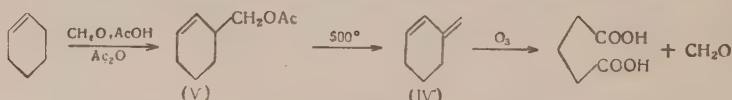
Академик И. Н. НАЗАРОВ и Н. В. КУЗНЕЦОВ

# СИНТЕЗ ДИЕНОВ С ЗАКРЕПЛЕННОЙ ТРАНСИДНОЙ КОНФИГУРАЦИЕЙ ДВОЙНЫХ СВЯЗЕЙ. 3-МЕТИЛЕНЦИКЛОГЕКСЕН

Исследования, ведущиеся в течение ряда лет в нашей лаборатории в области механизма диенового синтеза, а также совокупность имеющихся литературных данных приводят к выводу, что молекула диена, вступающего в реакцию диенового синтеза, должна иметь цисидную форму (I). Известно также, что *о*-метилениклены (II) и (III), имеющие подобную закрепленную систему двойных связей, особенно легко вступают в диеновые конденсации.

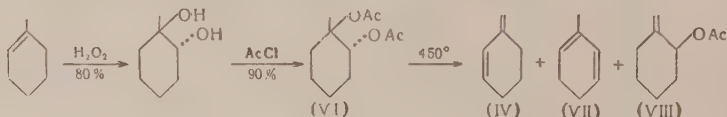


Казалось интересным получить также диены с закрепленной трансидной системой двойных связей и изучить их способность к диеновому синтезу. В качестве модельного примера таких диенов был избран метилениклогексен (IV), который синтезирован нами по следующей схеме:



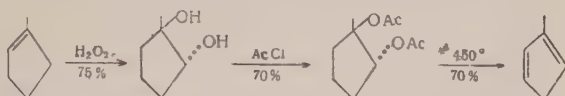
Циклогексен конденсировался с параформом в присутствии уксусной кислоты и уксусного ангидрида при температуре 190—200° в 3-ацетоксиметилциклогексен (V) с выходом 25% на взятый и 95% на вступивший в реакцию циклогексен. Ацетат (V) подвергался пиролизу при 500° в токе азота, и при этом получен 3-метилениклогексен (IV) с выходом около 75%. Строение метилениклогексена (IV) доказано путем его озонирования, при котором с высоким выходом получены глутаровая кислота и формальдегид. Метилениклогексен (IV), как и следовало ожидать, оказался неспособным к конденсации с малеиновым ангидридом и бензохиноном. При низких температурах возвращаются исходные соединения, а при высоких температурах в первом случае образуется полимер, во втором — хингидрон.

Мы изучили и второй возможный путь получения 3-метилениклогексена (IV) пиролизом ацетата (VI), полученного из 1-метил-Δ'-циклогексена:

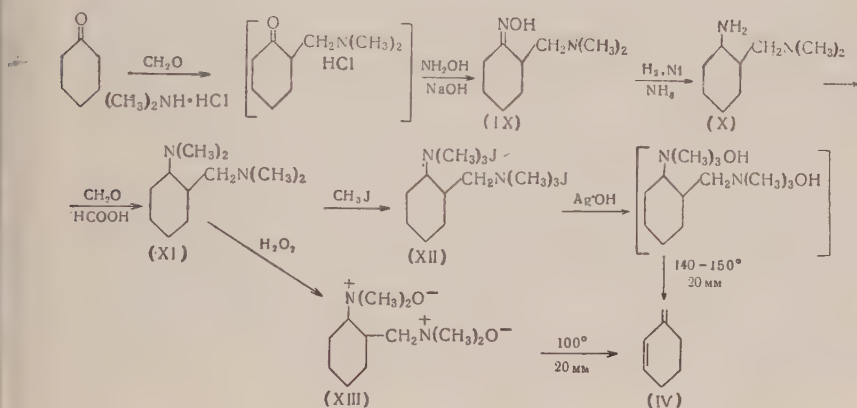


Оказалось, что пиролиз ацетата (VI) при 450° ведет к неразделимой путем перегонки смеси диенов (IV) и (VII) с выходом около 30%, которую, однако, удалось разделить конденсацией с малеиновым ангидридом, с которым метилениклогексен (IV) не реагирует. Соотношение диенов (IV) и (VII) в смеси составляет 1:1. Наряду с этим образуется около 40% ацетата *о*-ме-

циклогексанола (VIII), который при повторном пиролизе также дает указанную выше смесь диенов (IV) и (VII).  
Пиролиз диацетата, полученного аналогичным путем из 1-метил-Δ'-циклопентена, дал лишь 2-метилциклопентадиен:



Нами разработан также третий способ синтеза 3-метиленициклогексена (IV), исходя из циклогексанона:



Хлоргидрат основания Манниха, полученного из циклогексанона, без деления, превращался в оксим (IX) с общим выходом около 90%. Последний гидрировался в присутствии никеля Ранея в среде насыщенного аммиака метанола при 50—55° в 2-диметиламинотиметилциклогексиламин (X) выходом около 80%. Полученный диамин (X) метилировался смесью формальдегида и муравьиной кислоты в тетраметилдиамин (XI), который действием йодистого метила превращался в четвертичную соль (XII), а затем обработкой свежес осажженной окисью серебра в четвертичное основание, выделенное в виде густого масла. Пиролиз последнего при 140—150° в вакууме 20 мм дает метиленициклогексен (IV) с выходом около 60%. Перекись водорода окисляет диамин (XI) в диоксид (XIII), выделенную в виде пикрата. При пиролизе диоксида (XIII) в вакууме 20 мм при температуре 100° образуется метиленициклогексен (IV) с выходом около 50%.

### Экспериментальная часть

**Синтез 3-ацетоксиметилциклогексена (V).** Смесь 50 г циклогексена, 120 г уксусной кислоты, 30 г уксусного ангидрида и 10 г параформа нагревалась при 190—200° в течение 18 час. Продукт реакции промыт водой, высушен сульфатом магния и разогнан. Получено обратно 30 г циклогексена с т. кип. 83—86° и 26 г 3-ацетоксиметилциклогексена (V) с т. кип. 94—96° при 20 мм,  $n_D^{20}$  1,4625.

Найдено %: C 70,20; 70,27; H 9,12; 8,96  
C<sub>9</sub>H<sub>14</sub>O<sub>2</sub>. Вычислено %: C 70,13; H 9,09

**Пиролиз ацетата (V).** 25 г ацетата (V) пропущены по каплям в течение 40 мин. в токе азота при 500° в трубку, наполненную колечками из пирекса диаметром 2 мм. Продукт реакции промывался ледяной водой, 1%-м раствором бикарбоната натрия и сушился сульфатом магния. После

перегонки в вакууме получено 6 г (75%) 3-метиленициклогексена (IV), т. кип. 110—111°;  $n_D^{20}$  1,4922,  $\lambda_{\text{макс}}$  231,5 мμ,  $\epsilon$  1,09·10<sup>4</sup> (гептан).

Найдено %: С 89,77; 89,65; Н 10,64; 10,55  
C<sub>7</sub>H<sub>10</sub>. Вычислено %: С 89,4; Н 10,6

Получено также 12 г исходного ацетата (V) с т. кип. 94—96° при 20 мм,  $n_D^{20}$  1,4635.

Получение оксима (IX). Смесь 196 г циклогексанона, 82 г солянокислого диметиламина и 120 мл 37%-го формальдегида нагревались до начала экзотермической реакции, после чего кипение жидкости продолжалось в течение 7 мин. Непрореагировавший циклогексанон (90 г) отделен, к раствору прибавлено 100 г хлоргидрата гидроксиламина и после его растворения при перемешивании и охлаждении прибавлен раствор 130 г едкого натра в 300 мл воды. Выделившийся оксим промыт водой, 20%-м метанолом и перекристаллизован из водного метанола (1 : 1). Получено 154 г (80%) оксима диметиламинометилциклогексана (IX) с т. пл. 110—112°.

Найдено %: N 16,62; 16,70  
C<sub>9</sub>H<sub>19</sub>N<sub>2</sub>O. Вычислено %: N 16,41

Пикрат вливался с разложением при 216—217° (из метанола).

Гидрирование оксима (IX). 50 г оксима (IX) в 50 мл метанола, насыщенного аммиаком, гидрировались в присутствии 10 г никеля Ранея. Реакция велась при 45—50° и начальном давлении водорода 130 атм, в течение 4 час. После удаления катализатора и отгонки растворителя получено 30 г 2-диметиламинометилциклогексиламина (X) с т. кип. 112—113° при 30 мм,  $n_D^{20}$  1,4780.

Найдено %: N 17,53; 17,00  
C<sub>9</sub>H<sub>20</sub>N<sub>2</sub>. Вычислено %: N 17,94

Метилирование диамина (X). Смесь 15,6 г диамина (X), 30 мл 35%-го формалина и 30 мл 85%-й муравьиной кислоты нагревалась при 100° в течение 16 час. Раствор подкислялся добавлением 100 мл 15%-й соляной кислоты и упаривался досуха. Остаток обработан 30%-м едким натром, выделившееся основание высушено поташом и перегнано в вакууме. Получено 16,2 г 2-диметиламинометилциклогексильдиметиламина (XI) с т. кип. 116—118° при 20 мм;  $n_D^{20}$  1,4820.

Найдено %: N 14,70; 14,77  
C<sub>11</sub>H<sub>24</sub>N<sub>2</sub>. Вычислено %: N 15,20

Пикрат плавился с разложением при 167—168° (из метанола).

Получение четвертичной аммониевой соли (XII). К раствору 50 г диамина (XI) в 50 мл метанола прибавлено постепенно 125 г йодистого метила. Смесь кипятилась с обратным холодильником в течение 5 час. После охлаждения выделилось 64 г диметйодида (XII) с т. пл. 228—229° (с разложением).

Найдено %: N 5,66; 5,65  
C<sub>13</sub>H<sub>30</sub>N<sub>2</sub>I<sub>2</sub>. Вычислено %: N 5,98

Из маточного раствора получено еще 8 г этой соли. Общий выход диметйодида (XII) 72 г, или 56%.

Получение 3-метиленициклогексена (IV). К свежесозданной окиси серебра (приготовленной из 100 г азотнокислого серебра и 30 г едкого натра) в 300 мл воды прибавлен при перемешивании и охлаждении раствор диметйодида (XII) в 100 мл воды. Перемешивание продолжалось 5 час. и продукт реакции оставлен на ночь. На следующий день осадок отделен и промыт на фильтре 150 мл воды. Фильтрат и промывные воды объ

инены и упарены в вакууме 20 мм при температуре не выше 55°. Полученное в виде густого масла четвертичное основание при нагревании до 140—160° в вакууме 20 мм быстро разлагалось. Продукты пиролиза собирались в ловушке, охлаждаемой смесью ацетона и сухого льда, затем они промывались ледяной водой, 5%-й уксусной кислотой, 5%-м раствором бикарбоната натрия и сушились поташом. При последующей разгонке получено 10 г 3-метиленициклогексена (IV) с т. кип. 110—112°;  $n_D^{20}$  1,4920;  $\lambda_{\text{макс}}$  231,5 м $\mu$  (из бензопентана), полностью идентичного с диеном (IV), полученным пиролизом ацетата (V).

**Озонирование 3-метиленициклогексена.** 2 г метиленициклогексена (IV) в 30 мл хлороформа озонировались 5%-м озонем при 0° в течение 6 час., причем отходящие газы пропускались через ловушку в 40 мл воды. К раствору озонида в хлороформе прибавлено 15 мл 60%-й перуксусной кислоты. Смесью нагревалась при температуре 60° в течение 6 час. Раствор продуктов реакции упарен в вакууме досуха, остаток экстрагирован 10% раствором соды. Водный слой экстрагировался эфиром, а затем подкислялся 30%-й соляной кислотой и упаривался досуха. Сухой остаток перекристаллизовывался из петролейного эфира (т. кип. 25—40°). Получено 1,8 г глутаровой кислоты (70%), не давшей депрессии с известным образцом. К промывным водам из ловушки прибавлено 5 г цинковой пыли. Смесью перемешивалась и нагревалась 3 часа при температуре 70°. После удаления цинковой пыли формальдегид определялся в виде димедонового производного. Получено 2,3 г (57%) вещества с т. пл. 190°, не давшего депрессии с известным образцом.

Поступило  
16 VII 1956



Академик А. Н. НЕСМЕЯНОВ, Н. А. ВОЛЬКЕНАУ и В. Д. ВИЛЬЧЕВСКАЯ

## ВНУТРИМОЛЕКУЛЯРНОЕ АЦИЛИРОВАНИЕ В РЯДУ ФЕРРОЦЕНА

Реакция ацилирования для ферроцена — одна из наиболее характерных и наиболее изученных реакций (<sup>1-3</sup>). Целью настоящей работы явилось выяснение возможности для ферроцена внутримолекулярного ацилирования, широко используемого в ароматическом ряду (например, циклизация арил-масляных кислот).

Для получения исходных  $\omega$ -ферроценилзамещенных кислот мы использовали ацилирование ферроцена ангидридами двух основных кислот. В литературе описано (<sup>1</sup>) взаимодействие ферроцена с фталевым ангидридом в присутствии хлористого алюминия, приводящее к ди(*o*-карбоксибензоил)ферроцену. В настоящей работе показано, что эта реакция, кроме дизамещенного продукта, дает еще *o*-карбоксибензоилферроцен — неплавкое темно-оранжевое вещество. При нагревании 0,9 г натриевой соли *o*-карбоксибензоилферроцена с 0,7 г диметилсульфата получен *o*-карбометоксибензоилферроцен с т. пл. 134—135° после перекристаллизации из гептана.

Найдено %: С 65,38; 65,52; Н 4,54; 4,53; Fe 16,24; 15,93  
 $C_{19}H_{16}O_3Fe$ . Вычислено %: С 65,51; Н 4,59; Fe 16,09

Взаимодействием 0,024 моля ферроцена и 0,048 моля янтарного ангидрида в присутствии 0,097 моля хлористого алюминия в 50 мл сероуглерода синтезирован ди( $\beta$ -карбоксипропионил)ферроцен. Продукт, очищенный растворением в 10%-й щелочи с последующим осаждением 15%-й HCl и затем перекристаллизацией из 50%-го метилового спирта, представляет собой блестящие оранжевые кристаллы с т. пл. 165°, выход 18% от теоретического.

Найдено %: С 56,21; 56,38; Н 4,94; 4,78; Fe 14,40; 14,21  
 $C_{18}H_{18}O_6Fe$ . Вычислено %: С 55,95; Н 4,66; Fe 14,50

Кетокислота легко растворима в спирте, ацетоне, диоксане, бензоле, хуже в четыреххлористом углероде, плохо в петролейном эфире.

Не вызывает сомнения, что, по аналогии с другими продуктами ацилирования (<sup>3</sup>), в полученной кетокислоте заместители находятся в разных циклопентадиенильных ядрах ферроценовой молекулы.

Попытки циклизовать ди( $\beta$ -карбоксипропионил)ферроцен с помощью концентрированной серной или полифосфорной кислоты не дали результатов. В ферроценовую молекулу пока вообще не удалось ввести свыше двух ацильных групп.

3 г ди( $\beta$ -карбоксипропионил)ферроцена были восстановлены по Клемменсену 10-кратным избытком амальгамированного цинка и концентрированной соляной кислоты в ледяной уксусной кислоте. После 1½-часового нагревания раствор был профильтрован и разбавлен водой, причем выпали ярко-желтые кристаллы ди( $\omega$ -карбоксипропил)ферроцена. После двух пе-

кристаллизаций из петролейного эфира с бензолом (1:1) вещество имело пл. 109,5—110,5°, выход 2,15 г (77% от теоретического).

Найдено %: С 60,93; 60,85; Н 6,37; 6,43; Fe 15,35; 15,23  
 $C_{18}H_{22}O_4Fe$ . Вычислено %: С 60,33; Н 6,14; Fe 15,60

Циклизация ди(ω-карбоксипропил)ферроцена легко была осуществлена и 4-часовом нагревании 1 г этого вещества с молибдосинерной кислотой, изготовленной по методу Улига (4) из 4 мл  $H_3PO_4$  (удельный вес 1,7) и  $P_2O_5$ . После разбавления смеси водой и подщелачивания эфиром извлекло рубиново-красное вещество с т. пл. 130° после двух перекисталлизаций из петролейного эфира с бензолом; выход 0,41 г (46% от теоретического).

Найдено %: С 67,19; 66,99; Н 5,69; 5,56; Fe 17,45; 17,33  
 $C_{18}H_{18}O_2Fe$ . Вычислено %: С 67,08; Н 5,59; Fe 17,39

Полученный продукт не растворяется в щелочи. С гидроксиламином он образует оранжевый диоксим с т. разл. 160° после перекисталлизации из оксана.

Найдено %: С 61,24; 61,06; Н 5,73; 5,57; Fe 15,35; 15,56; N 8,14; 7,93  
 $H_{20}O_2N_2Fe$ . Вычислено %: С 61,36; Н 5,68; Fe 15,90; N 7,95

Можно представить две возможности для внутримолекулярного ацилирования ди(ω-карбоксипропил)ферроцена в о-положение того же циклопентидиенильного кольца (А) и в соседнее кольцо, например по схеме (В):

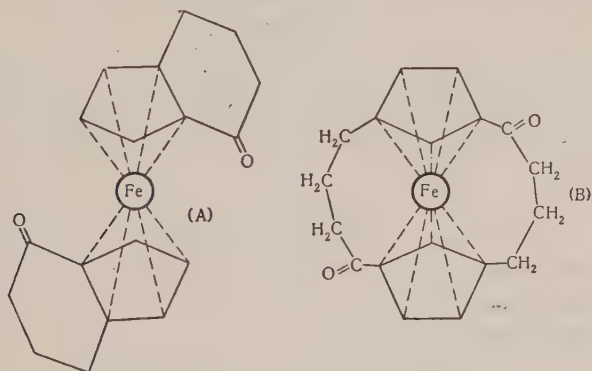


Рис. 1

Ацилирование действительно идет в то же кольцо и полученный дикетон имеет структуру (А), т. е. является ди(кетотетрагидроинденил)железом. (доказательством этого служит следующее.

2 г дикетона были восстановлены по Клемменсену описанным выше способом. После разбавления реакционной смеси водой продукт был извлечен бензолом и очищен хроматографированием раствора в петролейном эфире на окиси алюминия. При этом получено 0,95 г ди(тетрагидроинденил)железа — оранжево-красного вещества с т. пл. 19,5—20,5°, т. кип. 126°/10<sup>-3</sup> мм, легко окисляющегося на воздухе.

Найдено %: С 73,54; 73,62; Н 7,55; 7,53; Fe 18,88; 18,82  
 $C_{18}H_{22}Fe$ . Вычислено %: С 73,46; Н 7,48; Fe 19,11

Ди(тетрагидроинденил)железо впервые синтезировано Фишером (5) восстановлением ди(инденил)железа. Фишер приводит для этого вещества пл. 18,5—19° и т. кип. 125°/10<sup>-3</sup> мм. Спектр поглощения ди(тетрагидроинденил)железа в работе Фишера ( $\lambda_{\text{макс}}$  4350 Å,  $\lambda_{\text{мин}}$  3630 Å,  $\lambda_{\text{макс}}$  3000 Å,

$\lambda_{\text{мин}}$  3150 Å) близко совпадает со спектром поглощения синтезированного нами вещества \*:  $\lambda_{\text{макс}}$  4350 Å,  $\lambda_{\text{мин}}$  3650 Å,  $\lambda_{\text{макс}}$  3250 Å,  $\lambda_{\text{мин}}$  3200 Å (в изооктане).

Дополнительное подтверждение структуры продукта циклизации ди-( $\omega$ -карбоксипропил)ферроцена должно дать рентгеноструктурное исследование.

Нами осуществлено также взаимодействие ферроцена (0,026 моля) с хлорангидридом  $\beta$ -карбометоксипропионовой кислоты (0,052 моля) в присутствии хлористого алюминия в сероуглероде. При этом получен ди( $\beta$ -карбометоксипропионил)ферроцен — оранжевые кристаллы с т. пл. 98° после трех перекристаллизаций из петролейного эфира с бензолом (1:1); выход 27% от теоретического.

Найдено %: C 57,84; 57,74; H 5,48; 5,37; Fe 13,78; 13,80  
C<sub>20</sub>H<sub>22</sub>O<sub>6</sub>Fe. Вычислено %: C 57,97; H 5,31; Fe 13,52

Ди( $\beta$ -карбометоксипропионил)ферроцен не циклизуется полифосфорной кислотой.

При 2-часовом нагревании 0,75 г ди( $\beta$ -карбометоксипропионил)ферроцена с водным раствором 2,5 г едкого кали получен ди( $\beta$ -карбоксипропионил)ферроцен с т. пл. 165° (с разложением). Смешанная проба с образцом, синтезированным из ферроцена и янтарного ангидрида, расплавилась без депрессии.

При восстановлении ди( $\beta$ -карбометоксипропионил)ферроцена по Клемменсену в приведенных выше условиях образуется не ди( $\omega$ -карбометоксипропил)ферроцен, а ди( $\omega$ -карбоксипропил)ферроцен с т. пл. 108—110°. Вещество не дает депрессии точки плавления с ди( $\omega$ -карбоксипропил)ферроценом, полученным восстановлением ди( $\beta$ -карбоксипропионил)ферроцена. Очевидно, эфир гидролизуеться в процессе восстановления в кислой среде.

Чтобы избежать гидролиза, восстановление проведено в среде метилового спирта. Полученный при этом ди( $\omega$ -карбометоксипропил)ферроцен — вязкая жидкость темнооранжевого цвета с т. кип. 148°/10<sup>-4</sup> мм; т. пл. 16,5—17,5°.

Найдено %: C 62,51; 62,37; H 6,61; 6,66; Fe 14,52; 14,28  
C<sub>20</sub>H<sub>26</sub>O<sub>4</sub>Fe. Вычислено %: C 62,17; H 6,73; Fe 14,5

Институт элементоорганических соединений  
Академии наук СССР

Поступило  
11 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> R. B. Woodward, M. Rosenblum, M. C. Whiting, J. Am. Chem. Soc., 74, 3458 (1952). <sup>2</sup> А. Н. Несмеянов, Э. Г. Перевалова, Р. В. Головня, О. А. Несмеянова, ДАН, 97, 459 (1954). <sup>3</sup> А. Н. Несмеянов, Н. А. Волькенау, ДАН, 107, 262 (1956). <sup>4</sup> F. Uhlig, Angew. Chem., 66, 435 (1954). <sup>5</sup> E. O. Fischer, D. Seus, Zs. f. Naturforsch., 8B, 694 (1953).

\* Спектр поглощения ди(тетрагидроинденил)железа любезно снят Л. А. Казницыной в МГУ.



Академик А. В. ТОПЧИЕВ и В. Н. АНДРОНОВ

## ПОЛИМЕРИЗАЦИЯ ПРОПИЛЕНА В ПРИСУТСТВИИ РЯДА ФТОРФOSФОРНЫХ КИСЛОТ, СОДЕРЖАЩИХ ФТОР И ФТОРИСТЫЙ БОР

Первым соединением фтора, применявшимся в качестве катализатора полимеризации олефинов, был фтористый бор (1). В дальнейшем был изучен ряд других катализаторов полимеризации олефинов, причем некоторые из них нашли промышленное применение (серная и фосфорная кислоты и др.). В последние годы были разработаны методы синтеза новых весьма интересных соединений фтора — монофторфосфорной и дифторфосфорной кислот (2). Однако каталитические свойства этих кислот до настоящего времени не изучены.

Нами равномолекулярная смесь монофторфосфорной и дифторфосфорной кислот готовилась взаимодействием фосфорного ангидрида с безводной фтороводородной кислотой согласно уравнению



Выход фторфосфорных кислот был 80—90% от теоретического.

Полученная смесь фторфосфорных кислот разделялась перегонкой в вакууме. Дифторфосфорная кислота отгонялась при 40—50° и остаточном давлении 75 мм рт. ст. Монофторфосфорная кислота не перегоняется даже в глубоком вакууме.

Полученная нами монофторфосфорная кислота представляла собой жидкость с удельным весом  $d_4^{20}$  1,902, окрашенную в светло-коричневый цвет, почти не дымящую на воздухе. Дифторфосфорная кислота — белая прозрачная жидкость с удельным весом  $d_4^{20}$  1,634, сильно дымящая на воздухе.

При пропускании фтористого бора через монофторфосфорную и дифторфосфорную кислоты легко образуются молекулярные соединения этих кислот с фтористым бором состава  $\text{H}_2\text{PO}_3\text{F} \cdot \text{BF}_3$  и  $\text{HPO}_2\text{F}_2 \cdot 0,5\text{BF}_3$ .

Полученные кислоты изучались как катализаторы полимеризации пропилена. В ряде опытов для сравнения изучалась реакция полимеризации пропилена в присутствии молекулярного соединения ортофосфорной кислоты с фтористым бором.

Полимеризация пропилена в присутствии ряда катализаторов производилась в приборе, изображенном на рис. 1.

Пропилен со скоростью 5 л/час подавался из газометра А через колонку с фтористым кальцием В в реактор Г. Скорость пропускания пропилена в реактор измерялась реометром В. Реактор представлял собой 8-шариковую рубку с впаянным кожухом. Кожух имел отвод с форштосом, к которому присоединялся холодильник Д. Кожух снабжался электрическим обогревом. Необходимая температура в реакторе поддерживалась кипячением какой-либо жидкости, залитой в пространство между 8-шариковой трубкой и кожухом реактора. Пары этой кипящей жидкости конденсировались в холодильнике Д и вновь возвращались в нагревательную рубашку реактора.

В опытах, проведенных при 100°, в качестве жидкости для обогрева реактора применялась кипящая вода; в опытах, проведенных при 152°, реактор обогревался кипящим изопропилбензолом. При проведении реакции



при 15° реактор Г заменялся обычным 8-шариковым холодильником, охлаждаемым водой.

В реактор загружался активированный уголь, смоченный 20 мл катализатора. Полученный в результате реакции полимер охлаждался в холодильнике Д<sub>1</sub> и собирался в приемнике Е. Не вошедший в реакцию газ пропу-

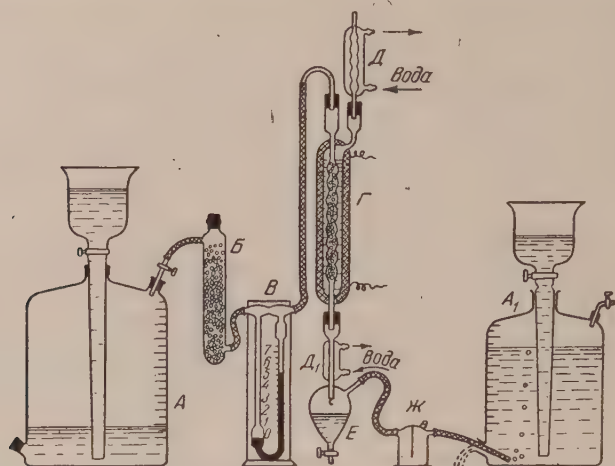


Рис. 1. Прибор для полимеризации олефинов

скался через предохранительную склянку Ж и собирался в газометре А<sub>1</sub>.

Было установлено, что пропилен в присутствии монофторфосфорной и дифторфосфорной кислот при температуре 15° не вступает в реакцию полимеризации.

При пропускании пропилена через слой активированного угля, смоченного 20мл молекулярного соединения фосфорной кислоты с фтористым бором

Таблица 1

Некоторые свойства полимеров пропилена, полученных в присутствии  $H_3PO_4 \cdot BF_3$  и  $H_2PO_3F \cdot BF_3$  при 15°

Физико-химические свойства полимеров	Катализаторы	
	$H_3PO_4 \cdot BF_3$	$H_2PO_3F \cdot BF_3$
$d_4^{20}$	0,7941	0,8212
Мол. вес	280	312
$n_D^{20}$	1,4565	1,4591
Бромное число	12	6

наблюдалось значительное поглощение газа катализатором, а спустя 1—2 часа при непрерывном пропускании пропилена из реактора начинала вытекать густая вязкая масса коричневого цвета. Эта масса не имела на своей поверхности ясно выраженного слоя полимера и представляла, очевидно, смесь полимера и соединений катализатора с пропиленом. Было пропущено 50 л пропилена.

Для выделения полимера собранная в приемнике вязкая масса смешивалась с водой и нагревалась до 100° на водяной бане. На поверхность воды всплывал слой полимера в виде желтой маслянистой довольно вязкой жидкости, а на дно

колбы собиралось небольшое количество белого твердого вещества, нерастворимого в воде, щелочах и кислотах. Очевидно, оно представляло собой фосфат бора. Было получено 15 г полимера пропилена.

При полимеризации пропилена в присутствии молекулярного соединения монофторфосфорной кислоты с фтористым бором при 15° пропилен первоначально поглощался катализатором, но через 1 час при непрерывном пропускании пропилена из реактора начинала вытекать вязкая жидкость. По мере накопления продуктов реакции полимеризации вязкая жидкость в приемнике расслаивалась на два слоя: нижний — коричневого цвета, пред-

представляющий собой, очевидно, продукт присоединения пропилена к катализатору, и верхний — желтого цвета, представляющий собой полимер пропилена.

Было пропущено 50 л газа. Полимер обрабатывался аналогично предыдущему опыту. В результате опыта получено 20 г полимера пропилена.

Некоторые свойства полимеров пропилена, полученных при 15° в присутствии молекулярных соединений ортофосфорной и монофторфосфорной кислот с фтористым бором, приведены в табл. 1. Как видно из таблицы, полимеризация пропилена в присутствии  $\text{H}_2\text{PO}_3\text{F} \cdot \text{BF}_3$  протекает значительно глубже, чем в присутствии  $\text{H}_3\text{PO}_4 \cdot \text{BF}_3$ .

Для выяснения влияния температуры на степень

полимеризации пропилена и выход полимера были поставлены опыты по полимеризации пропилена в присутствии ряда фосфорных кислот, содержащих фтор, при 100°.

Основные данные по полимеризации пропилена при 100° в присутствии ряда катализаторов приведены в табл. 2. Из таблицы видно, что монофтор-

фосфорная и дифторфосфорная кислоты в этих условиях являются мало активными катализаторами полимеризации пропилена. Молекулярные соединения фосфорной и монофторфосфорной кислот с фтористым бором энергично взаимодействуют с пропиленом с образованием довольно больших количеств полимера. Наиболее активным катализатором полимеризации пропилена является монофторфосфорная кислота, насыщенная фтористым бором.

Как и следовало ожидать, с повышением температуры степень полимеризации пропилена уменьшалась.

При полимеризации пропилена в присутствии монофторфосфорной кислоты при 152° выход полимера значительно увеличился по сравнению с выходом, полученным с тем же катализатором при 100°. В результате опыта было получено 30,5 г полимера пропилена. Полимер имел меньший молекулярный вес (159), показатель преломления ( $n_D^{20}$  1,4351) и удель-

ный вес ( $d_4^{20}$  0,7641), т. е. с повышением температуры степень полимеризации пропилена также уменьшалась.

Полученные полимеры перегонялись из колбочки с небольшим дефлегматором. На рис. 2 приведены кривые перегонки продуктов полимеризации пропилена.

Таблица 2

Основные данные по полимеризации пропилена в присутствии ряда катализаторов при 100°

Катализатор	Взято пропи- лена, л	Получено по- лимера, г	Полимера $d_4^{20}$	Мол. вес по- лимера	$n_D^{20}$	Бромн. число полимера
$\text{H}_2\text{PO}_3\text{F}$	50	1	0,7689	163	1,4361	69
$\text{HPO}_2\text{F}_2$	50	4	0,7702	165	1,4378	43
$\text{H}_3\text{PO}_4 \cdot \text{BF}_3$	50	55	0,7889	225	1,4451	40
$\text{H}_2\text{PO}_3\text{F} \cdot \text{BF}_3$	50	50	0,7915	250	1,4470	30

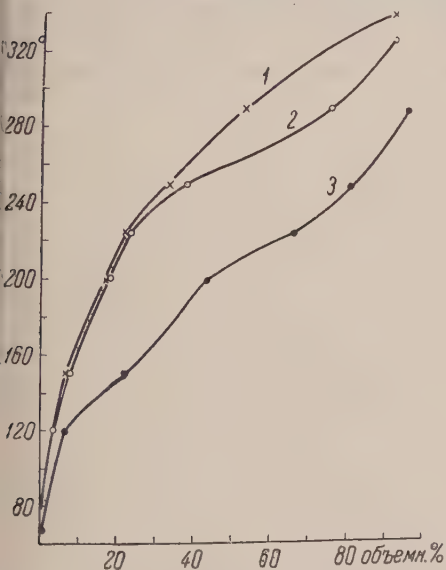


Рис. 2. Кривые разгонки полимеров пропилена. 1 —  $\text{H}_2\text{PO}_3\text{F} \cdot \text{BF}_3$ ,  $t = 100^\circ$ ; 2 —  $\text{H}_3\text{PO}_4 \cdot \text{BF}_3$ ,  $t = 100^\circ$ ; 3 —  $\text{H}_2\text{PO}_3\text{F}$ ,  $t = 152^\circ$

Бромные числа легких фракций полимеров пропилена (фракций нач. кип. 120° и 120—150°), полученных как в присутствии  $\text{H}_3\text{PO}_4 \cdot \text{BF}_3$ , так и в присутствии  $\text{H}_2\text{PO}_3\text{F} \cdot \text{BF}_3$ , были очень низкими (14—18) и увеличивались по мере увеличения температуры кипения фракций полимера. Следовательно, реакция полимеризации пропилена в значительной степени сопровождалась реакцией гидро- и дегидрополимеризации, приводящей к образованию насыщенных, очевидно парафиновых, углеводородов. Интересно отметить, что реакция гидро- и дегидрополимеризации протекала в большей степени на стадии образования димерных и тримерных форм полимеров пропилена.

При полимеризации пропилена в присутствии монофторфосфорной кислоты при 152° реакция гидро- и дегидрополимеризации протекала в меньшей степени, и бромные числа фракций нач. кип. 120 и 120—150° были значительно выше (55 и 63). Это и понятно, так как монофторфосфорная кислота является менее активным катализатором полимеризации (по сравнению с  $\text{H}_3\text{PO}_4 \cdot \text{BF}_3$  и  $\text{H}_2\text{PO}_3\text{F} \cdot \text{BF}_3$ ).

Изученные нами катализаторы полимеризации пропилена можно расположить в порядке убывания их каталитической активности в следующий ряд:



Поступило  
14 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. М. Бутлеров, В. Горяинов, ЖРФХО, 5, 302 (1873). <sup>2</sup> А. В. Топчиев, Я. М. Паушкин, Соединения фтористого бора как катализаторы в реакциях алкилирования полимеризации и конденсации, 1949. <sup>3</sup> Ам. пат. 2408785, 8 X 1946. <sup>4</sup> Ам. пат. 2423895, 15 VII 1947. <sup>5</sup> W. Lange, R. Livingston, J. Am. Chem. Soc., 69, 1073 (1947). <sup>6</sup> W. Lange, R. Livingston, J. Am. Chem. Soc., 72, 1280 (1950).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Ф. АЛАБЫШЕВ и А. Г. МОРАЧЕВСКИЙ

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМЫ НАТРИЙ — КАДМИЙ

(Представлено академиком Г. Г. Уразовым 11 VI 1956)

Термодинамические свойства жидких сплавов натрия с кадмием вычислялись из измерений эдс цепи натрий | электролит с ионами натрия | сплав. Активность натрия в сплавах с кадмием определялась до нас Хауффе (<sup>1</sup>); эти измерения проводились лишь при одной температуре, не распространяются на область богатых кадмием сплавов и не могут быть использованы для вычисления термодинамических характеристик системы. Представляло интерес провести измерения при различных температурах и особенно подобно исследовать богатую кадмием область.

В качестве электролита использовалось стекло, содержащее окись натрия (<sup>2-4</sup>). Конструкция измерительной ячейки в наших опытах в основном была аналогична конструкции, примененной в работе (<sup>1</sup>). Температура измерялась с помощью термопары хромель — алюмель, соединенной с потенциометром ПП. Другая термопара соединялась с чувствительным фотоэлектрическим терморегулятором, позволявшим поддерживать нужную температуру в пределах  $\pm 0,5^\circ$ . Для измерения эдс был применен потенциометр ППТВ и зеркальный гальванометр М-21. Применявшийся нами кадмий марки ч. д. а. подвергался дополнительной очистке путем переплавки под вакуумом. Натрий для очистки от окиси вводился через капилляр в тонкостенную стеклянную ампулу. После заполнения натрием ампулы запаивались. Опыты проводились в атмосфере тщательно очищенного аргона. Эдс измерялась с точностью  $\pm 0,2$  мв.

Измерения проводились при температурах 425 и  $475^\circ$ . Выполненные для отдельных составов измерения эдс в интервале  $425-575^\circ$  показали линейную зависимость эдс от температуры. Из полученных значений эдс обычным способом (<sup>5</sup>) вычислялась активность натрия  $a_1$ , коэффициент активности  $\gamma_1$ , а также парциальная молярная свободная энергия  $\Delta \bar{F}_1$ , избыточная свободная энергия  $\Delta \bar{F}_1^x$ , энтропия растворения  $\Delta \bar{S}_1$  и теплота смешения  $\Delta \bar{H}_1$ .

Для расчета интегральных величин, например теплоты смешения, применяются уравнения вида

$$\Delta H = (1 - N_1) \int_0^{N_1} \frac{\Delta \bar{H}_1}{(1 - N_1)^2} dN_1.$$

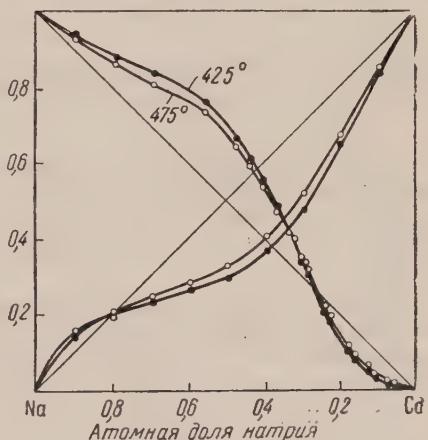


Рис. 1. Изотермы активности натрия в кадмий



Для вычисления коэффициента активности кадмия  $\gamma_2$ , уравнение Гиббса — Дюгема интегрировалось в виде

$$\ln \gamma_2 = \int_0^{N_1} \frac{\ln \gamma_1}{(1 - N_1)^2} dN_1 - \frac{N_1}{1 - N_1} \ln \gamma_1.$$

Изотермы активности компонентов (см. рис. 1) сложно зависят от состава: при содержании натрия в сплаве выше 28 ат. % наблюдаются положительные отклонения от закона Рауля, которые затем переходят в отрицательные. Соответственно сложный ход имеют и изотермы активности кадмия: при содержании кадмия выше 20 ат. % обнаруживаются отрицательные отклонения, а в бедной кадмием области — положительные. Так как изотермы активности компонентов пересекают прямые Рауля при различных составах, то вообще в целом система натрий — кадмий при всех составах отклоняется от идеального поведения. С повышением температуры уменьшаются как положительные, так и отрицательные отклонения от закона Рауля. Наблюдаемый ход изотерм активности соответствует диаграмме

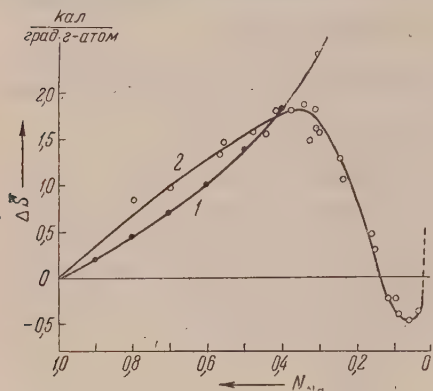


Рис. 2. Парциальная молярная энтропия растворения натрия. 1 —  $\Delta \bar{S}_{ид}$ ; 2 —  $\Delta \bar{S}_{Na}$

состояния системы, где в области, богатой натрием, имеется тенденция к расслоению, а в области, богатой кадмием, наблюдается образование конгруэнтно плавящихся интерметаллических соединений  $NaCd_2$  и  $NaCd_6$ .

Таким образом, для системы натрий — кадмий справедливо общее положение, согласно которому положительные отклонения связаны с тенденцией к образованию структурных групп чистых компонентов, а причиной отрицательных отклонений является наличие в расплаве структурных групп интерметаллических соединений.

В работах (1, 6) для системы натрий — кадмий величина  $RT \ln \gamma_1$  в первом приближении отождествляется парциальной молярной теплотой смешения. В этом случае парциальная молярная энтропия натрия должна выражаться уравнением

$$\Delta \bar{S}_1 = \Delta \bar{S}_{ид} = -R \ln N_1.$$

Сравнение кривых парциальной молярной энтропии натрия, построенных по этому уравнению и рассчитанных по нашим данным (рис. 2),

показывает, что до состава, соответствующего соединению  $NaCd_2$ ,  $\Delta \bar{S}_1$  не сильно отличается от соответствующих значений  $\Delta \bar{S}_{ид}$ , а затем значения

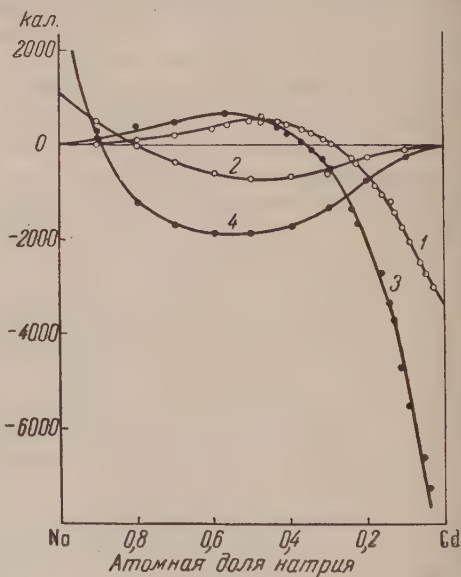


Рис. 3. 1 — Парциальная молярная избыточная свободная энергия натрия  $\Delta \bar{F}_{Na}^x$ ; 2 — то же для кадмия  $\Delta \bar{F}_{Cd}^x$ ; 3 — теплота смешения натрия  $\Delta \bar{H}_{Na}$ ; 4 — то же для кадмия  $\Delta \bar{H}_{Cd}$

парциальной молярной энтропии резко уменьшаются. Это обусловлено образованием соединений  $\text{NaCd}_2$  и  $\text{NaCd}_6$ , что приводит к значительной упорядоченности в расположении частиц в расплаве, т. е. к появлению структурных групп интерметаллических соединений. Таким образом, рассмотрение кривой парциальной молярной энтропии растворения натрия показывает, что сплавы кадмия с натрием не могут быть отнесены к ряду так называемых «регулярных» растворов и величину  $RT \ln \gamma_1$  нельзя отождествлять с парциальной молярной теплотой смешения. Видно также непосредственно при рассмотрении кривых парциальной молярной избыточной свободной энергии и теплоты смешения натрия и кадмия (см. рис. 3).

Величины теплот смешения в системе натрий — кадмий значительно больше соответствующих величин интегральной избыточной свободной энергии (см. рис. 4). Максимальное значение  $\Delta H$  равно 1070 кал. при 26 ат. % натрия в сплаве. Ввиду наличия двух соединений —  $\text{NaCd}_2$  и  $\text{NaCd}_6$  максимум кривой теплоты смешения не соответствует составу того или другого соединения, занимает промежуточное положение.

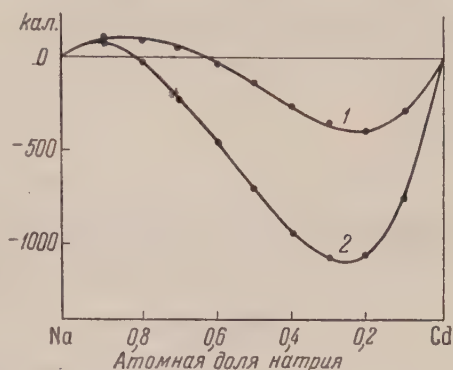


Рис. 4. Система натрий — кадмий. 1 — избыточная молярная свободная энергия  $\Delta F^x$ ; 2 — теплота смешения  $\Delta H$

Ленинградский политехнический институт  
им. М. И. Калинина

Поступило  
5 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> K. Hauffe, Zs. Elektrochem., 46, 348 (1940). <sup>2</sup> E. Warburg, Ann. d. Phys., 622 (1884). <sup>3</sup> O. Kubaschewski, O. Hugler, Zs. Elektrochem., 52, 170 (1948). <sup>4</sup> L. Vierk, Zs. Elektrochem., 54, 436 (1950). <sup>5</sup> О. Кубашевский, Э. Эванс, Монография в металлургии, ИЛ, 1955. <sup>6</sup> F. Weibke, O. Kubaschewski, Thermische Chemie der Legierungen, Berlin, 1943.

И. Л. РОЙХ

## КИНЕТИКА ВЫДЕЛЕНИЯ $\text{H}_2\text{O}_2$ ПРИ АТМОСФЕРНОЙ КОРРОЗИИ МЕТАЛЛОВ В РАННЕЙ СТАДИИ

(Представлено академиком А. Н. Фрумкиным 25 V 1956)

1. Исследование коррозии металлов ранней стадии (<sup>1-7</sup>) встречается трудности, которые возрастают с приближением к началу окисления, особенно при сравнительно низких температурах в обычных условиях воздуха. Так, В. В. Скорчеллетти и С. Е. Тукачинский (<sup>7</sup>) на основании проведенных ими опытов указывают, что микровесы чувствительностью порядка  $3 \cdot 10^{-6}$  г не применимы для исследования атмосферной коррозии; даже при 100%-й влажности изменения веса за счет коррозии за 7 суток оказались соизмеримыми со смещением нулевой точки.

В статьях (<sup>8-10</sup>) приведены результаты экспериментального исследования, которые свидетельствуют о том, что фотографически активные частицы \*, выделяющиеся с поверхности металлов при их окислении на воздухе, представляют собой молекулы перекиси водорода. Дальнейшие исследования, в которых мы применяли прямые микрохимические методы определения, подтвердили это заключение как для электроотрицательных, так и для электроположительных металлов. Выделением  $\text{H}_2\text{O}_2$  можно воспользоваться для исследования процесса атмосферной коррозии металлов.

Ранее было показано, что нагревание фотослоя после экспозиции окисляющимся на воздухе металлом либо парами перекиси водорода (сюда относятся и другие фотографически активные вещества) резко повышает чувствительность фотопластинки к действию указанных агентов (<sup>10,13</sup>). Это обстоятельство позволило разработать новые методы исследования атмосферной коррозии металлов. В данной работе приводятся результаты исследования атмосферной коррозии магния в интервале 16 сек. от начала окисления, а также магния, алюминия и цинка в интервале 7—8 мин. от начала окисления.

2. Для исследования временной зависимости выделения  $\text{H}_2\text{O}_2$  в интервале 16 сек. от начала окисления применялась непрерывная зачистка испытуемого образца, изготовленного в виде кольца; образец равномерно вращался. Над испытуемым металлом на расстоянии порядка 0,1 мм помещалась фотопластинка. После 15-минутной выдержки при непрерывном вращении и зачистке образца фотопластинка переносилась в термостат для нагревания. В результате проявления на негативе получалось изображение кольца со спадающим почернением. Полученные после фотометрирования значения оптической плотности пересчитывались в относительное число частиц по формуле

$$\frac{n}{n_0} = 10^{\frac{D-D_0}{\gamma}},$$

\* Цинд (<sup>11</sup>), цитируя работу (<sup>12</sup>), пишет, что мы объясняем фотографическое действие металлов ультрафиолетовым излучением. Это неверно. Само заглавие (<sup>12</sup>) «Выделение фотографически активных частиц при атмосферной коррозии металлов» говорит об этом, а в тексте статьи сказано: «Мы считаем уместным подчеркнуть, что наблюдаемый эффект обязан частицам, а не свету».

Следует из уравнения прямолинейного участка характеристической кривой;  $n$  и  $n_0$  — числа частиц, падающие на фотослой и отвечающие, соответственно, значениям оптической плотности  $D$  и  $D_0$ ;  $\gamma$  — фактор контрастности.

Результаты приведены на рис. 1. На оси абсцисс отложены значения времени от начала зачистки образца магния в секундах, на оси ординат: относительные значения  $n$  и суммарного числа частиц, вышедших за истекший промежуток времени, квадраты их значений  $n^2$  и величины  $n^{1,24}$ . Как видно из рис. 1, временная зависимость выделения  $H_2O_2$  в интервале 9 сек. от начала окисления отвечает уравнению

$$n^{1,24} = at + b.$$

3. Для исследования кинетики в интервале 7—8 мин. от начала окисления применен другой метод. Идея его заключается в том, чтобы получить одинаковые почернения

для разных стадий окисления металла, применяя многократную выдержку, различную на разных стадиях окисления и зависящую от интенсивности частиц. Изложенные выше результаты основаны на установленной в нашей лаборатории взаимозаместимости числа частиц и времени их действия.

Рис. 1. Mg

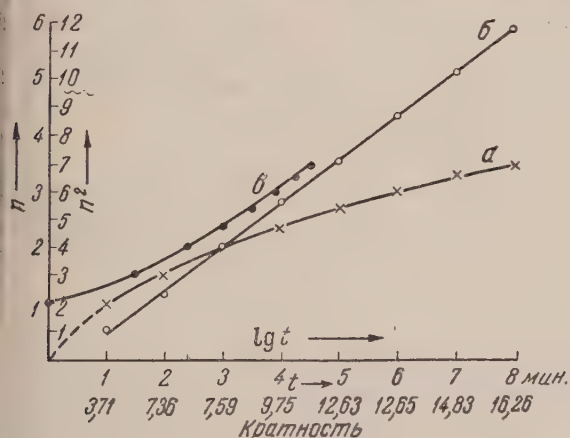


Рис. 2. Mg

при одинаковом почернении можем записать:

$$\frac{1}{k_1} : \frac{1}{k_2} : \frac{1}{k_3} : \dots = n_1 : n_2 : n_3 : \dots,$$

где  $k_1, k_2, k_3, \dots$  — кратности выдержки для разных стадий окисления;  $n_1, n_2, n_3, \dots$  — соответствующие значения интенсивности — в наших опытах число частиц, выделяющихся в 1 мин.

Таким образом, отношение чисел, обратных кратности выдержки, дает отношение значений интенсивности для соответствующих стадий окисления.

Опыт выполняется следующим образом. Зачищают образец испытуемого металла с помощью наждачного камня и помещают тотчас на фотопластинку; по прошествии 1 мин. образец снимают, зачищают и вновь помещают на то же место фотопластинки на 1 мин.; так поступают несколько раз, до тех пор, пока после проявления получают более или менее значительное почернение. После экспозиции фотопластинку нагревают в термостате при  $00^\circ$  на протяжении 10 мин., затем охлаждают и проявляют в термостатических условиях при  $20^\circ$  в течение 2 мин. В результате фотометрирования получают данные для первой точки кривой кинетики.



Чтобы получить данные для второй точки кривой, образец зачищают, и лишь через 1 мин., т. е. во вторую минуту окисления, помещают на фотопластинку; здесь также применяется многократная выдержка. Понятно, что кратность выдержки для получения такого же почернения требуется большая, так как интенсивность выделения частиц во вторую минуту окис-

ления будет меньше, чем в первую. Аналогично поступают и в последующие минуты — третью, четвертую и т. д.

Почернение, которое для каждой стадии окисления должно быть одинаковым, сравнивалось визуально. Последующее фотометрирование показывает, есть ли необходимость в изменении кратности выдержки. Для большей точности можно воспользоваться скорректированными значениями, которые получают из опытных данных путем соответствующих вычислений. Дело в том, что опыт

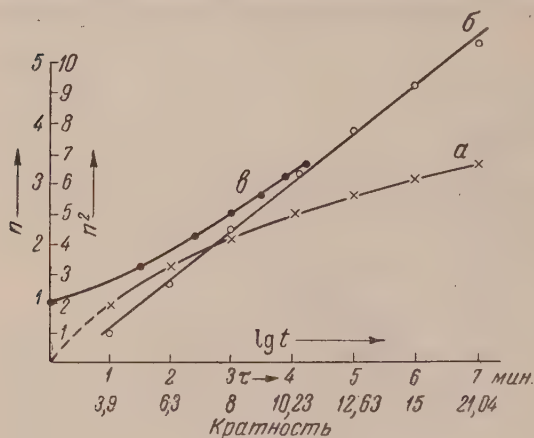


Рис. 3. Al

дает возможность применять только выдержки, кратные принятой величине, в нашем случае 1 минуте. Применять дробные значения принятой величины нельзя, так как в пределах, скажем, 1 минуты имеется своя кинетика изменения интенсивности, и потому число частиц, выделяющихся за первую половину минуты после зачистки металла, больше числа частиц, выделяющихся за вторую половину минуты.

Корректирование основано на применении прямолинейного участка характеристической кривой для нашего случая. Ясно, что скорректированные значения будут всегда дробными.

Полученные значения дают возможность вычислить данные для кривой изменения суммарного количества частиц в относительных величинах за истекший промежуток времени.

4. Опыты проводились в помещении лаборатории при температуре 19—20° и относительной влажности 71—73%. Во всех опытах применялись фотопластинки изорто, контрастные, светочувствительность по ГОСТу 32 эмulsion № 747.

Полученные результаты для Mg, Al и Zn представлены графически на рис. 2, 3 и 4. На оси абсцисс отложены: время от начала зачистки образца в минутах, кратность выдержки и логарифмы времени от начала зачистки образца; на оси ординат: относительные значения  $n$  суммарного числа частиц, выделившихся за истекший промежуток времени, и квадраты этих значений  $n^2$ . На каждом рисунке три кривые:  $a$  — изменение суммарного числа частиц, выделившихся за истекший промежуток времени, что соответствует зависимости коррозия — время;  $b$  — зависимость квадратов относительных суммарных значений числа частиц от  $t$ ;  $\theta$  — зависимость относительного значения суммарного числа частиц за соответствующий промежуток времени от логарифма времени в минутах.

Опытные данные, нанесенные на рис. 2, 3 и 4, показывают, что изменени

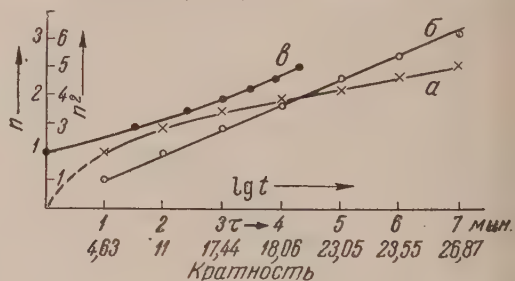


Рис. 4. Zn

имарного числа выделяющихся частиц  $\text{H}_2\text{O}_2$ , выраженного в относительных значениях, для интервала 7—8 мин. от начала окисления магния, алюминия и цинка отвечает параболической зависимости.

5. На основании полученных результатов можно прийти к заключению, временная зависимость выделения  $\text{H}_2\text{O}_2$  при атмосферной коррозии сталей отвечает уравнению

$$n^x = at + b,$$

где  $n$  — относительное число частиц  $\text{H}_2\text{O}_2$ , выделившихся за истекший промежуток времени  $t$ ;  $a$  и  $b$  — постоянные;  $x$  изменяется с переходом от начальных стадий к последующим в рассмотренном нами интервале времени от 4 до 2. Более поздние стадии, в интервале от суток от начала окисления, как установлено в нашей лаборатории также фотографическим методом, отвечают логарифмической зависимости.

Одесский технологический институт  
им. И. В. Сталина

Поступило  
7 II 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> U. R. Evans, L. C. Bannister, Proc. Roy. Soc., **A**, **125**, № 797, 371 (1929).  
<sup>2</sup> H. A. Miley, Carnegie Scholarship Memoirs, **25**, 197 (1936). <sup>3</sup> U. R. Evans, H. A. Miley, Nature, **139**, № 3511, 283 (1937). <sup>4</sup> H. A. Miley, U. R. Evans, J. Chem. Soc., **1937**, 1295. <sup>5</sup> U. R. Evans, Metallic Corrosion Passivity and Protection, London, **1937**, 58. <sup>6</sup> U. R. Evans, An Introduction to Metallic Corrosion, London, 1950, p. 1.  
<sup>7</sup> В. В. Скорчеллетти, С. Е. Тукачинский, ЖПХ, **26**, № 1, 30 (1953). <sup>8</sup> И. Л. Ройх, Д. М. Рафалович, ДАН, **90**, № 4, 603 (1953). <sup>9</sup> И. Л. Ройх, ДАН, **94**, № 6, 1117 (1954). <sup>10</sup> И. Л. Ройх, ДАН, **108**, № 6 (1956). <sup>11</sup> E. Lünd, Zs. wiss. Photo., **49**, Н. 1—6, 51 (1954) цит. по Хим. и химич. технол., № 8, 222 (1955). <sup>12</sup> И. Л. Ройх, ДАН, **63**, № 2, 119 (1948). <sup>13</sup> И. Л. Ройх, ЖФХ, **30**, № 4, 954 (1956).

В. Л. ТАЛЬРОЗЕ и Е. Л. ФРАНКЕВИЧ

## МЕТОД ИОННОГО УДАРА И ОЦЕНКА СРОДСТВА МОЛЕКУЛ К ПРОТОНУ

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 11 VI 1956)

Использование метода электронного удара для определения потенциалов ионизации и энергий разрыва связи в молекулах является одним из важных применений масс-спектрометрической техники. Из данных по потенциалам появления осколочных ионов в масс-спектрах насыщенных соединений можно, в частности, определить весьма существенную величину — сродство к протону ненасыщенных соединений, например олефинов. Метод электронного удара не дает, однако, возможности определить сродство к протону насыщенных молекул, таких, например, как предельные углеводороды, водородо-алифатические спирты, аммиак и т. п. Для многих из таких соединений вообще не существует способов определить эту величину. Для тех же соединений, для которых такие способы существуют, они обычно являются весьма косвенными и порой основаны на не вполне достоверных предположениях.

Новую возможность для оценки, а в некоторых случаях и для довольно точного определения сродства к протону не только ненасыщенных, но и насыщенных соединений, дает метод ионного удара, использующий процесс в ионном источнике масс-спектрометра, происходящие при столкновении ионов с молекулами.

Давно, известно, что при столкновениях медленных водородсодержащих ионов и молекул происходит образование вторичных ионов. Повидимому, первым из таких ионов был обнаружен ион  $\text{H}_3^+$  (1) при ионизации водорода. Образование  $\text{H}_3^+$  было объяснено Смайсом (2) процессом  $\text{H}_2^+ + \text{H}_2 = \text{H}_3^+ + \text{H}$ . В. Н. Кондратьев и Дж. Эльтентон и В. Н. Кондратьев и Б. П. Васильев обнаружили, что при ионизации в источнике смесей азота с водородом окиси углерода с водородом образуются в числе прочих ионы  $\text{N}_2\text{H}^+$  и соответственно,  $\text{COH}^+$ . В. Л. Тальрозе (3) и В. Л. Тальрозе и А. К. Любимова исследовали образование вторичных ионов при ионизации углеводородов и воды, причем было показано, что процессы эти идут без энергии активации или, грубо говоря, при каждом соударении\*. Это вытекало из того, что при давлении  $\sim 10^{-4}$  мм рт. ст. в ионизационной камере и линейных размер ее порядка немногих миллиметров только несколько первичных ионов тысячи сталкиваются с молекулами до выхода из камеры или до разряда ее стенке. При реальной чувствительности обнаружения вторичных ионов ( $\sim 0,01\%$ ) это означает, что уже при энергии активации  $\geq 2$  ккал/моль эти ионы становятся необнаружимыми (см. примечание на стр. 377.). Вторым доводом в пользу этого представления был тот факт, что вторичного процесса  $\text{C}_2\text{H}_4^+ + \text{C}_2\text{H}_4 = \text{C}_2\text{H}_5^+ + \text{C}_2\text{H}_3$ , эндотермического на 0,9 эв, обнаружить не удалось, в то время как аналогичные экзотермические процессы

\* В этих опытах было, в частности, обнаружено, что сродством к протону  $> 114$  ккал/моль обладает метан, при ионизации которого в результате вторичного процесса  $\text{CH}_4^+ + \text{CH}_4 = \text{CH}_5^+ + \text{CH}_3$  образуется ион метония. Образование иона метония было затем подтверждено прямым разрешением мультиплета 17 м. е. (5).



лучае пропилена и изобутилена легко обнаруживались (<sup>3</sup>, <sup>4</sup>). Недавно Венсон и Шислер (<sup>6</sup>) измерили сечения процессов  $D_2^+ + D_2 = D_3^+ + D$ ,  $H^+ + H = ArH^+ + H$  и  $CD_4^+ + CD_4 = CD_5^+ + CD_3$  и нашли, что они даже не только превосходят газокинетические. Большую скорость всех названных процессов, когда они экзотермичны, можно качественно понять на основе временных представлений об элементарном акте: первичные ионы, участвующие в этих процессах, являются не только ионами, но и свободными радикалами, т. е. имеют один неспаренный электрон. Известно, что свободные радикалы реагируют с молекулами с низкими энергиями активации. Комбинация неспаренного электрона с наличием электрического заряда у иона усиливает, повидимому, особенно большую реакционную способность. Из положения о том, что вторичные процессы с передачей водорода обнаружимы в масс-спектрометре, когда они экзотермичны, и необнаружимы, когда они эндотермичны, вытекает возможность оценки сродства к протону\*. Пусть  $R_1H$  и  $R_2H$  — водородсодержащие молекулы:  $R_1$  и  $R_2$  — любые радикалы;  $M$  — молекула, сродство к протону которой мы хотим определить.

Предположим, что процесс



процесс



Тогда можно утверждать, что

$$D(R_1 - H) + I(H) - I(M) < P_M < D(R_2 - H) + I(H) - I(M), \quad (a)$$

где  $D(R-H)$  — энергия диссоциации связи  $R-H$ ;  $I(M)$  — потенциал ионизации частицы  $M$ ;  $P_M$  — сродство к протону частицы  $M$ .

Другой случай: процесс



процесс



Тогда

$$D(R_1 - H) + I(H) - I(R_1H) < P_M < D(R_2 - H) + I(H) - I(R_2H). \quad (б)$$

Таким образом, величина  $P_M$  берется в «вилку». Естественно, что, стремясь получить наиболее узкую «вилку», можно комбинировать попарно любые из процессов А, Б, В и Г. Подбирая наиболее подходящие  $R_1H$  и  $R_2H$ , можно, повидимому, в ряде случаев сделать эту «вилку» достаточно узкой и оценить величину  $P_M$  с довольно большой точностью.

Для того чтобы различить процессы А от В и Б от Г, необходимо исследовать, с потенциалом ионизации какой из молекул совпадает потенциал появления вторичного иона.

Авторами предприняты опыты по применению этого метода. Опыты проводятся на специально сконструированном масс-спектрометре, позволяющем разделять потенциалы появления, а также начальную кинетическую энергию ионов. Ионный источник с «квазимонохроматизацией» электронов в основных чертах сделан по Фоксу (<sup>7</sup>) с той разницей, что вывод ионов из ионизационной камеры производится не «выталкивающим», а «вытягивающим» методом и ток электронов модулируется с заданной частотой, на которой и ве-

\* Естественно, что это положение можно каждый раз несколько уточнять, пользуясь выражением (<sup>4</sup>)  $\eta \approx \frac{2n}{n_1} = \frac{ze^{-E_1/RT}}{k_3} n$ , где  $n$  — концентрация молекул в области ионизации, участвующих во вторичном процессе;  $n_1$  — концентрация первичных ионов, участвующих во вторичном процессе;  $n_2$  — концентрация вторичных ионов в области ионизации;  $\eta$  — отношение токов первичных и вторичных ионов;  $ze^{-E_1/RT}$  — константа скорости вторичного процесса ( $E$  — энергия активации,  $z$  — предэкспоненциальный множитель);  $k_3$  — константа скорости гетерогенной гибели вторичного иона, равная с точностью до коэффициента, много немногим единицам, отношению средней скорости иона  $v$  к расстоянию до стенки ионизационной камеры. Беря для  $z$  величину  $10^{-10}$  см<sup>3</sup>/сек, для  $v$  — тепловое значение, получим практически максимальное возможное значение  $E$ .



дется усиление ионного тока. Ионный ток принимается на вторичноэлектронный умножитель, на выходе которого последовательно стоят электрометрический усилитель и резонансный усилитель переменного тока. Большая чувствительность прибора необходима потому, что приходится измерять модулированную компоненту тока вторичных ионов, лежащую в диапазоне  $10^{-18}$ — $10^{-15}$  а.

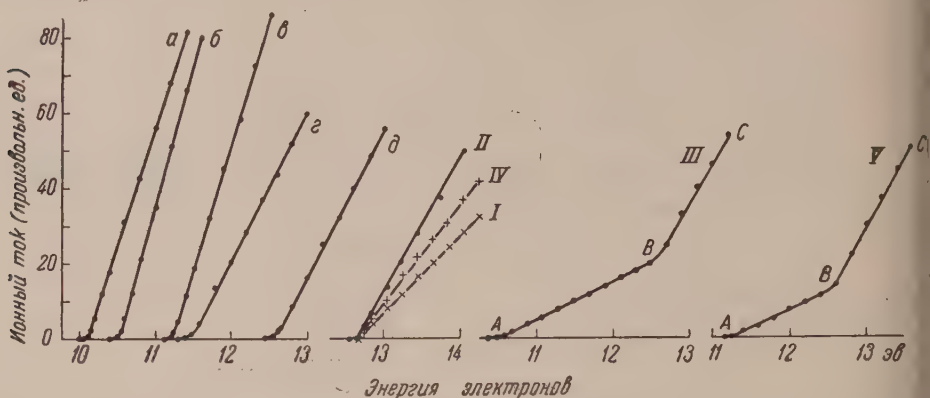


Рис. 1. Начальные участки кривых ионизации  $\text{NH}_3$  (а),  $\text{H}_2\text{S}$  (б),  $\text{C}_3\text{H}_8$  (в),  $\text{C}_2\text{H}_2$  (г),  $\text{H}_2\text{O}$  (д) и кривых появления ионов  $\text{H}_3\text{O}^+$  для случаев I—V. В случае III участок А соответствует процессу  $\text{H}_2\text{S}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{HS}$ , участок BC — процессам  $\text{H}_2\text{S}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{HS}$ ;  $\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}$ ;  $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2\text{S} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{HS}$ . В случае IV участок AB соответствует процессу  $\text{C}_3\text{H}_8^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{C}_3\text{H}_7$ , участок BC процессам  $\text{C}_3\text{H}_8^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{C}_3\text{H}_7$ ;  $\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}$ ;  $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{C}_3\text{H}_8 \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{C}_3\text{H}_7$ . Для сравнения различных кривых надо ординаты кривых для случаев I, II, IV умножить на 0,04 и для случаев III и V на 0,06. Шкала энергий электронов каллибрована по спектроскопическому значению потенциала ионизации воды

Были изучены процессы образования иона  $\text{H}_3\text{O}^+$ : I — при ионизации воды, а также при ионизации смеси воды: II — с аммиаком, III — с сероводородом, IV — с ацетиленом и V — с пропаном. Во всех случаях относительный выход  $\text{H}_3\text{O}^+$  растет с добавлением каждого из компонент. Потенциал появления  $\text{H}_3\text{O}^+$  совпадает: в случаях I, II с потенциалом ионизации воды (12,62 эв<sup>(8)</sup>), в случаях III и IV с  $\text{H}_2\text{S}$  (10,48 эв<sup>(9)</sup>) и  $\text{C}_3\text{H}_8$  (11,21 эв<sup>(10)</sup>). Начальные участки соответствующих кривых появления приведены на рис. 1. Это означает, что идут процессы:

1.  $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}$ .
2.  $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{NH}_3 = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{NH}_2$ .
3.  $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{C}_2\text{H}_2 = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{C}_2\text{H}$ .
4.  $\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2\text{S}^+ = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{HS}$ .
5.  $\text{H}_2\text{O} + \text{C}_3\text{H}_8^+ = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{C}_3\text{H}_7$ .

Кроме того, сравнение кривой появления для случая I и отрезка кривой появления для случаев II и V, расположенного выше потенциала ионизации воды, показывает, что ординаты на этом отрезке выше, что можно объяснить суммой процессов 1 и 4, соответственно, 1 и 5. (Давление  $\text{H}_2\text{O}$  в опытах I, III и V примерно одинаково.) Следовательно, в смесях  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{H}_2\text{S}$  и  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{C}_3\text{H}_8$ , наряду с передачей протона (процессы 4, 5), идет передача

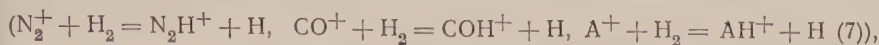
6.  $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2\text{S} = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{HS}$ .
7.  $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{C}_3\text{H}_8 = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{C}_3\text{H}_7$ .

Потенциалы ионизации  $\text{NH}_3$  (10,07 эв<sup>(11)</sup>) и  $\text{C}_2\text{H}_2$  (11,40 эв<sup>(10)</sup>) лежат ниже потенциала ионизации  $\text{H}_2\text{O}$ . Поскольку ион  $\text{H}_3\text{O}^+$  в случаях II и IV образуется только, начиная с потенциала ионизации воды, можно заключить, что процессы

8.  $\text{H}_2\text{O} + \text{NH}_3^+ = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{NH}_2$ .
9.  $\text{H}_2\text{O} + \text{C}_2\text{H}_2^+ = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{C}_2\text{H}$

не идут.

Следует отметить, что хотя до сих пор были установлены только случаи передачи атома Н



наблюдаемый нами факт передачи протона (процессы 4, 5) свидетельствует о том, что эти процессы также не требуют заметной энергии активации. Используя неравенства (а) и (б) и значения  $D(OH-H) = 116$  ккал/моль (<sup>12</sup>, <sup>19</sup>)  $(NH_2-H) = 102$  ккал/моль (<sup>13</sup>),  $D(C_2H-H)^* = 121$  ккал/моль (<sup>14</sup>),  $D(HS-H) = 95$  ккал/моль (<sup>15</sup>),  $D(C_3H_7-H) = 94$  ккал/моль (<sup>6</sup>),  $I(H) = 13,59$  эв = 314 ккал/моль (<sup>17</sup>), получаем следующую серию неравенств, соответствующих процессам 1—9:

$$7. P_{H_2O} > 5,05 \text{ эв. } 6. P_{H_2O} > 5,09 \text{ эв. } 3. P_{H_2O} > 5,22 \text{ эв. } 2. P_{H_2O} > 5,39 \text{ эв.}$$

$$1. P_{H_2O} > 6,00 \text{ эв. } 5. P_{H_2O} > 6,46 \text{ эв. } 4. P_{H_2O} > 7,23 \text{ эв. } 9. P_{H_2O} < 7,44 \text{ эв,}$$

$$8. P_{H_2O} < 7,94 \text{ эв.}$$

Наиболее узкую вилку дает использование неравенств 4 и 9

$$7,23 \text{ эв} < P_{H_2O} < 7,44 \text{ эв или } 166 \text{ ккал/моль} < P_{H_2O} < 173 \text{ ккал/моль.}$$

Полученный результат заметно ниже величины 188,6 ккал/моль, получаемой из значения  $P_{NH_3} = 211,3$  ккал/моль в предположении равенства энергии изоморфных кристаллов  $NH_4ClO_4$  и  $H_3OClO_4$  (<sup>18</sup>). Следует отметить, однако, что полученная нами верхняя граница  $P_{H_2O}$  опирается на значение  $D(C_2H-H) = 121$  ккал, которое принято считать верхним пределом для этой величины (<sup>19</sup>). Принятие меньших значений  $D(C_2H-H)$  может привести только к снижению верхней границы значения  $P_{H_2O}$ . Точность определения нижней границы  $P_{H_2O}$  пока невелика, поскольку для величины  $D(HS-H)$  в литературе имеется весьма различающиеся значения (<sup>19</sup>), из которых мы выбрали наиболее вероятное.

По мере уточнения значений  $D(HS-H)$  и  $D(C_2H-H)$  будет уточняться величина  $P_{H_2O}$ , причем «вилка», образуемая процессами 4 и 7, останется, естественно, в силе\*. В этом одно из достоинств предлагаемого нами метода ионного удара. Для выяснения объема сведений, который может быть получен этим методом, потребуются дальнейшие исследования. Однако уже сейчас ясно, что во многих случаях этот метод дает возможность получить дополнительные, а порой решающие термохимические неравенства для определения не только средства к протону, но и для проверки ряда других энергетических характеристик молекул и ионов.

Авторы выражают благодарность акад. В. Н. Кондратьеву за ценные советы и Л. Л. Декабруну за помощь при разработке электронных узлов.

Поступило  
8 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> T. R. Hogness, E. L. Lunn, Phys. Rev., **26**, 44 (1925). <sup>2</sup> H. D. Smyth, Rev. Mod. Phys., **3**, 147 (1931). <sup>3</sup> В. Л. Тальрозе, Диссертация, Инст. хим. физ. АН СССР, 1952. <sup>4</sup> В. Л. Тальрозе, А. К. Любимова, ДАН, **86**, № 5 (1952). <sup>5</sup> Н. Б. Алексеевский, В. Л. Тальрозе, В. Н. Шелепин, ДАН, **93**, № 6 (1953). <sup>6</sup> D. P. Stevenson, D. O. Schissler, J. Chem. Phys., **27**, 1353 (1955). <sup>7</sup> R. E. Fox, W. H. Hickam, T. Kjeldaa, D. I. Grove, Phys. Rev., **84**, 859 (1951). <sup>8</sup> W. C. Price, Chem. Rev., **41**, 257 (1947). <sup>9</sup> W. C. Price, J. Chem. Phys., **1**, 147 (1936). <sup>10</sup> R. E. Honig, J. Chem. Phys., **16**, 105 (1948). <sup>11</sup> C. A. McDowell, J. Chem. Phys., **24**, 618 (1956). <sup>12</sup> A. Terenin, H. Neuimin, J. Chem. Phys., **3**, 436 (1935). <sup>13</sup> M. Szwarc, Proc. Roy. Soc., **A198**, 285 (1949). <sup>14</sup> R. Cherton, Bull. Soc. Sci. Liège, **11**, 203 (1942). <sup>15</sup> J. L. Franklin, H. E. Lumpkin, J. Am. Chem. Soc., **74**, 1023 (1952). <sup>16</sup> D. P. Stevenson, Disc. Farad. Soc., **10**, 35 (1951). <sup>17</sup> H. Langer, Zahlenwerte und Funktionen, Berlin, 1950. <sup>18</sup> В. Н. Кондратьев, Н. Д. Соколов, ЖФХ, **29**, № 7 (1955). <sup>19</sup> Т. Коттрелл, Прочность химических связей, ИЛ, 1956.

\* Единственное предположение, которое может поставить ценность этой «вилки» под сомнение, это предположение о том, что процесс  $H_2O + C_2H_2 \rightarrow H_3O^+ + C_2H$ , в отличие от других процессов, идет с энергией активации. Однако в свете данных, приведенных в настоящем сообщении, это нужно считать маловероятным.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. А. ТРАПЕЗНИКОВ и Т. Г. ШАЛОПАЛКИНА

**УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ И ЕЕ РЕЛАКСАЦИЯ В ГЕЛЕ НАФТЕНАТА АЛЮМИНИЯ**

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 14 VI 1956)

Высокая эластичность гелей нафтената алюминия (алюминиевых мыл нафтенновых кислот) в органических жидкостях была показана в ряде работ (1-4) на основе применения различных методов: маятникового, измерения напряжения сдвига в процессе деформирования геля с постоянной скоростью  $\dot{\epsilon}$  и вычисления полной разрывной деформации сдвига  $\epsilon_r$  по максимуму напряжения  $P_r$ .

Представлялось интересным прямое измерение величин упругих деформаций, достигающих в эластичных гелях многих тысяч процентов. Подтверждение реальности таких деформаций необходимо для развития представлений о структуре высокоэластичных гелей, образуемой длинными гибкими нитевидными частицами, длина которых и способность к вытягиванию определяют величину упругой деформации.

Для измерения упругих деформаций в данной работе был применен метод «шелковинки»\*, при помощи которого были получены закономерности изменения упругой деформации в зависимости от заданной деформации при различных скоростях деформации, а также изучена релаксация упругой деформации. Метод «шелковинки» состоит в том, что внутренний цилиндр в приборе, основанном на принципе коаксиальных цилиндров, подвешивается на практически неупругой проволоке или на шелковой нитке и в течение поворота внешнего цилиндра с постоянной скоростью на заданный угол  $\theta$  задерживается (специальным рычажком) в нулевом положении. В момент останова внешнего цилиндра внутренний цилиндр освобождается и под влиянием возникшей упругой деформации в геле движется в направлении вращения внешнего цилиндра. Пройденный им до останова угол  $\theta_e \ll \theta$  дает непосредственно величину упругой деформации (минимальную, вследствие успевающей протечь за время движения внутреннего цилиндра релаксации). Задавая разные углы поворота внешнего цилиндра  $\theta$ , мы получаем, соответственно, различные величины упругой отдачи — поворота внутреннего цилиндра  $\theta_e$ . По значениям  $\theta$  и  $\theta_e$  могут быть вычислены относительные деформации сдвига в процентах по формуле\*\*

$$\epsilon = \frac{2\theta R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot 100.$$

На рис. 1 показаны кривые  $\epsilon_e = f(\epsilon)$  для 2%-го геля нафтената алюминия (заводская опытная партия № 24, приготовленная по рецептуре со 100% свободной щелочи (5)) в неполярном медицинском вазелиновом масле (время старения геля 53 дня) для двух градиентов скорости  $\dot{\epsilon} = 17,1 \text{ сек}^{-1}$  и  $\dot{\epsilon} = 57,3 \text{ сек}^{-1}$ . Эти кривые проходят через максимум

\* В полуколичественном опыте ранее применен А. А. Трапезниковым и В. А. Федотовой для подтверждения большой упругой деформации в 4%-м геле нафтената алюминия.

\*\* Размеры цилиндров в данной работе:  $R_1 = 1,42 \text{ см}$ ,  $R_2 = 1,502 \text{ см}$ .



и  $\varepsilon = \varepsilon_m \approx 6000\%$  \*. Прохождение  $\varepsilon_e$  через максимум следует отнести к разрушению (разрыву) каких-то элементов структуры. Из кривых рис. 1 следует, что в пределах примененных  $\varepsilon$  величина  $\varepsilon_m$  остается одинаковой, тогда как величина  $\varepsilon_e$  как в максимуме, так и на протяжении всей кривой  $\varepsilon_e = f(\varepsilon)$  заметно растет при повышении  $\dot{\varepsilon}$ . Последнее

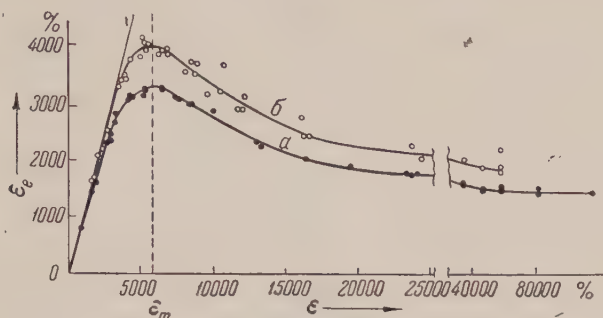


Рис. 1. Кривые  $\varepsilon_e = f(\varepsilon)$ . а —  $\dot{\varepsilon} = 17,4 \text{ сек}^{-1}$ ; б —  $\dot{\varepsilon} = 57,3 \text{ сек}^{-1}$

связано с более сильным растяжением частиц при увеличении напряжения сдвига, а также со слабее протекающей релаксацией в области  $\varepsilon \leq \varepsilon_m$  при более высокой  $\dot{\varepsilon}$ .

Однако не исключена возможность того, что при еще большем возрастании  $\dot{\varepsilon}$  упругая отдача в условиях стационарного потока вследствие слишком сильного разрушения структуры может пройти через максимум.

Начальная часть кривых  $\varepsilon_e = f(\varepsilon)$  линейна и значения  $\varepsilon_e$  равны значениям  $\varepsilon$ , т. е. заданная деформация отдается в виде упругой. Отставание  $\varepsilon_e$  от  $\varepsilon$  в интервале  $\varepsilon < \varepsilon_m$  может быть связано как с релаксацией, так с частичным разрушением структуры. С повышением  $\dot{\varepsilon}$  линейный участок был бы еще более длинным.

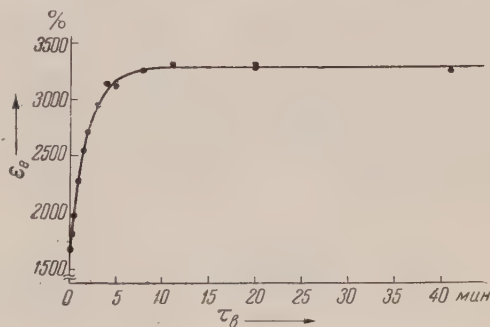


Рис. 2. Кривая восстановления упругой отдачи  $\varepsilon_e = f(\tau_\theta)$  ( $\dot{\varepsilon} = 17,4 \text{ сек}^{-1}$ )

Особый интерес представляют опыты по восстановлению упругой отдачи. Если после деформации системы до  $\varepsilon \gg \varepsilon_m$  (24000%) остановить внешний цилиндр и сразу же (через 5—10 сек) задать в том же направлении новую деформацию  $\varepsilon = \varepsilon_m$ , то упругая отдача  $\varepsilon_e$  будет составлять всего лишь 1670% вместо 3300%, т. е. столько же, сколько получалось после деформации до  $\varepsilon \gg \varepsilon_m$ . Если же повторное деформирование до  $\varepsilon = \varepsilon_m$  проводить через некоторое время отдыха системы, то  $\varepsilon_e$  будет возрастать с возрастанием времени отдыха по кривой  $\varepsilon_e = f(\tau_\theta)$  рис. 2 до  $\varepsilon_e = 3300\%$ , соответствующей максимуму кривой  $\varepsilon_e = f(\varepsilon)$  (рис. 1,  $\dot{\varepsilon} = 11 \text{ сек}^{-1}$ ). Это указывает на наличие разрушения структуры на нисходящей части кривой. Можно было бы предположить, что уменьшение упругой отдачи от 3300 до 1670% при переходе от  $\varepsilon = \varepsilon_m$  до  $\varepsilon \gg \varepsilon_m$  является в какой-то степени

\* Значение  $\varepsilon_m$  приблизительно совпадает со значением  $\varepsilon_g$  на кривой  $P = f(\varepsilon)_\varepsilon$ .



результатом релаксации. В этом случае описанное выше повторное деформирование системы должно было бы выявить отрелаксировавшую часть упругой деформации, т. е. увеличить упругую отдачу до  $\epsilon_e = 3300\%$ .

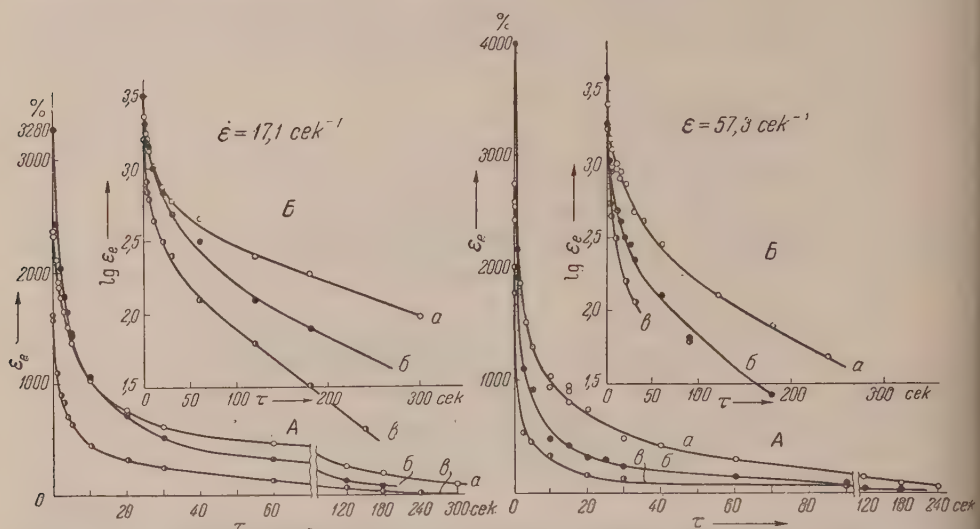


Рис. 3. А — кривые релаксации  $\epsilon_e = f(\tau)$  после деформирования геля; Б — то же в координатах  $\lg \epsilon_e - \tau$ . Заданные  $\epsilon_e$  лежат в пределах: при  $\dot{\epsilon} = 17,1 \text{ сек}^{-1}$  а — 2600—2900% ( $\epsilon < \epsilon_m$ ); б — 5800—6200% ( $\epsilon \approx \epsilon_m$ ); в — 23400% ( $\epsilon \gg \epsilon_m$ ); при  $\dot{\epsilon} = 57,3 \text{ сек}^{-1}$  а — 2600—2900% ( $\epsilon < \epsilon_m$ ); б — 5500—6200% ( $\epsilon \approx \epsilon_m$ ); в — 23400% ( $\epsilon \gg \epsilon_m$ )

В действительности этого не наблюдается. Это показывает, что уменьшение  $\epsilon_e$  вдоль кривой  $\epsilon_e = f(\epsilon)$  за максимумом (при  $\epsilon > \epsilon_m$ ) не связано с релаксацией. Кроме того, из анализа моделей идеальных тел следует, что процесс релаксации вообще не должен давать максимума на кривой  $\epsilon_e = f(\epsilon)$ , а также и на кривой  $P = f(\epsilon)$ . При деформировании в условиях  $\dot{\epsilon} = \text{const}$  и  $\epsilon = 0$  и  $P = 0$  при  $\tau = 0$  в результате релаксации (без

Таблица 1

Значения скоростей релаксации  $V_{rel}$  ( $\text{сек}^{-1}$ )\* для разных величин упругих деформаций  $\epsilon_e$  в трех областях заданной деформации  $\epsilon$  при двух скоростях деформации  $\dot{\epsilon}$

$\epsilon_e, \%$	$\epsilon, \%$					
	2600—2900		5800—6000		23 400	
	$\dot{\epsilon}, \text{сек}^{-1}$					
	17,1	57,3	17,1	57,3	17,1	57,3
2850	—	—	0,29	0,73	—	—
2080	0,14	0,23	0,21	—	—	—
1300	0,045	0,065	0,064	0,32	0,33	0,39
650	0,020	0,027	0,032	0,088	0,079	0,22
406	0,010	0,021	0,019	0,046	0,036	0,080
244	0,0066	0,014	0,013	0,028	0,023	0,066
162,5	0,0056	0,013	0,012	0,017	0,020	0,067
97,5	—	0,0083	—	0,019	0,014	—
65	—	0,0080	—	—	0,011	—
32,5	—	—	—	—	0,013	—

\* Значения  $V_{rel}$  определены графически по кривым рис. 3, А. Для максвелловского тела обратная величина скорости релаксации равна времени релаксации.

зрушения) указанные функции должны достигать только некоторого постоянного значения <sup>(4)</sup>.

Для оценки упругих свойств системы и рассмотрения зависимости  $\epsilon_e$  от  $\epsilon$  большое значение имеет исследование релаксации деформации, т. е. перехода упругой деформации в остаточную. В нашем случае оценка релаксации может быть получена по измерению  $\epsilon_e$  при разных временах задержки внутреннего цилиндра до начала его движения. Представляют интерес три основные области: 1)  $\epsilon < \epsilon_m$ ; 2)  $\epsilon \approx \epsilon_m$ ,  $\epsilon \gg \epsilon_m$ . На рис. 3, А показаны кривые  $\epsilon_e - \tau$  для разных  $\epsilon$ , соответствующих указанным интервалам, полученные после деформирования при  $\dot{\epsilon} = 17,1 \text{ сек}^{-1}$  и  $\dot{\epsilon} = 57,3 \text{ сек}^{-1}$ . Отметим, что при всех заданных  $\epsilon$  скорость снижения  $\epsilon_e$ , т. е. скорость релаксации  $V_{rel} = -\frac{1}{\epsilon_e} \frac{d\epsilon_e}{d\tau} = -\frac{1}{\epsilon_e} \frac{d\epsilon_e}{d\tau}$ , заметно выше при деформации системы с большей скоростью. Это связано с тем, что после деформации системы с большей  $\dot{\epsilon}$  до заданной  $\epsilon$  остается меньшее количество сравнительно жестких, удлиненных релаксирующих связей. Если скорость релаксации отнести к  $\epsilon_e$  (при данной  $\dot{\epsilon}$ ), например, к  $\epsilon_e < 2000\%$ , то из сравнения хода кривых на рис. 3, А или данных табл. 1 можно видеть, что наибольшая скорость релаксации имеет место в случае наибольшей из заданных  $\epsilon$ . Это подтверждает то, что при переходе от  $\epsilon_m$  к  $\epsilon \gg \epsilon_m$  имеет место разрушение структуры.

Изображение кривых  $\epsilon_e = f(\tau)$  в координатах  $\lg \epsilon_e - \tau$  (рис. 3, Б) показывает, что конечная часть этих кривых линейна. Следовательно, в области малых  $\epsilon_e$  релаксация может подчиняться экспоненциальному закону.

Поступило  
24 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. А. Трапезников, Е. М. Шлосберг, ДАН, 62, 791 (1948). <sup>2</sup> А. А. Трапезников, В. А. Федотова, ДАН, 81, 1101 (1951); 82, 97 (1952). <sup>3</sup> А. А. Трапезников, Т. Г. Шалопалкина, Колл. журн., 17, 471 (1955). <sup>4</sup> А. А. Трапезников, ДАН, 102, 1177 (1955). <sup>5</sup> А. А. Трапезников, Г. В. Белуги, ДАН, 87, 825 (1952).

Г. А. ЯГОДИН, О. В. УВАРОВ и член-корреспондент АН СССР Н. М. ЖАВОРОНКОВ

## КОЭФФИЦИЕНТЫ РАЗДЕЛЕНИЯ ИЗОТОПОВ УГЛЕРОДА ПРИ РАВНОВЕСИИ ЖИДКОСТЬ — ПАР ДЛЯ ЭТИЛЕНА, ЭТАНА И МЕТАНА

Широкое применение в различных отраслях науки и техники стабильных изотопов в качестве меченых атомов требует подробного изучения свойств соединений, отличающихся своим изотопным составом. Одной из важнейших физико-химических констант является коэффициент разделения смесей веществ различного изотопного состава при равновесии конденсированная фаза — пар. Величина этого коэффициента равна отношению давлений насыщенного пара индивидуальных веществ. Она показывает максимально возможное разделение изотопных соединений в процессе ректификации, которое может быть достигнуто на одной разделительной ступени. Изучение коэффициентов разделения имеет и более общее значение, так как дает возможность глубже познать физико-химическое поведение молекул, отличающихся по изотопному составу.

Одним из наиболее точных методов определения коэффициента разделения является релеевская дистилляция. Сущность этого метода состоит в том, что при равновесном испарении определенного количества жидкости остаток обогащается менее летучим компонентом. Величина коэффициента разделения связана с изменением начального объема вещества по отношению к конечному объему и получаемым обогащением известным уравнением Релея (1).

Главной частью установки для определения коэффициента разделения методом релеевской дистилляции является аппарат для равновесного испарения. Устройство его аналогично устройству аппарата, примененного для подобных целей Г. Г. Девятым и А. Д. Зориным<sup>(2)</sup>. В нашем случае аппарат состоял из двух сосудиков объемом в 15 и 1 см<sup>3</sup>. Перемешивание жидкости в сосудах осуществлялось мешалками под действием переменного магнитного поля. Система двух сосудиков позволяла изменять объем исследуемого вещества в несколько тысяч раз. Аппарат был окружен вакуумной рубашкой для уменьшения теплопередачи из окружающей среды и поддержания постоянных условий испарения. Температура снаружи вакуумной рубашки поддерживалась криостатом и была на 30—40° выше температуры испарения вещества.

Исследуемое вещество испарялось из большого сосуда до остаточного объема, немного меньшего 1 см<sup>3</sup>. Затем этот остаток переводился в маленький сосуд, откуда и испарялся до полного исчезновения жидкости. Постоянное давление при испарении поддерживалось несколько видоизмененным маностатом Гильмонта. Пар, соответствующий по составу и количеству последней порции жидкости, из маленького сосуда переводился в ампулу для изотопного анализа. Объем последней порции испаренной жидкости определялся по давлению полученного из нее пара в заранее проградуированной ампуле. Было установлено, что конечная порция жидкости, удовлетворяющая условию равновесного испарения, соответствует 1 см<sup>3</sup> пара при атмосферном давлении. Время испарения 15 см<sup>3</sup> жидкости не должно быть



ыше, 4 час., причем испарение из маленького сосуда должно идти около аса. Испарение не должно переходить в кипение. С целью проверки эффективности перемешивания были проведены опыты при 360—480 колебаниях мешалки в минуту, которые привели к одинаковым результатам. Амплитуда колебаний мешалки была выборна такой, при которой не наблюдается образования брызг.

При определении коэффициента разделения методом релеевской дистилляции исследуемое вещество должно быть тщательно очищено, особенно от более летучих примесей. Ошибка за счет менее летучих примесей в конечном объеме жидкости получается как в результате искажения истинной величины объема, отвечающего количеству исследуемого вещества, так и в результате разбавления конечной пробы менее летучими углеводородами при отгонном анализе пробы, переведенной в углекислый газ.

Исходя из точности масс-спектрометрического анализа, было рассчитано, что наличие в конечной порции 5% менее летучих углеводородов не влияет на определение величины коэффициента разделения. Это соответствует содержанию примесей в исследуемом веществе не более  $10^{-3}$ — $10^{-5}\%$ . Такая степень чистоты достигалась низкотемпературной ректификацией исходного вещества в насадочной колонке. Длина ректифицирующей части колонки составляла 1 м, диаметр 25 мм. В качестве насадки употреблялись тарельчатые насадки размером  $2 \times 1,5$  мм из нихромовой проволоки диаметром 0,2 мм. Конденсатор колонки представлял собой стальной цилиндр с помещенным внутри него медным блоком, в который впрыскивался жидкий азот. Для уменьшения теплопередачи колонка и конденсатор были окружены вакуумными кожухами. Колонка была снабжена приспособлением для автоматической подачи жидкого азота в конденсатор. Эффективность колонки была эквивалентна примерно 30 теоретическим ступеням разделения.

Газы предварительно осушались, проходили химическую обработку и затем конденсировались в кубе колонки, который погружался в жидкий азот. Для полного смачивания насадки предварительно проводилось «забывание». При нормальном режиме нагрузка составляла 500—750 см<sup>3</sup>/час. Колонка работала около 4 час. без отбора, затем сверху колонки отбиралось 10 л газа со скоростью 2—3 л/час. Этот газ содержал более летучие примеси и отбрасывался. Затем колонка работала еще 4—6 час. без отбора, после чего сверху колонки отбиралось 40 л чистого газа. Скорость отбора не превышала 2 л газа в 1 час. Чистота отбираемого газа контролировалась масс-спектрометрическим анализом. Так как необходимая чистота вещества превышает точность масс-спектрометрического измерения, проводился дополнительный анализ пробы газа, полученный в результате релеевской дистилляции с наибольшим числом изменения объема, где количество менее летучих примесей максимально. Полученный этилен содержал примесей не более  $1 \cdot 10^{-3}\%$ . Примеси в этане не превышали  $2 \cdot 10^{-7}\%$ , а в метане  $10^{-4}\%$ .

Обогащение менее летучим изотопным соединением последней порции жидкости, полученной в результате релеевского испарения, измерялось на масс-спектрометре. Пробы этана, этилена и метана предварительно перевелись в углекислый газ в трубчатой кварцевой печи, заполненной гранулированной окисью меди. Анализ проб углекислого газа, полученного сжиганием этилена, проводился на приборе МС-1, дополненном блоком развертки магнитного поля и электронным потенциометром ЭПП-09 для автоматической записи ионных пиков, а также системой напуска, позволяющей из двух различных емкостей питать ионоисточник масс-спектрометра газом постоянного давления<sup>(3)</sup>.

Величина обогащения тяжелым изотопом углерода, получаемого в результате релеевской дистилляции, рассчитывалась с учетом поправки на наличие молекул  $C^{12}O^{16}O^{17}$ , дающих ионы той же массы (45), что и тяжелоуглеродный углекислый газ  $C^{13}O^{16}O^{16}$ . Измерения проводились в стандартных условиях при давлении газа в ионоисточнике от  $4 \cdot 10^{-7}$  до  $1 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст. Для



уменьшения ошибки анализа проводилось 25—30 параллельных измерений ионных пиков, отвечающих массам 44 и 45.

В работе определен коэффициент разделения изотопов углерода при фазовом равновесии жидкость—пар для этилена  $\alpha = P_{C_2^{12}H_4} / P_{C^{12}C^{13}H_4}$  в интервале от нормальной температуры кипения до температуры, близкой к тройной точке. В этом интервале экспериментальные результаты описываются уравнением

$$\lg \frac{P_{C_2^{12}H_4}}{P_{C^{12}C^{13}H_4}} = 0,00127 - \frac{0,0816}{T}. \quad (1)$$

Коэффициент разделения изотопных молекул этилена, как это видно из табл. 1, весьма мало изменялся при изменении температуры. В отличие от большинства изотопных соединений, величина  $\alpha$  растет с увеличением температуры. Возможно, что это вызвано наличием различных структурных форм в жидком и парообразном этилене, однако в настоящее время нет данных, позволяющих уверенно сделать такой вывод.

В работе определен коэффициент разделения изотопов углерода при фазовом равновесии жидкость — пар для этана в интервале от нормальной

Таблица 1

Зависимость коэффициента разделения изотопов углерода  $\alpha = P_{C_2^{12}H_4} / P_{C^{12}C^{13}H_4}$  при равновесии жидкость — пар для этилена от температуры

Т-ра в °К	$\alpha$ опытно.	$\alpha$ выч. по уравнению (1)
103,76	—	1,0014
120	$1,0014 \pm 0,0003$	1,0014
149	$1,0016 \pm 0,0004$	1,0016
153,3	$1,0017 \pm 0,0004$	1,0017
169,3	$1,0019 \pm 0,0004$	1,0018

Таблица 2

Зависимость коэффициента разделения изотопов углерода  $\alpha = P_{C_2^{12}H_6} / P_{C^{12}C^{13}H_6}$  при равновесии жидкость — пар для этана от температуры

Т-ра в °К	$\alpha$ опытно.	$\alpha$ выч. по уравнению (2)
89,6	—	1,0050
Т. пл.		
130	$1,0022 \pm 0,0003$	1,0021
147	$1,0012 \pm 0,0003$	1,0013
165	$1,0006 \pm 0,0003$	1,0006
184,5	$1,0000 \pm 0,0003$	1,0000

температуры кипения до 130° К. В этом интервале экспериментальные результаты описываются уравнением

$$\lg \frac{P_{C_2^{12}H_6}}{P_{C^{12}C^{13}H_6}} = \frac{0,3985}{T} - 0,00213. \quad (2)$$

Полученные результаты, приведенные в табл. 2, показывают, что коэффициент разделения изотопов углерода в этане значительно зависит от температуры.

Коэффициент разделения изотопных молекул  $C^{12}H_4$  —  $C^{13}H_4$  изучался ранее рядом исследователей, однако результаты их значительно отличаются друг от друга.

В настоящей работе коэффициент разделения тяжелоуглеродного и нормального метана определен в интервале от нормальной температуры кипения до  $T = 97,55^\circ K^*$ . В указанном интервале опытные данные описываются уравнением:

$$\lg \frac{P_{C^{12}H_4}}{P_{C^{13}H_4}} = \frac{1,1968}{T} - 0,00782. \quad (3)$$

\* В этой части работы принимал участие С. И. Кулаков.

Величина коэффициента разделения, полученная авторами при температуре около 97° К и ниже, практически совпадает с данными, полученными ранее Г. Г. Девятыми и А. Д. Зориным и несколько отличается от этих данных уменьшением с ростом температуры.

Величины относительной летучести тяжелоуглеродного метана, определенные при различных температурах Гротом, Иллем и Муренхофом <sup>(4)</sup> и особенно Клузиусом <sup>(5)</sup>, значительно отличаются от полученных нами, как видно из табл. 3. Из полученных данных видно, что коэффициент разделения тяжелоуглеродного и нормального этилена

$$\alpha = P_{C^{12}H_4} / P_{C^{12}C^{13}H_4}$$

в тройной точке меньше соответствующего коэффициента разделения для этана. Возможно, это является результатом влияния тройной связи в молекуле этилена.

Сравнение величин коэффициента разделения изотопов углерода при равновесии жидкость — пар для метана и для этана в тройной точке этих веществ дает возможность полагать, что величина коэффициента разделения изотопов углерода для других предельных углеводородов

будет уменьшаться с возрастанием числа углеродных атомов.

Величины коэффициентов разделения изотопов углерода в равновесии жидкость — пар для этилена и этана показывают, что эти вещества нецелесообразно использовать для разделения изотопов углерода методом ректификации. Определение коэффициента разделения изотопов углерода для метана подтверждает вывод Девятовых и Зорина о перспективности разделения изотопов углерода ректификацией метана.

Таблица 3

Коэффициент разделения изотопов углерода для метана  $\alpha = P_{C^{12}H_4} / P_{C^{13}H_4}$  при различных температурах по данным авторов настоящей работы и других исследователей

Т-ра в °К	$\alpha$				
	Данные настоящей работы		Данные Зорина и Девятовых <sup>(1)</sup>	Данные <sup>(4)</sup>	Данные <sup>(5)</sup>
	опытн.	по уравнению (3)			
90,55	Плавл.	1,0125	1,0114	1,0049	1,0004
91,44	—	1,0121	1,0113	1,0046	—
97,55	1,0099 ± 0,0004	1,0101	1,0108	1,0031	—
103,2	—	1,0085	1,0104	1,0021	—
104,4	1,0084 ± 0,0004	—	—	—	—
111,8	1,0070 ± 0,0005	1,0068	1,0099	1,001	—

Научно-исследовательский физико-химический институт им. Л. Я. Карпова

Поступило  
5 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. И. Бродский, Химия изотопов, Изд. АН СССР, 1952, стр. 68. <sup>2</sup> Г. Г. Девятовых и А. Д. Зорин, ЖФХ, 30, в. 5 (1956). <sup>3</sup> В. Ю. Орлов, Н. М. Жаронков, ЖПХ, 29, № 6, 959 (1956). <sup>4</sup> W. Groth, U. Ihll, A. Murrenhoff, Zs. Naturforsch., 9a, 805 (1955). <sup>5</sup> Clusius, H. Bühler, Zs. Naturforsch., 9a, 775 (1954).

Л. Ф. ЯХОНТОВА, Е. М. САВИЦКАЯ и Б. П. БРУНС

# О СКОРОСТИ СОРБЦИИ СТРЕПТОМИЦИНА КАРБОКСИЛЬНЫМИ КАТИОНИТАМИ

(Представлено академиком В. А. Каргиным 12 VI 1956)

Из многочисленных работ по исследованию ионного обмена минеральных ионов на синтетических катионитах известно, что время, необходимое для достижения равновесия, равно нескольким часам (<sup>1</sup>, <sup>2</sup>). Сорбция крупных органических ионов происходит значительно медленнее. Так например, при 140-дневном контактировании раствора хинина с  $\text{NH}_4$ -формой сульфостирольного катионита равновесие еще не достигается (<sup>3</sup>). Поэтому понятие емкости катионита по отношению к большим органическим ионам неопределенно и экспериментально полученные значения емкости должны зависеть от условий проведения ионообменного процесса.

Целью настоящего исследования являлось выяснение влияния ряда факторов на скорость ионообменного процесса на карбоксильных катионитах с участием иона стрептомицина ( $\text{Str}^{3+}$ ). Исследование кинетики ионного обмена проводилось на трех образцах карбоксильных полимеризационных катионитов, содержащих различные количества «сшивки» (дивинилбензола—ДВБ). Характеристика использованных смол приведена в табл. 1.

Таблица 1

Катионит	ДВБ, %	K набухания*	Обменная емкость по $\text{Na}^+$ при pH 7,0
КБ-4 П-7	0,8	2,5	8,3
КБ-4 П-6	6,6	2,0	7,7
КБ-4, образец 1	8,0	1,8	7,1
КБ-4, образец 2	9,0	1,8	7,1

\* При переходе от H-формы к Na-форме

Препарат стрептомицина был максимально-доступной нам степени чистоты; он содержал 94—95% сульфата стрептомицина и не более 0,1% минеральных солей. Определение скорости ионного обмена мы проводили в статических условиях при постоянной температуре и непрерывном перемешивании раствора с катионитом.

Из практики применения карбоксильных катионитов для извлечения стрептомицина из растворов известно (<sup>4</sup>), что емкость катионитов по отношению к иону стрептомицина значительно ниже емкости по иону натрия. Неполное замещение ионов натрия

катионита на ионы стрептомицина было объяснено предшествующими исследователями этого процесса (<sup>4</sup>) как следствие недоступности некоторых ионогенных групп по отношению к большим ионам стрептомицина. Полученные нами данные, однако, противоречат этому положению. Как будет видно из дальнейшего, емкость катионита по стрептомицину зависит от размера зерна, температуры и замещаемого в катионите неорганического иона ( $\text{H}^+$  или  $\text{Na}^+$ ).

На рис. 1 нанесены данные по кинетике сорбции стрептомицина Na-формой катионита КБ-4 различной дисперсности. Эти данные ясно показывают, что количество поглощенного стрептомицина определяется в значительной



ени величиной его внешней поверхности. Надо полагать, что наблюдаемое равновесие, устанавливающееся за 30—40 час., является кажущимся. Ожидается, что при очень длительном течении процесса количество сорбированного стрептомицина будет возрастать. Очень наглядно выявляется существование ложных равновесий при изменении температуры в процессе сорбции.

На рис. 2 представлено протекание сорбции стрептомицина во времени на двух катионитах натриевой форме.

Сорбция стрептомицина в начале процесса протекала при  $+2^\circ$ , что привело к установлению кажущегося равновесия по истечении примерно 100 час. Повышение температуры до  $37^\circ$  привело к дополнительному поглощению стрептомицина и новому кажущемуся равновесию. Это явление нельзя объяснить смещением истинного равновесия в результате изменения температуры, так как возврат к исходной температуре ( $+2^\circ$ ) не изменяет количества сорбированного стрептомицина.

Как скорость обмена иона натрия катионита на ионы стрептомицина, так и емкость катионита по отношению к стрептомицину за определенное время в сильной степени зависят от количества «сшивки», введенной в катионит при получении.

В литературе имеются указания о влиянии количества «сшивки» на сорбцию больших органических ионов (<sup>4</sup>, <sup>5</sup>). На рис. 3 представлена сорбция стрептомицина во времени на трех катионитах в Натрии с различным количеством «сшивки». Особо показательным является практически полное замещение ионов натрия на ионы стрептомицина в катионите КБ-4 П-7 с малым количеством ДВБ (0,8%). Следовательно, для данного катионита можно ожидать установления истинного равновесия между ионами стрептомицина и натрия. Необходимо отметить, что даже катиониту КБ-4 П-7 для практически полного замещения натрия на стрептомицин требуется около 70—75 час.

Еще медленнее протекает сорбция стрептомицина водородными формами тех же катионитов. Условия проведения опытов по сорбции стрептомицина водородными формами катионитов при постоянном значении pH раствора описаны нами раньше (<sup>6</sup>). Из рис. 4 видно, что время, необходимое для достижения кажущегося равновесия на катионите КБ-4, образце 2, лежит в пределах 150—200 час.

В отличие от сильно сшитых катионитов, водородная форма КБ-4 П-7 способна сорбировать стрептомицин в количестве, эквивалентном натрию, сорбированному при данном значении pH. Как было показано нами в работе (<sup>6</sup>), введение иона натрия в систему катионит—раствор соли стрептомицина, в которой было достигнуто кажущееся равновесие, приводит к дополнительной сорбции иона стрептомицина. Как видно из рис. 4, это явление имеет место только на сильно сшитых катионитах. Так, в случае КБ-4, образца 2 введение иона натрия в раствор повышает количество сорбированного стрептомицина с 0,65 до 2,9 мэкв/г ионы. В случае же слабо сшитого катионита КБ-4 и П-7 при введении в раствор такого же количества натрия наблюдается обратное явление. Ионы натрия заметно вытесняют ионы стрептомицина, сорбированные катионитом.

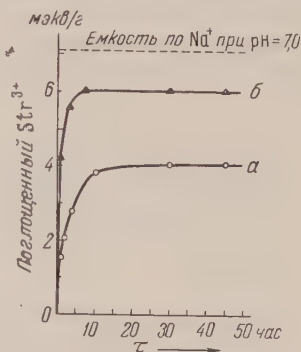


Рис. 1. Кинетика сорбции  $\text{Str}^{3+}$  Na-формой карбоксильного катионита КБ-4 образца 1 в зависимости от размера зерна: а — 0,250—0,500 мм; б — 0,080—0,125 мм

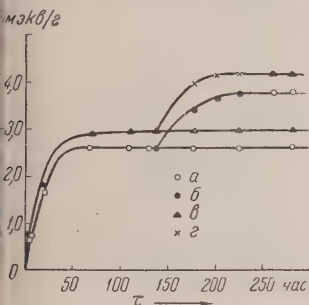


Рис. 2. Кинетика сорбции  $\text{Str}^{3+}$  Na-формой карбоксильных катионитов в зависимости от температуры. а — КБ-4, образец 2,  $2^\circ$ ; б — КБ-4, образец 2,  $37^\circ$ ; в — КБ-4 П-6,  $2^\circ$ ; г — КБ-4 П-6,  $37^\circ$



Это лишний раз показывает, что на катионитах с малым количеством «сшивки» устанавливается истинное равновесие.

Из изложенных данных следует, что при ионообменных процессах на карбоксильных смолах равновесие, устанавливающееся даже в течение длительного времени, является ложным. Очевидно, что при сорбции стрептомицина имеет место проникновение его в зерно катионита только на определенную глубину, после чего скорость его проникновения при данных условиях резко уменьшается. Это уменьшение скорости проникновения

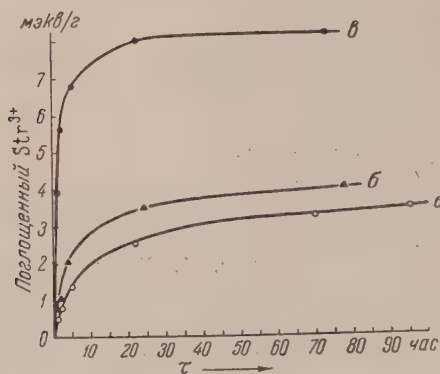


Рис. 3

Рис. 3. Кинетика сорбции  $\text{Str}^{3+}$  Na-формой карбоксильных катионитов в зависимости от степени «сшивки» (%ДВБ). а — 9,0% ДВБ, КБ-4, образец 2; б — 6,0% ДВБ, КБ-4 П-6; в — 0,8% ДВБ, КБ-4 П-7. Емкостью по  $\text{Na}^+$  при рН 7,0

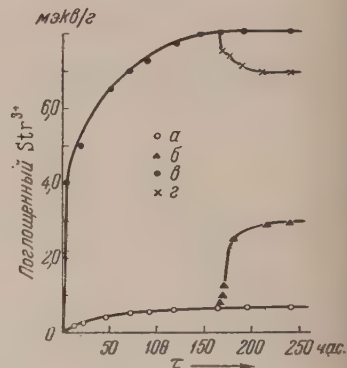


Рис. 4

Рис. 4. Кинетика сорбции  $\text{Str}^{3+}$  H-формой карбоксильных катионитов и влияние  $\text{Na}^+$  на поглощение  $\text{Str}^{3+}$  а — КБ-4, H-форма, образец 2; б — КБ-4, после добавления  $\text{Na}^+$  в раствор; в — КБ-4 П-7, H-форма; г — КБ-4 П-7 после добавления  $\text{Na}^+$  в раствор. Емкостью по  $\text{Na}^+$

и приводит к ложному равновесию, которое зависит от ряда параметров, как это было нами показано в настоящей работе. Истинное же равновесие при катионообменном процессе, повидимому, может иметь место на очень слабо сшитых карбоксильных катионитах, способных полностью замещать неорганические ионы на ионы стрептомицина.

Пользуемся случаем выразить глубокую благодарность М. В. Виттиху и А. А. Гринбергу за любезное предоставление нам ряда образцов катионитов с которыми была проведена настоящая работа.

Всесоюзный научно-исследовательский  
институт антибиотиков

Поступило  
11 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> D. E. Conway, J. H. S. Green, D. Reichenberg, Trans. Farad. Soc., 50 511 (1954).
- <sup>2</sup> G. Dickel, A. Meyer, Zs. f. Elektrochem., 57, 10, 90 (1953).
- <sup>3</sup> T. R. E. Kressman, J. A. Kitchener, J. Chem. Soc., 1949, 1208.
- <sup>4</sup> Г. В. Самсонов Хроматография, 1956, стр. 144, 151.
- <sup>5</sup> R. Kunin, R. J. Myers, Disc. Farad. Soc. 7, 114 (1949).
- <sup>6</sup> Л. Ф. Яхонтова, Е. М. Савицкая, Б. П. Брунс, ДАН, 110 № 2 (1956).

С. В. БРУЕВИЧ

## ВЕРТИКАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БИОГЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ГРУНТОВЫХ РАСТВОРАХ ОХОТСКОГО МОРЯ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 27 VI 1956)

Биогенные элементы в грунтовых растворах более или менее систематически изучались до настоящего времени в осадках как пресноводных водоемов (<sup>1,5,9</sup>), так и Каспийского и Берингова морей и Калифорнийского пролива Тихого океана (<sup>2,4,6,11</sup>). Результаты этих работ нашли отражение в известной обобщающей монографии Н. М. Страхова с сотрудниками. Для Охотского моря имеются лишь данные по биогенным элементам

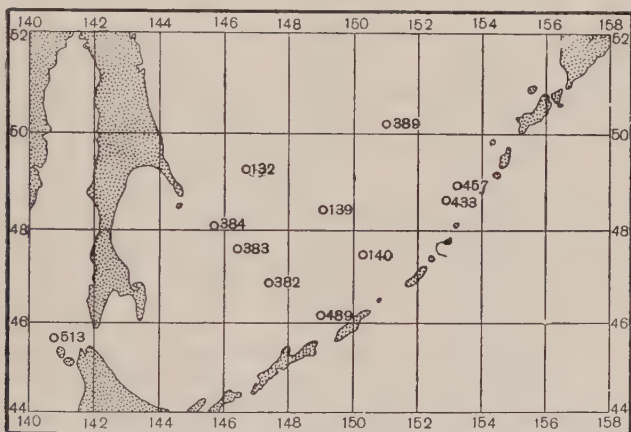


Рис. 1

в грунтовых растворах верхнего слоя осадков (<sup>4</sup>). Вследствие сравнительно слабого развития процессов распада органического вещества в верхнем слое осадков, особенности данного водоема или его района проявляются в этом слое еще в слабой, зачаточной степени.

Значительно рельефнее количество дошедшего до дна органического вещества при его минерализации отражается в характере вертикального распределения биогенных элементов в толще осадков. Для Охотского моря эти данные приведены в табл. 1.

Методы определения — обычные (<sup>4</sup>). Укажем, что определение фосфатов производится со стандартами на бесфосфатной морской воде; следовательно, результаты свободны от солевой ошибки. При определении кремния результаты, как обычно, даны неисправленными на солевую ошибку. Кремниевые результаты при солёности 35‰ должны быть в 1,66 раза выше. Рассмотрение результатов и сравнение их с данными по другим морям позволяют прийти к следующим выводам.

1. Подтверждаются выводы, сделанные на основании данных по Каспийскому и Берингову морям, о хорошо выраженном увеличении к низу

Таблица 1

Изменение состава грунтоых растворов в осадках Охотского моря по вертикали. Данные 1949 г. (ст. №№ 132 — 140) и 1950 г. (ст. №№ 382 — 513). Горизонты осадков даны в сантиметрах от поверхности дна (станции расположены по возрастающим глубинам)

№№ станций	Глубина станции, м	Горизонт, см	Щелочность, мв-экв/л	N — NH <sub>4</sub> , мг/л	P, мг/л	Si, мг/л
1	2	3	4	5	6	7
513	740	5—8	3,2	—	0,05	21,0
		40—50	4,2	—	—	21,0
		85—91	6,4	—	0,12	21,0
		110—120	8,2	—	0,20	21,2
		140—150	10,3	—	0,21	21,9
132	900	179—186	12,9	—	0,21	21,9
		Д*	2,76	0,29	0,22	16,7
		20—30	—	1,2	—	3,2
		90—100	—	2,1	—	7,8
		180—190	—	4,5	—	—
389	1218	380—390	—	11,7	—	7,8
		23—28	2,9	—	—	16,3
		44—50	—	—	—	14,2
		94—104	3,7	—	—	11,5
		145—150	—	—	—	11,5
384	1316	184—194	3,9	—	—	11,7
		240—250	4,3	—	—	10,8
		35—40	4,14	—	—	12,5
		110—115	6,80	—	—	13,1
		148—154	8,7	—	—	13,8
139	1613	Прид. вода	2,47	0,047	—	3,68
		Д*	2,80	0,78	—	—
		20—30	—	0,66	—	17,6
		70—80	—	2,6	—	16,0
		140—150	—	7,7	—	13,5
383	2960	263—278	—	10,8	—	14,0
		31—40	5,0	—	—	13,6
		65—74	5,1	—	—	13,0
		110—120	6,4	—	—	11,7
		185—195	7,7	—	—	9,9
457	3008	223—232	9,1	—	—	9,9
		270—280	9,4	—	—	2,6
		316—325	10,3	—	—	15,8
		360—370	13,1	—	—	9,8
		8—10	3,0	—	—	—
433	3153	36—38	3,3	—	—	23,0
		58—60	5,9	—	—	—
		41—50	3,6	—	—	20,7
		73—80	4,2	—	—	23,0
		104—114	4,7	—	—	—
489	3299	155—162	—	—	—	23,0
		8—11	3,8	—	—	20,4
		20—24	4,5	—	—	21,4
		33—38	5,0	—	—	20,7
		58—63	—	—	—	21,2
382	3418	113—117	5,6	—	—	25,8
		134—140	6,8	—	—	25,5
		16—21	3,7	—	—	9,8
		40—50	6,9	—	—	16,0
		74—84	9,7	—	—	—
		95—100	11,8	—	—	12,8
		150—155	15,7	—	—	15,6
		210—215	19,4	—	—	15,4
		305—310	—	—	—	14,7
		410—415	29,2	—	—	13,5
		457—467	36,6	—	—	—

Таблица 1 (продолжение)

№№ станций	Глубина станции, м	Горизонт, см	Щелочность, мг-экв/л	N — NH <sub>4</sub> , мг/л	P, мг/л	Si, мг/л
1	2	3	4	5	6	7
140	3427	Прид. вода	2,50	0,033	0,088	4,25
Грубка		Д*	3,47	0,80	0,33	22,5
Многоск.		20—30	—	0,80	—	22,7
типа		50—60	—	3,7	—	22,7
		80—90	—	6,1	—	21,2
		110—120	—	8,8	—	21,2
		190—200	—	13,6	—	23,4
		250—260	—	19,9	—	18,7
		317—325	—	26,2	—	23,4
140	3427	190—200	—	32,10	—	11,5
дростатическая		310—320	—	52,3	—	13,5
Грубка		410—420	45,9	50,0	—	13,5
		587—607	—	44,5	—	15,7
		883—900	48,9	42,4	—	13,9
		1342—1352	—	58,4	—	13,5
		2150—2160	—	47,0	—	13,7
		2350—2360	—	51,2	—	15,6
		2650—2660	—	50,5	—	12,7

\* Дночерпательная проба.

гоще осадков величин щелочности и аммонийного азота и отсутствию такого хода для кремния. Последнее связано с влиянием растворения силикатного материала уже в верхнем слое осадков.

2. Вертикальное распределение фосфатов характеризуется небольшим изменением книзу, так же как и в осадках Берингова моря. Этого не наблюдалось в осадках южной глубоководной части Каспийского моря, где распределение фосфатов характеризовалось довольно однородными по вертикали величинами (<sup>3</sup>). Последнее обстоятельство, возможно, связано с очень небольшой сравнительно длиной монолитов осадков на южном Каспии (меньше 1 м).

3. Накопление в грунтовых растворах морских осадков небольших количеств фосфатного фосфора (обычно десятые доли миллиграммов фосфора на гр и редко несколько выше), при процессах вполне анаэробной минерализации, только в небольшой части может быть связано с растворением минеральных фосфатов. Образование фосфатов в анаэробных условиях минерализации органического вещества морских осадков связано с отщеплением в процессе гидролиза фосфорной кислоты из ее эфиров, в форме которых она входит в состав нуклеопротеидов, нуклеиновых кислот, нуклеотидов и других фосфорно-органических соединений. Фактором, ограничивающим накопление фосфатов в грунтовых растворах, являются процессы адсорбции. Сочетание обоих этих процессов и обуславливает обычно, невысокие величины содержания фосфатов в грунтовых растворах.

4. С увеличением глубин в Охотском море отмечается сильно выраженное увеличение содержания биогенных элементов в грунтовых растворах. Это сильное увеличение содержания продуктов распада органического вещества особенно сильно выражено в южной глубоководной котловине Охотского моря. В нижних горизонтах величины щелочности достигают здесь 49 мг-экв/л, аммиачного азота 58 мг/л.

5. Это ясно выраженное повышение содержания биогенных элементов в грунтовых растворах в области больших глубин по сравнению со средними глубинами находится в хорошем соответствии с данными по Берингову морю (?) и Каспийскому морю (<sup>3</sup>) стр. 181, п. 14) и с данными по простран-



ственному распределению продуктов минерализации органического вещества в грунтовых растворах верхнего слоя Охотского моря <sup>(4)</sup>.

6. В соответствии с данными по изменению основного состава грунтовых растворов в осадках с повышенным содержанием органического вещества <sup>(10)</sup> можно полагать, что наблюдаемое на больших глубинах южной глубоководной впадины сильное увеличение щелочности и аммонийного азота связано с сильно выраженным на этих горизонтах процессом редукции сульфатов в осадках этого района.

7. Сопоставление нарастания содержания аммонийного азота и величины щелочности в толще осадков Охотского и Берингова морей указывает на значительно большее количество органического вещества, попадающего в осадки Охотского моря по сравнению с Беринговым морем, и, следовательно, на большую продуктивность Охотского моря.

Поступило  
25 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. В. Бруевич, Р. М. Певзняк, В. Л. Понизовская, М. А. Сибиряков. Гидрохимические материалы, **11**, Изд. АН СССР, 1939; ДАН, **21**, № 6 (1938).  
<sup>2</sup> С. В. Бруевич, Е. Г. Виноградова, ДАН, **27**, № 6 (1940). <sup>3</sup> С. В. Бруевич, Е. Г. Виноградова, Гидрохимические материалы, **13**, Изд. АН СССР, 1947.  
<sup>4</sup> С. В. Бруевич, ДАН, **105**, № 3 (1955). <sup>5</sup> К. К. Вотинцев, ДАН, **75**, № 1 (1950).  
<sup>6</sup> Е. Д. Зайцева, ДАН, **98**, № 6 (1954). <sup>7</sup> Е. Д. Зайцева, ДАН, **99**, № 2 (1954).  
<sup>8</sup> Н. М. Страхов, Н. Г. Бродская и др. Образование осадков в современных водоемах, Изд. АН СССР, 1954. <sup>9</sup> Л. С. Селиванов, Е. Н. Воловиковская. Зап. Болшевск. гидробиол. станции, в. 11 (1939). <sup>10</sup> О. В. Шишкина, О солевом составе иловых вод морских осадков, Автореферат диссертации, Инст. геохимии и аналитич. химии, 1955. <sup>11</sup> К. О. Emery, S. C. Rittenberg, Bull. Am. Ass. Petrol. Geol., № 36 (1952).

Член-корреспондент АН СССР И. Е. СТАРИК и Э. В. СОБOTOVИЧ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗОТОПНОГО СОСТАВА СВИНЦА В ПОРОДАХ

Определение изотопного состава свинца в породах и метеоритах имеет исключительно большое значение для решения вопроса о происхождении различных изотопов свинца, а также для определения возраста пород и Земли в целом. Ввиду отсутствия до последнего времени методов, позволяющих определить изотопный состав весьма малых количеств свинца, исследования в этом направлении ограничивались лишь изучением изотопного состава свинца из галенитов.

Сложность определения изотопного состава свинца в породах связана в основном образом с происходящими при его выделении загрязнениями исследуемого материала свинцом из реактивов, посуды и т. д. Для исключения влияния постороннего свинца некоторые авторы стремились максимально очистить реактивы от свинца, но, как показал опыт (<sup>1-3</sup>), должную очистку трудно осуществить. Поэтому при рассмотрении данных (пока единичных) по изотопному составу свинцов, выделенных из пород, прежде всего необходимо оценить применявшуюся методику.

Тилтон и др. (<sup>1</sup>) произвели тщательную очистку от обыкновенного свинца реактивов, воздуха и т. д. и значительно повысили чувствительность масс-спектрометрического определения. Вместе с тем, по их данным, загрязнение свинцом из воздуха после производившейся очистки составляет 0,1—1  $\mu\text{г}$  свинца на 10 г породы, в которой содержится около 10  $\mu\text{г}$  свинца. В отношении загрязненности свинцом реактивов данные не приводятся, хотя достаточная очистка реактивов пока никем не достигалась. В работе А. П. Виградова и С. И. Зыкова (<sup>2</sup>), к сожалению, описание метода химического выделения свинца из пород отсутствует.

Проблема установления изотопного состава свинца в породах очень важна; ее необходимо решить как можно скорее, причем для этой цели нам представляется необходимым избрать принципиально другой метод выделения свинца. Нами был выбран метод возгонки свинца с последующим осаждением его на холодный приемник.

В настоящее время возгонка металлов нашла широкое применение при решении ряда практических задач. На возможность возгонки свинца из пород имеется указание Г. И. Новикова и Н. И. Чайкиной (<sup>4</sup>). К сожалению, их работе не приводится никаких экспериментальных данных, а также совершенно не рассматривается вопрос о возможном фракционировании изотопов свинца при возгонке из природных образований, что для целей изотопного анализа является решающим фактором.

Принципиально для возгонки свинца можно использовать приборы, применяющиеся в технике для возгонки металлов с целью их очистки. Один из вариантов прибора, применяемых в нашей лаборатории, состоит из печи, способной создать нагрев до 1400°, кварцевой или какой-либо иной теплопроводящей реакционной трубы и холодильника-ловушки. Восстановление свинца происходит в токе водорода. Водород получается электролизом 10%-го раствора NaOH и подается в систему через склянку Тищенко с пирогаллолом для очистки от возможного попадания кислорода и через барботаж с концентрированной серной кислотой для обезвоживания. Система предварительно

наполняется водородом из баллона. Ловушка представляет собой либо кварцевый холодильник, охлаждаемый водой, либо платиновую мишень, прикрепляемую на латунный холодильник. При выделении свинца методом возгонки единственным реактивом является азотная кислота, которой, однако, расходуется на 1 мг выделенного свинца в тысячи раз меньше суммы реактивов, расходуемых при химическом методе.

Предварительными опытами с радиоактивным индикатором нами было установлено, что на ловушке осаждается 80—90 % подвергающегося перегонке свинца; этого для целей изотопного анализа вполне достаточно. Исследуемый материал, измельченный до размера зерен менее 0,1 мм, помещается в кварцевую или шамотовую лодочку, взвешивается и вставляется в реакционную трубку. Перед каждым опытом производилось контрольное опробование системы на содержание в ней свинца.

Прежде всего представляло интерес изучить кинетику выделения свинца из природных образований при температурах ниже температуры плавления. Было изучено выделение свинца из ряда минералов (уранинит, монацит, колумбит, виикит) в зависимости от времени нагрева и температуры. Кривые выделения свинца при определенных температурах в зависимости от времени нагрева для всех изученных минералов и для гранита будут нами в дальнейшем специально рассмотрены.

Возгонка свинца начинается в заметных количествах при температурах составляющих примерно  $\frac{2}{3}$  от температуры плавления исследуемого материала. Осажденный на ловушке свинец смывается 10 мл 0,1 раствора азотной кислоты с двумя каплями перекиси водорода при нагревании. Очистка свинца от других летучих компонентов производится электролитическим его выделением на аноде при напряжении 6 в и силе тока 60—100 ма. Нейтральный раствор азотнокислого свинца переносится в микропробирку, где осаждается в виде  $PbJ_2$  при помощи КЖ. Пробирка охлаждается до 0° для более полного выделения  $PbJ_2$ , и осадок центрифугируется. В целях понижения растворимости осадка и удобства его высушивания в качестве промывной жидкости мы применили спирт. Изотопный анализ свинца производился на масс-спектрографе МС-2М.

Для разрешения проблемы фракционирования изотопов свинца производился изотопный анализ независимых хвостовых фракций возгона из уранинита и всего выделенного свинца из уранинита, а также хвостовых фракций выделенного свинца из гранита, наряду с двумя погонками свинца из расплава этого гранита. Для расплавления гранита достаточно нагрев до 1280° в течение 4—5 час.

Из расплава возгоняется не только свинец, но и другие элементы. Так спектроскопическим анализом было установлено, что из расплава гранита вылетают Mg, Al, Si, Ca, Mn, Ti, Bi и другие элементы, но основной массой в этой смеси является свинец. Проведенными опытами было установлено, что при возгонке свинца из исследованных нами образцов фракционирование изотопов свинца не происходит.

В настоящее время аналогичные исследования производятся на большом числе различных минералов и пород с целью установления применимости метода выделения свинца из пород путем возгонки. В качестве примера определения таким методом изотопного состава свинца в породах приведем результаты, полученные для гранита рапакви из Питкяранта и для двух образцов гранитов из Терской Ала-Тау (см. табл. 1).

Гранит рапакви Питкяранта был выбран для исследования потому, что, по данным А. П. Виноградова и С. И. Зыкова<sup>(2)</sup>, этот гранит имеет аномальный изотопный состав. Образцы гранита Терской Ала-Тау были выбраны потому, что они, будучи разновозрастными, имеют резко отличное содержание урана и тория. Они исследовались для выяснения влияния радиоактивности пород на изотопный состав свинца.

Правильность полученных нами результатов для изотопного состава свинцов подтверждается следующими фактами: 1) количество выделенного



Таблица 1

## Изотопный состав свинца в породах \*

Порода, местонахождение	Колич. выделен. Pb в мг	Содержание в %		Изотопный состав Pb		
		U · 10 <sup>-4</sup>	Th · 10 <sup>-4</sup>	Pb 206/Pb 204	Pb 207/Pb 204	Pb 208/Pb 204
Гранит рапакиви, Питкяранта, КФАСР . . . . .	8,7	6,0	2,2	17,58	15,44	37,29
То же . . . . .	2,24	6,0	2,2	17,55	15,64	37,00
Гранит, Терской Ала-Тау, Кирг. ССР . . . . .	2,93	3,59	0,9	19,40	15,91	39,29
То же . . . . .	2,93	12,0	2,7	20,71	16,38	39,43

\* Изотопный анализ производился Г. В. Авдзейко и А. В. Ловцюс.

свинца в одной из проб составляло 8,7 мг и, следовательно, могущие быть причиной загрязнения, которые составляют примерно 10 мкг (1), могли внести погрешность в определение изотопного состава всего лишь около 0,1%; 2) как указывали ранее, нами выделялся свинец из двух проб одного и того же образца гранита Питкяранта в различных количествах, и при этом изотопный состав свинца был в обоих случаях одинаков.

Предлагаемый метод выделения свинца из природных образований решает вопрос об определении изотопного состава свинца в породах. Попытка выяснения природы обыкновенного свинца путем одновременного определения изотопного состава свинца из пород и свинца отторгнутых из них галенитов вряд ли может считаться правильной, так как трудно надежно установить связь галенита с той или иной породой. Для решения этих вопросов лучше всего использовать определение изотопного свинца, выделенного непосредственно из пород.

В настоящее время имеется много данных по изотопному составу галенитов, и так как изотопный состав свинца из галенитов, как впервые указал И. Е. Старик, а затем и другие авторы, различен для разных возрастов (2), то можно ожидать, что для пород сохраняется та же зависимость.

Для рассмотрения результатов определения двух образцов каледонских гранитов с Терской Ала-Тау (образцы А. Я. Крылова), имеющих различное содержание урана и тория, необходимо знать точное содержание свинца в этих породах. После того как будет закончена работа по уточнению этих данных, можно будет сделать некоторые выводы о влиянии радиоактивности пород на изотопный состав свинца. Следует отметить, что, как и следовало ожидать, изотопный состав свинца из гранитов несколько отличается от изотопного состава свинца, выделенного из галенита (среднего из 90 определений).

Метод возгонки может быть применен и для количественного определения свинца и урана из пород. Работы в этом направлении производятся.

Радиевый институт им. В. Г. Хлопина  
Академии наук СССР

Поступило  
23 VI 1956

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> G. R. Tilton, C. Patterson et al., Bull. Geol. Soc. Am., 66, № 9 (1955). <sup>2</sup> А. П. Виноградов, С. И. Зыков, ДАН, 105, № 1, 126 (1955). <sup>3</sup> И. Е. Старик, М. Сегель, Тр. Радиев. инст., 3, 200 (1937). <sup>4</sup> Г. И. Новиков, Н. И. Чайна, Информ. сборн. ВСЕГЕИ, № 2 (1955). <sup>5</sup> А. П. Виноградов, Изв. СССР, сер. геол., № 3, 3 (1954). <sup>6</sup> И. Е. Старик, Радиоактивные методы определения геологического времени, 1938. <sup>7</sup> Г. Р. Рик, Г. В. Авдзейко, ДАН, 90, № 5, (1953).



Г. А. КРИТСКИЙ и Г. Л. МЯГКАЯ

## ОБМЕН ГЛИЦИНА И СИНТЕЗ ПУРИНОВ В ПЕЧЕНИ ГОЛУБЯ

(Представлено академиком А. И. Опариным 2 VI 1956)

Проблема биосинтеза пуринов уже свыше 50 лет привлекает к себе внимание исследователей (<sup>1,2</sup>). В этой проблеме в настоящее время твердо установленными основными фактами можно считать данные изотопных исследований (<sup>3,4</sup>), которые показали, что элементарным предшественниками пуринов являются глицин, углекислота и муравьиная кислота.

Обнаружение промежуточных продуктов при биосинтезе пуринов может, очевидно, быть достигнуто путем систематического исследования продуктов биохимических превращений элементарных предшественников пуринов.

В предыдущих работах (<sup>5,6</sup>) было обнаружено 12 радиоактивных фракций, образующихся в гомогенате печени голубя из глицина-1- $C^{14}$ . Несколько радиоактивных фракций было получено от опытов с  $C^{14}$ -муравьиной кислотой и  $C^{14}O_2$ .

В настоящем исследовании представлены данные о природе и биохимических свойствах ряда этих фракций.

### Экспериментальная часть

Для исследования обмена глицина и синтеза пуринов использовалась печень голубя. В качестве меченых субстратов синтеза пуринов использовались глицин-1- $C^{14}$  и  $C^{14}$ -муравьиная кислота. Кроме меченого предшественника для активации биосинтеза пуринов в гомогенат печени добавлялись глутамин, пируват, метионин, фолевая кислота, фосфатный буфер, KCl,  $MgCl_2$ , двууглекислая сода в соотношениях, указанных ранее (<sup>5,6</sup>). Инкубация смеси 45 мин. при 38—40°. Денатурация основной части белков после инкубации производилась *n*-бутанолом при подогревании до 40—45° в течение 2 часов. Фильтраты от белковых осадков хроматографировались, и хроматограммы анализировались в ультрахемископе (<sup>7</sup>) с помощью радиоавтографии, и другими методами. Хроматография—нисходящая, бумага—Ленинградской фабрики им. Володарского («быстрая»). Длина хроматограмм 45—50 см. В качестве растворителя применялась смесь: 90%-го насыщенного водой *n*-бутанола и 80%-й муравьиной кислоты. Для определения удельной радиоактивности гипоксантина последний очищался от примеси радиоактивного аланина помощью переразгонки в водонасыщенном *n*-бутаноле с наливанием на дно камеры 3%-го аммиака.

Общий принцип идентификации радиоактивных фракций, образующихся из глицина-1- $C^{14}$  в гомогенате печени голубя, состоял в том, что первоначально исследовалась общая химическая характеристика различных фракций. Это достигалось просмотром хроматограмм в ультрахемископе, обработкой хроматограмм различными проявителями, характерными для тех или других веществ (бромфенолблея, нингидрин и др.), затем отдельные фракции подвергались гидролизу в щелочной или кислой среде. После выяснения общих химических свойств отдельных фракций они очищались

помощью повторной хроматографии и затем хроматографировались параллельно с теми или другими веществами (метчиками). При многократном совпадении величины  $R_f$  испытуемого вещества и метки они считались идентичными.

При опрыскивании хроматограмм бром-глицерином на хроматограммах выявлялись темные пятна на синем фоне. На основе этой цветной реакции нами с помощью соответствующих метчиков было установлено (рис. 1), что 7-я фракция является яблочной кислотой, 8-я — гликолевой кислотой, 10-я — янтарной кислотой и 12-я — фумаровой кислотой. Как уже было установлено (6), 12-я фракция видна в ультрамикроскопе. С помощью ультрамикроскопа нами был проверен и подтвержден вывод о том, что 12-я фракция является фумаровой кислотой.

На основе цветной реакции с нингидрином и равенства  $R_F$  было установлено, что радиоактивная фракция от опытов с глицином-1- $C^{14}$  является глутаминовой кислотой. Фракции 5, 7, 10 и 12 являются общими как для опытов с глицином, 1- $C^{14}$ , так и для опытов с  $C^{14}O_2$ .

В составе 3-й фракции кроме не вошедшего в реакцию радиоактивного глицина были обнаружены радиоактивный глутамин и серин. Поскольку фракции №№ 7, 8, 10 и 12 являются аминокислотами, то очевидно, что образование указанных фракций не является промежуточным процессом синтеза гипоксантина из глицина.

Судя по данным предыдущих исследований (5, 6), представлялось весьма вероятным, что 9-я фракция от опытов с глицином-1- $C^{14}$  и фракция от опытов с  $C^{14}$ -муравьиной кислотой являются или промежуточными продуктами при биосинтезе пуринов, или веществами, тесно связанными с биосинтезом пуринов.

В отношении фракции № 5 от опытов с муравьиной кислотой было известно (6), что она обладает синей флуоресценцией в ультрафиолете и включение в нее  $C^{14}$  из  $C^{14}$ -муравьиной кислоты резко усиливается при добавлении фолиевой кислоты, влияющей и на образование пуринов.

Фракция № 9 от опытов с глицином-1- $C^{14}$  преимущественно образуется при добавлении рибозо-5-фосфата (6), который по данным Гринберга также участвует и в биосинтезе пуринов (4), регулируя их образование. В опытах без добавления рибозо-5-фосфата фракция обычно не выявляется или выявляется очень слабо.

С целью выяснения биохимических свойств фракций №№ 9 и 5 нами были проведены опыты по изучению их превращений в гомогенате печени голубя в течение 2-часовой инкубации. В параллельном опыте в гомогенат добавлялся радиоактивный гипоксантин, полученный от опытов с глицином-1- $C^{14}$  (табл. 1).

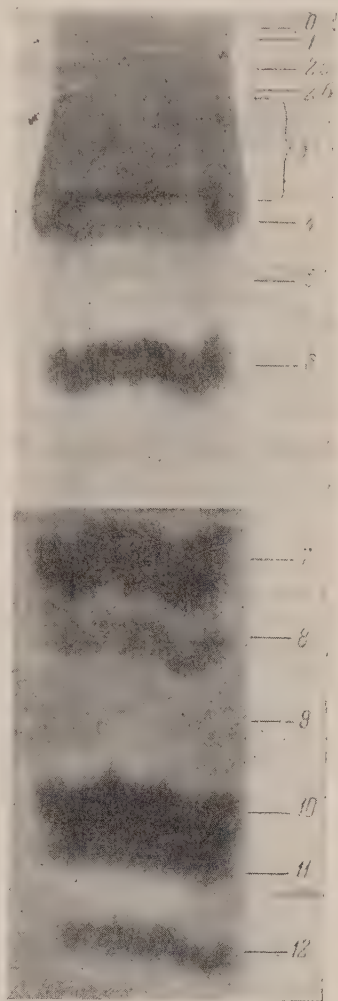


Рис. 1. Радиоактивные продукты превращения глицина-1- $C^{14}$  в гомогенате печени голубя (фотография радиоавтограммы). 0 — исходное положение для хроматографии, 1 — нуклеотидная фракция, 4 — инозин, 5 — глутаминовая кислота, 6 — гипоксантин, 7 — яблочная кислота, 8 — гликолевая кислота, 10 — янтарная кислота, 12 — фумаровая кислота. Цифры обозначают номера фракций

Данные табл. 1 указывают на то, что фракция № 5 является донатором формиаата, а фракция № 9 — донатором глициновой группировки при биосинтезе пуринового кольца. Из табл. 1 видно также, что гипоксантин может быть предшественником нуклеотидов при новообразовании после них из элементарных предшественников.

Таблица 1

Удельная радиоактивность пуринов в различных опытах по включению (в имп/мин на 1 мг без учета коэффициента эффективности)

Соединение, добавляемое в гомогенат	Уд. рад. после инкубации		
	Свободный гипоксантин	Аденин адениловой кислоты	Гипоксантин инозиновой кислоты
C <sup>14</sup> -гипоксантин	~1600	следы	следы
Фракция 9 от опыта с глицином-1-C <sup>14</sup>	34	121	347
Фракция 5 от опыта с C <sup>14</sup> -муравьиной кислотой	647	398	613

Очевидно, что при биосинтезе пуринов имеет место промежуточная реакция соединения предшественника пуринового кольца с рибозной (или рибознофосфатной) группой.

В самом деле, как видно из табл. 1, фракции №№ 9 и 5 включаются главным образом в нуклеотидную фракцию; включение же свободного гипоксантина в нуклеотидную фракцию, наоборот, весьма невелико. Поэтому сравнительно высокая радиоактивность нуклеотидов из опытов по включению фракций №№ 9 и 5 не может быть объяснена новообразованием

гипоксантина до новообразования нуклеотидов.

Таким образом, показано, что значительная часть глицина в печени голубя включается в органические кислоты: яблочную, гликолевую, янтарную и фумаровую. Показано включение C<sup>14</sup> в пурины в гомогенатах печени голубя из фракции № 5 от опыта с C<sup>14</sup>- муравьиной кислотой и из фракции № 9 от опытов с глицином-1-C<sup>14</sup>. Получены данные, указывающие на то, что процесс рибозидации предшественника пуринов является обязательной промежуточной реакцией при биосинтезе пуринов.

Институт биохимии им. А. Н. Баха  
Академии наук СССР

Поступило  
I VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. Ф. Гулы й, Укр. биохим. журн., **23**, 485 (1951). <sup>2</sup> Ж. Г. Шмерлин, Усп. совр. биол., **38**, в. 1, (4), 18 (1954). <sup>3</sup> J. M. Buchanan, B. Levenberg, al., A Symposium on aminoacid Metabolism, Baltimore, 1955, стр. 743. <sup>4</sup> D. A. Goldstein, R. A. Peabody, G. R. Greenberg, A symposium on aminoacid metabolism, Baltimore, 1955, стр. 765. <sup>5</sup> Г. А. Критский, Биохимия, **20**, № 2, 158 (1954). <sup>6</sup> Г. А. Критский, В. А. Стручков, Биохимия, **21**, № 3 (1956). <sup>7</sup> Е. М. Бруберг, ДАН, **72**, № 5, 885 (1950).



Действительный член АМН СССР В. Н. ОРЕХОВИЧ и В. О. ШПИКИТЕР

# МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ВЕСА ПЕПСИНОГЕНА И ПЕПСИНА\*

Изучение физико-химических свойств компонентов, составляющих систему профермент — фермент, имеет существенное значение для выяснения механизма образования ферментов из их неактивных предшественников. К сожалению, в ряде случаев мы сталкиваемся с отсутствием подробных, точной и однозначных физико-химических характеристик для таких систем. Это касается в первую очередь системы пепсиноген — пепсин. Величина молекулярного веса пепсина, например, согласно данным Упсальской лаборатории составляет 35 500—39 000 (<sup>1,2</sup>), а по данным других авторов — 32 500 (<sup>3</sup>). Наряду с данными о гомогенности пепсина нам приходилось встречать указания о его неоднородности. Все это и побудило нас предпринять изучение пепсиногена и пепсина, и в первую очередь их молекулярных весов, степени асимметрии и гомогенности.

В работе использовались перекристаллизованные препараты\*\* пепсиногена, полученного по методу Херриота (<sup>5</sup>), и пепсина, выделенного спиртным способом Нортропа (<sup>5,6</sup>). В качестве растворителя во всех случаях употреблялся фосфатный буферный раствор, состоящий из смеси 0,18 М  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  + 0,002 М  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$  + 0,1 М  $\text{NaCl}$  с pH 5,9. Такие условия по литературным данным (<sup>4</sup>) наиболее благоприятны для сравнительного изучения пепсиногена и пепсина, так как в зоне pH 5,9 оба белка существуют в нативном состоянии (при более щелочном pH может иметь место денатурация пепсина, а при более кислом — активация пепсиногена). Седиментация изучалась в ультрацентрифуге системы Эдберга (<sup>2</sup>) при скорости вращения ротора 61 000 об/мин. и температуре 15—21,0°. Контроль за седиментацией осуществлялся методом совмещенных шкал (<sup>7</sup>). Коэффициенты седиментации  $s^*$  рассчитывались графическим способом по формуле:

$$s^* = \ln(x_2/x_1) / \omega^2(t_2 - t_1),$$

где  $x_1, x_2$  — расстояния от середины границы оседания до оси вращения во время  $t_1, t_2$ ;  $\omega$  — угловая скорость. Коэффициенты седиментации приводились к стандартным условиям ( $\text{H}_2\text{O}$  при 20°) и экстраполировались к бесконечному разбавлению (см. рис. 1). Таким образом получены константы седиментации пепсиногена  $s = 3,60 \cdot 10^{-13}$  сек. и пепсина  $s = 3,25 \cdot 10^{-13}$  сек. В литературе имеются два значения для константы седиментации пепсина:  $s = 3,1 \cdot 10^{-13}$  сек. (<sup>8</sup>) и, повидимому, более достоверное  $3,3 \cdot 10^{-13}$  сек. (<sup>1</sup>).

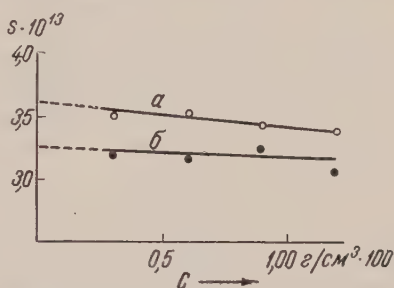


Рис. 1. Зависимость коэффициента седиментации от концентрации пепсиногена (а) и пепсина (б)

\* В работе принимала участие В. И. Петрова.

\*\* Препараты пепсиногена и пепсина были любезно предоставлены нам Л. А. Локной.



**Д и ф ф у з и я.** Измерения констант диффузии проводились в ячейках Ламма (7). Температура в термостате (20,5°) поддерживалась с точностью  $\pm 0,003^\circ$ . Длительность опытов составляла 24—30 часов, снимки делались через каждые 4—5 часов. Диффузия пепсиногена и пепсина проводилась в одно и то же время в двух разных ячейках. Коэффициенты диффузии рассчитывались по методу моментов из графика зависимости  $\sigma^2$

Таблица 1

Константы диффузии пепсиногена и пепсина ( $D_m$  вычислено методом моментов,  $D_A$  — по максимальной ординате и площади)

Концентрация в г/100 мл	Пепсиноген		Пепсин	
	$D_m \cdot 10^7$	$D_A \cdot 10^7$	$D_m \cdot 10^7$	$D_A \cdot 10^7$
1,2	7,77	7,36	9,40	9,31
0,9	7,55	7,31	8,53	8,53
0,75	8,04	7,66	9,25	9,28
0,60	7,57	7,51	8,61	8,48
0,45	7,50	7,55	8,41	8,58
0,30	7,30	7,38	8,06	7,98
	7,62	7,46	8,71	8,69
Среднее	$7,54 \cdot 10^{-7}$ см <sup>2</sup> /сек.		$8,70 \cdot 10^{-7}$ см <sup>2</sup> /сек.	

исследовании пепсина в ацетатном буферном растворе при pH 5,4 (9). Приводимое Нортропом (10) значение  $D$  пепсина, равное  $5,44 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup>/сек, по видимому, является заниженным.

**Степень гомогенности.** Полученные при изучении седиментации пепсиногена и пепсина экспериментальные данные позволили оценить степень гомогенности этих белков. Для этой цели мы воспользовались приемом Дьё и От (11), основанным на общем методе изучения полидисперсности по расширению седиментационных кривых (12, 13). Согласно этому способу при откладывании  $\lg B = \lg(A/H)$  против  $\lg t$  ( $A$  — площадь,  $B$  — максимальная ордината седиментационной кривой  $dn/dx = f(x)$ ,  $t$  — время) в случае гомогенного вещества получается прямая с наклоном 1/2 (т. е. расширение границы идет только за счет диффузии). Результаты подобной обработки наших данных, представленные на рис. 2, дают прямую с наклоном 0,42, что свидетельствует о гомогенности по молекулярному весу и форме частиц пепсиногена и пепсина.

В пользу заключения о гомогенности исследуемых белков говорит и близость к единице отношений  $D_m/D_A$  (см. табл. 1).

**Удельные объемы**  $V$  пепсиногена и пепсина были измерены пикнометрически (объем пикнометра 10 см<sup>3</sup> при 20°) для нескольких концентраций белков: 0,9—1,0%.  $V$  было вычислено по формуле:

$$V = v[1/m_0 - 100/p(1/m_0 - 1/m)],$$

где  $v$  — объем пикнометра,  $m_0$  — вес растворителя,  $m$  — вес раствора,  $p/100 = gv/m$  — весовая доля растворенного вещества ( $g$  — концентрация в г/см<sup>3</sup>). В результате для наших препаратов пепсиногена получено  $V = 0,726$  и для пепсина  $V = 0,725$  см<sup>3</sup>/г. Следует заметить, что полученные на-

(дисперсия) от времени  $t$  и методом максимальной ординаты ( $H$ ) и площади ( $A$ ) из графиков зависимости  $(A/H)^2$  от  $t$ . Следует отметить, что экспериментальные точки хорошо ложились на прямую линию, во всяком случае в течение 24 часов от начала опыта, что свидетельствует о нормальном течении диффузии. Рассчитанные коэффициенты диффузии приводились к стандартным условиям (H<sub>2</sub>O при 20°). Как видно из табл. 1, константа диффузии пепсиногена оказалась равной  $D = 7,54 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup>/сек, а пепсина  $D = 8,70 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup>/сек. Последняя величина довольно близка к значению  $D = 8,91 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup>/сек, полученному при

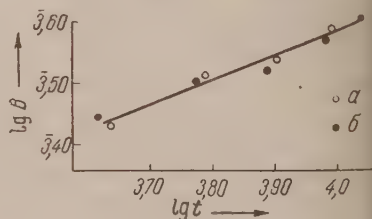


Рис. 2. Зависимость  $\lg B$  от  $\lg t$  для 0,9% растворов пепсиногена (a) и пепсина (б)

величины оказались меньшими, чем обычно принимаемая для пепсина величина  $V = 0,755$  <sup>(14)</sup>, являющаяся средней величиной удельного объема белковых веществ.

Молекулярный вес рассчитывался по известной формуле Сведберга  $M = sRT/D(1 - V\rho)$ . Для пепсиногена вычислено  $M = 42\,240$ , для пепсина  $M = 32\,930$ . Для сравнения приведем значения молекулярных весов из известных нам литературных данных. Для пепсина методом диффузионного равновесия было получено  $M = 35\,500$  <sup>(1)</sup> и  $M = 39\,000$  <sup>(2)</sup>, измерению осмотического давления  $38\,000$  <sup>(5)</sup>, по светорассеянию —  $M = 34\,800$  <sup>(3)</sup>. Наблюдающиеся расхождения обусловлены, по всей вероятности, разными условиями постановки опытов, а могут быть и обратимой агрегацией частиц в растворе <sup>(3)</sup>. Что касается молекулярного веса пепсиногена, то кроме величины  $42\,000$  по осмотическому давлению <sup>(5)</sup> и недавнего указания Херриотта на величину  $M = 42\,500$ , полученную методом светорассеяния <sup>(15)</sup>, других данных не имеется.

Располагая данными о значениях  $s$ ,  $D$  и  $V$  для пепсиногена и пепсина, смогли рассчитать отношение коэффициентов трения  $f/f_0$ , исходя из уравнения:

$$f/f_0 = 10^{-8} [(1 - V\rho) / D^2 s V]^{1/2}.$$

Если  $f/f_0$ , можно было, допустив наличие гидродинамической эквивалентности исследованных нами белковых молекул какой-либо геометрической фигуры, рассчитать степень асимметрии, т. е. отношение осей фигуры. Принимая в качестве такой фигуры вытянутый эллипсоид,

Таблица 2

	$s \cdot 10^{13}$	$D \cdot 10^7$	$V$	$M \cdot 10^{-3}$	$f/f_0$	$b/a$
Пепсиноген	3,60	7,54	0,726	42,2	1,23	4,7
Пепсин	3,25	8,70	0,725	32,9	1,16	3,6

вычислили отношения осей  $b/a$  (см. табл. 2), сравнивая полученные значения с физико-химическими характеристиками пепсиногена и пепсина. Естественно, вычисляемые таким образом величины степени асимметрии являются несколько условными, но все же они дают некоторое представление о форме молекулы. Повышенная степень асимметрии пепсиногена, по сравнению с пепсином, позволяет считать, что в процессе активации, т. е. превращения пепсиногена в пепсин, происходит отщепление части молекулы; при этом молекулярный вес отщепленного осколка может достигать величины  $M = 9 \cdot 10^3$ .

Поступило  
9 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> J. Philpot, J.-B. Eriksson-Quensel, Nature, **132**, 3346-932 (1933).
- <sup>2</sup> H. Svedberg, K. Pedersen, The Ultracentrifuge, Oxford, 1940.
- <sup>3</sup> M. Kronen, M. Stern, J. Phys. Chem., **59**, 9, 969 (1955).
- <sup>4</sup> R. Herriott, J. Gen. Physiol., **4**, 501 (1938).
- <sup>5</sup> Д. Нортроп, М. Кунитц, Р. Херриотт, Кристаллические белки, М., 1950.
- <sup>6</sup> Г. А. Левдикова, Вопр. мед. химии, **2**, 1, 53 (1956).
- <sup>7</sup> O. Lamm, Acta Reg. Soc. Sci. Upsal., **4**, 10, № 6 (1937).
- <sup>8</sup> J. Steinhart, J. Biol. Chem., **123**, 2, 543 (1938).
- <sup>9</sup> A. Polson, Koll. Zs., **87**, 2, 149 (1939).
- <sup>10</sup> J. Northrop, Gen. Physiol., **13**, 6, 739 (1930).
- <sup>11</sup> H. Dieu, J. Oth, Bull. Soc. Chim. Belg., **63**, 0, 424 (1954).
- <sup>12</sup> J. Williams, R. Baldwin, W. Saunders, P. Squire, J. Chem. Soc., **74**, 6, 1542 (1952).
- <sup>13</sup> С. Е. Бреслер, С. Я. Френкель, ЖТФ, **9**, 1504 (1953).
- <sup>14</sup> A. Polson, Koll. Zs., **88**, 1, 51 (1939).
- <sup>15</sup> R. Herriott, в книге W. McElroy, B. Glass, Mechanism of Enzyme Action, Baltimore, 1954.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Н. Ф. РАЗИНА, М. Т. КОЗЛОВСКИЙ и В. В. СТЕНДЕР

**О РАЗРУШЕНИИ СВИНЦОВЫХ АНОДОВ ПРИ ЭЛЕКТРОЛИЗЕ  
СЕРНОКИСЛЫХ РАСТВОРОВ**

(Представлено академиком С. И. Вольфовичем 22 VI 1956)

Разрушение свинцовых электродов при анодной поляризации в сернокислых растворах можно на основании исследований (1-7) представить себе следующим образом: первоначально на свинце образуется слой малорастворимого, неэлектропроводного сульфата свинца, который далее окисляется до двуокиси вследствие повышения плотности тока в порах сульфата. Двуокись свинца почти нерастворима в растворе серной кислоты и имеет хорошую электропроводность электронного характера (8); в силу этого на ее поверхности становится возможным основной процесс на нерастворимом аноде — разряд и выделение кислорода. В порах защитной пленки двуокиси свинца растворяется металлический свинец, а сама двуокись свинца, нарастая при электролизе, постепенно осыпается с анода. Эти процессы ведут к разрушению свинцового анода.

Многочисленные работы ставили себе целью повышение стойкости свинцовых анодов путем введения в состав анода различных легирующих добавок (5, 7, 9-14). Было найдено, что при введении в свинец 1% серебра разрушение анода уменьшается в несколько раз. Стойкость анода повышается также при введении в сплав таллия. Четверные сплавы, содержащие серебро, олово или сурьму и кобальт, являются еще более стойкими, чем свинцово-серебряный сплав (14). Для объяснения причин повышения стойкости свинца при наличии в составе анода легирующих добавок Кирияков и Стендер (7) предложили следующее объяснение: легирующая добавка, обладающая большой электропроводностью или меньшим перенапряжением для выделения кислорода, берет на себя значительную долю тока, таким образом, уменьшается часть тока, проходящего через свинец, и, следовательно, он меньше окисляется.

Присутствующие в электролите примеси также влияют на стойкость анодов. Так например, ион  $\text{Co}^{++(2,10,15,16)}$  уменьшает разрушение анодов, а ионы  $\text{Cl}'(7)$ ,  $\text{CH}_3\text{COO}'(3)$ , дающие с свинцом растворимые комплексные соли, увеличивают разрушение; ион  $\text{NO}_3'$ , несмотря на хорошую растворимость  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ , в малых количествах не влияет (3).

Кроме окисления свинца на аноде происходит выделение кислорода, идущее через ряд промежуточных стадий, образование  $\text{O}_3$ ,  $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_8$  и, возможно,  $\text{H}_2\text{O}_2$ . По мнению некоторых авторов (15), повышение устойчивости свинца в присутствии ионов кобальта объясняется тем, что кобальт препятствует образованию персульфата свинца, который в результате гидролиза дает двуокись свинца. Б. Н. Кабанов (2) считает, что причиной разрушения свинцового анода являются окисление свинца под слоем защитной пленки атомарным кислородом, являющимся промежуточным продуктом при выделении кислорода.

Наши опыты показали, что анодной поляризации свинца в 2N  $\text{H}_2\text{SO}_4$  при плотности тока 500 а/м<sup>2</sup> на нем образуется в темноте на 20—40% окислов больше, чем на рассеянном дневном свете, что указывает на участие



процессах коррозии фотохимически активных, возможно перекисных, соединений.

Наши опыты по взаимодействию перекисных соединений  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$  в окислительной среде с материалом анода — свинцом и продуктами его окисления —  $\text{PbSO}_4$  и  $\text{PbO}_2$  в отсутствие тока показали, что  $\text{H}_2\text{O}_2$  энергично реагирует как со свинцом, окисляя его до  $\text{PbSO}_4$ , так и с  $\text{PbO}_2$ , восстанавливая также до  $\text{PbSO}_4$ . Персульфат же практически не взаимодействовал ни со свинцом, ни с  $\text{PbSO}_4$ , ни с  $\text{PbO}_2$ . При введении  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$  и  $\text{H}_2\text{O}_2$  в состав электролита ( $2\text{н H}_2\text{SO}_4$ ) при анодной поляризации свинца (плотность тока  $500 \text{ а/м}^2$ ) персульфат увеличивал разрушение свинца в 6,5 раза, а перекись водорода не оказывала влияния на разрушение свинцового анода. Более были сделаны опыты по непосредственному определению продуктов электролиза, образующихся на свинцовом аноде.

При анодной поляризации свинца в  $2\text{н H}_2\text{SO}_4$  при плотности тока  $500 \text{ а/м}^2$  распределение тока на различные электродные процессы приведено в табл. 1 (перекись водорода в растворе обнаружена не была).

Влияние плотности тока и добавок к электролиту  $2\text{н H}_2\text{SO}_4$  на количество электродных продуктов приведено в табл. 2 в виде средних данных для ряда определений. Другие добавки ( $\text{Cu}^{++}$ ,  $\text{CrO}_4^{--}$ ,  $\text{MnO}_4^{--}$ , фенол, тиомочевина,  $\text{NO}_3^-$ ,  $\text{HCOOH}$ ,  $(\text{COOH})_2$ ) в пределах ошибок опыта не изменяли соотношения между электродными продуктами.

Состояние поверхности оказывает большое влияние на электродные процессы (17). Изучение изменения поверхности свинцовых электродов различными методами (измерением емкости двойного слоя переменным и поперечным током, а также по кривым катодной поляризации) показало, что поверхность свинцового анода разрыхляется в ходе электролиза.

Влияние добавок на поверхность и стойкость свинцовых анодов показано в табл. 3. Электролит  $2\text{н H}_2\text{SO}_4$ ; плотность тока  $500 \text{ а/м}^2$ .

Опыты с электродами из  $\text{PbO}_2$ , полученными разработанным нами методом анодного осаждения на полихлорвиниловой ткани, показали, что они имеют очень высокую устойчивость против коррозии, в 20 раз превышающую устойчивость наиболее стойкого свинцово-серебряного анода. Это указывает на то, что в процессах разрушения свинцового анода большую роль играет поведение металлического свинца под слоем защитной пленки. Поверхность электрода из  $\text{PbO}_2$  также разрыхляется в ходе электролиза в  $2\text{н H}_2\text{SO}_4$ , причем разрушение усиливается при наличии в электролите ионов хлора. Разрыхления поверхности не происходит, если в анолите присутствует ион кобальта, при этом снижается также потенциал анода.

Разрыхление поверхности при электролизе, по нашему мнению, происходит вследствие того, что при выделении кислорода на аноде (а также при разложении надсерной кислоты) образуется ряд промежуточных, весьма стойких продуктов, очевидно, свободных радикалов  $\cdot\text{OH}$ ,  $\cdot\text{O}\cdot$ ,  $\cdot\text{HSO}_4\cdot$ ,  $\cdot\text{SO}_4\cdot$ . Взаимодействие этих продуктов между собой с образованием конечных продуктов электролиза происходит на поверхности двуокиси свинца, ко-

Таблица 1

Продукт электролиза	Колич. электричества, расходуемое на образ. продукта, в %
$\text{PbO}_2$	0,67
$\text{Pb}^{++}$	0,004
$\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_8$	0,06
$\text{O}_3$	0,04
$\text{O}_2$	остальное

Таблица 2

Плотность тока, $\text{а/м}^2$	Добавка 0,001 мол/л	Количество продуктов электролиза на 1 а-час, в %			
		$\text{PbO}_2$	$\text{Pb}^{++}$	$\text{O}_3$	$\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_8$
200	—	60	113	50	42
500	—	100	100	100	100
500	—	153	80	167	526
500	$\text{Co}^{++}$	3	57	6	не опр.
500	$\text{Fe}^{+++}$	27	30	40	не опр.
500	$\text{Cl}^-$	130	71	не опр.	35
500	$\text{CH}_3\text{COO}^-$	140	36	250	35



торая, таким образом, является катализатором их взаимодействия и сама при этом разрыхляется. (Разрыхление поверхности катализаторов при длительной работе наблюдалось многими авторами и получило название «каталитической коррозии» (18).) В результате разрыхления защитной пленки двуокиси свинца облегчается растворение металлического свинца, лежащего под слоем окисной пленки. Этому растворению способствует образование при электролизе надсерной кислоты, которая дает со свинцом хорошо растворимую соль. Уменьшение количества надсерной кислоты в присутствии ионов  $\text{Cl}'$  и  $\text{CH}_3\text{COO}'$  объясняется облегчением ее взаимодействия со свинцом при разрыхлении защитной пленки.

Таблица 3

Электрод	Добавка, 0,002 мол/л	Разрушение при электролизе, в %	Поверхность, в %
Чистый свинец	—	100	100
То же	$\text{Co}^{++}$	4	16
„ „	$\text{Fe}^{+++}$	27	63
„ „	$\text{Cl}'$	133	115
Сплав с 1% Ag	—	36	72

Ионы  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{Co}^{++}$ ,  $\text{Fe}^{+++}$ , являясь катализаторами рекомбинации свободных радикалов (19, 20), уменьшают концентрацию последних на поверхности анода, о чем свидетельствует уменьшение количества озона, являющегося индикатором на атомарный кислород, при добавке ионов  $\text{Co}^{++}$  и  $\text{Fe}^{+++}$ . Разрыхление поверхности при этом уменьшается, а устойчивость против разрушения увеличивается. Ион меди, являющийся более слабым катализатором, чем ион железа (18), не влияет на разрушение анодов.

Увеличение разрушения свинца в присутствии  $\text{CH}_3\text{COO}'$  сопровождается увеличением содержания озона в анодном газе, что свидетельствует о повышении концентрации свободных радикалов на аноде, а это вызывает усиленное разрыхление защитной пленки.

Мы считаем, что разрушение свинцового анода при электролизе является следствием каталитической коррозии двуокиси свинца. Для сплавов свинца большое значение имеют также неоднородности структуры поверхности.

Днепропетровский  
химико-технологический институт  
им. Ф. Э. Дзержинского

Поступило  
21 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Ф. Долецалек, Теория свинцового аккумулятора, 1934. <sup>2</sup> Б. Н. Кабанов, Тр. совещ. по электрохим., Изд. АН СССР, 1953, стр. 138, 539. <sup>3</sup> Е. В. Криволапова, Б. Н. Кабанов, ЖПХ, 14, 335 (1941). <sup>4</sup> J. J. Lander, J. Electrochem. Soc., 98, 213, 220 (1951). <sup>5</sup> C. Fink, H. Eldridge, Trans. Electrochem. Soc., 40, 51 (1921). <sup>6</sup> P. Delahay, M. Pourboix, P. van Rysselberge, Trans. Electrochem. Soc., 98, 57 (1951). <sup>7</sup> Г. З. Кирьяков, В. В. Стендер, ЖПХ, 25, 23, 31 (1952). <sup>8</sup> U. B. Thomas, Trans. Electrochem. Soc., 94, 42 (1948). <sup>9</sup> J. L. Bray, F. R. Morral, Trans. Electrochem. Soc., 80, 55 (1952). <sup>10</sup> А. Е. Коениг, J. U. McEvans, E. C. Larsen, Trans. Electrochem. Soc., 79, 33 (1941). <sup>11</sup> В. Г. Агеенков, С. Л. Сосунов, Цветн. мет., № 5 (1934). <sup>12</sup> В. П. Машовец, А. З. Ляндрес, ЖПХ, 21, 347, 441 (1948). <sup>13</sup> U. Tainton, W. Taylor, A. Ehrlinger, Techn. Publ. Bur. Mines USA, № 221 (1919). <sup>14</sup> Г. З. Кирьяков, В. В. Стендер, ЖПХ, 24, 1263 (1951). <sup>15</sup> M. Rey, H. Herbiet, P. Coheur, Trans. Electrochem. Soc., 73, 401 (1938). <sup>16</sup> Е. И. Антропов с сотр., Тр. совещ. по электрохим., Изд. АН СССР, М., 1953, стр. 549. <sup>17</sup> А. Г. Печерская, В. В. Стендер, ДАН, 75, 831 (1950). <sup>18</sup> С. Г. Рогинский, ДАН, 91, 881 (1953). <sup>19</sup> Н. Н. Семенов, О некоторых проблемах химической кинетики и реакционной способности. Изд. АН СССР, 1954. <sup>20</sup> У. Уотерс, Химия свободных радикалов, М., 1948.

Р. А. БИДЖИЕВ

## НОВЫЕ ДАННЫЕ О ТЕКТЕНИЧЕСКОМ СТРОЕНИИ ПРИВЕРХОЯНСКОГО КРАЕВОГО ПРОГИБА

(Представлено академиком Н. С. Шатским 4 VII 1956)

Основные представления о тектоническом строении Сибирской платформы и сопряженных с ней отдельных областей изложены в известных работах Н. С. Шатского<sup>(5,6)</sup>. Все последующие исследования в известной мере дополняют и развивают выработанные им основные положения.

Недавно Ю. М. Пущаровским опубликована схема тектоники прогиба прилежащих областей, основное содержание которой отвечает современным представлениям о геологии этого района<sup>(1-3)</sup>.

Автору при участии Г. К. Земсковой, Н. Я. Широковой, И. И. Невяжского и В. М. Гаращука на основе полевых исследований в Центральной Якутии, а также всестороннего анализа имеющегося в настоящее время геологического материала представляется возможным внести в схему Пущаровского некоторые дополнения, особенно касающиеся тектонического строения Приверхомянского краевого прогиба в приалданской его части.

Здесь по поверхностному распространению третичных отложений, образующих единый генетический комплекс с подстилающими верхнемеловыми отложениями, среди поля развития нижнего мела и верхней юры выделяется большая отрицательная тектоническая структура — Н и ж е а л д а н с к а я в п а д и н а.

Во всех предшествующих работах в связи со слабой изученностью не назывались границы распространения верхнемеловых и третичных отложений в низовьях р. Алдана. В большинстве этих работ основное внимание уделялось описанию третичных отложений Мамонтовой горы. Исключение представляет геологическая карта северо-востока СССР под редакцией В. А. Цареградского, где, однако, неправильно показаны неразделенные верхнемеловые и третичные отложения, и схема распространения третичных отложений (неогена) в низовьях р. Алдана в работе В. А. Обрува<sup>(4)</sup>, на которой они выглядят более убедительно.

Границы распространения третичных отложений в Центральной Якутии были окончательно установлены лишь в последние годы благодаря площадным исследованиям Всесоюзного аэрогеологического треста и Якутского геологического управления (рис. 1).

Распространение третичных отложений, как видно на схеме, ограничено В. М. Гаращуком и И. И. Невяжским в 1955 г. установлено, что они отсутствуют там, где наличие их раньше не исключалось: на левобережье р. Индиги, в низовьях рр. Линды, Кобычи, Юндюлюнга и ниже по р. Лене, за исключением района Хараулаха. Третичные отложения Центральной Якутии развиты лишь в нижнем течении р. Алдана и частично на левобережье Лены, охватывая таким образом обширную область Предверхомянской предгорной равнины.

Западная граница распространения третичных отложений проходит по левобережью р. Сиитте (левый приток р. Лены); южная — приблизительно от п. Б. Марха (севернее г. Якутска) до с. Чурапча; юго-восточная гра-

ница идет почти по долине р. Татты, севернее отходя от нее и переходя через долину р. Алдана. Трудно выявляется северная граница, скрытая под мощными ледниковыми и озерно-аллювиальными образованиями четвертичного возраста. Она проведена по отдельным выходам третичных пород, обнаруженных по рр. Тумаре, Келе, Тукулану, Западной и Восточной Градыгам и др.

Нижнеалданская впадина выполнена аллювиальными, а частью, возможно, пролювиальными образованиями верхнемелового и третичного воз-

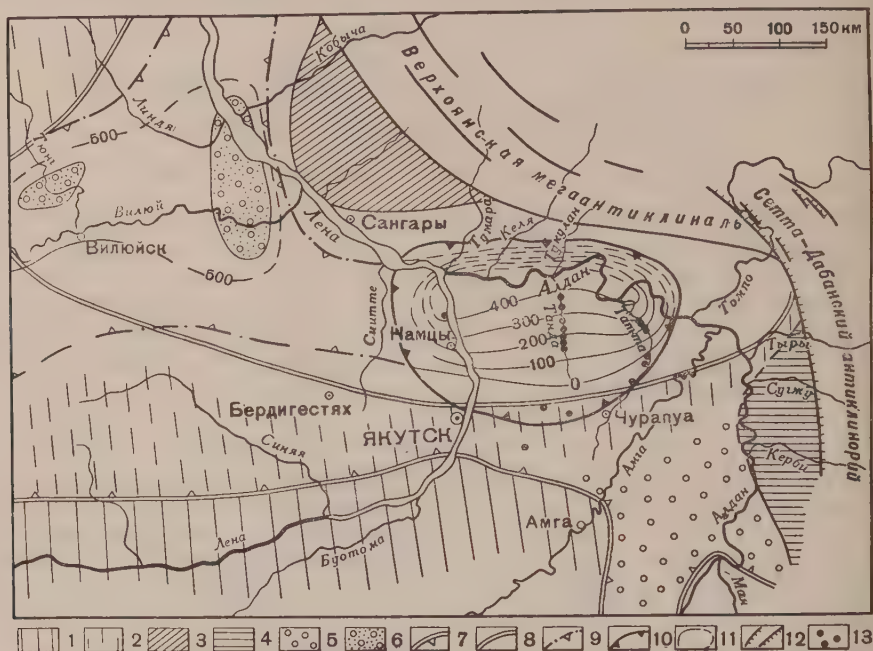


Рис. 1. Тектоническая схема юго-востока Вилуйской синеклизы и прилегающей части Приверхоанского краевого прогиба. 1 — Северный склон Алданского щита, 2 — южный и северо-западный борты Вилуйской синеклизы, 3 — Китчанский поперечный выступ, 4 — Кыллахское поднятие, 5 — Амгино-Алданский юрский прогиб, 6 — Вилуйско-линденская и Тюнгская мульды, 7 — граница северного склона Алданского щита и южного борта Вилуйской синеклизы, 8 — граница Приверхоанского краевого прогиба, 9 — граница наиболее прогнутой части Вилуйской синеклизы и Приверхоанского краевого прогиба по распространению верхнего мела, 10 — нижнеалданская предгорная впадина, 11 — стратозогипсы по подошве верхнего мела, 12 — разломы, 13 — скважины

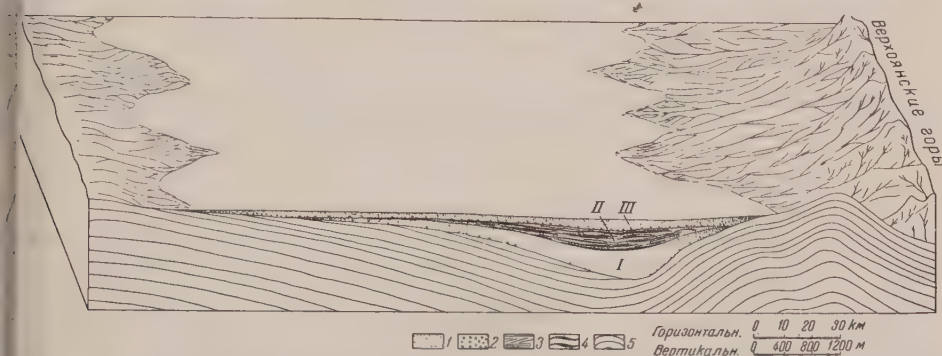
растов (фиг. 2). Литологически они подразделяются на три толщи: нижнюю песчаную, среднюю песчано-глинисто-лигнитовую и верхнюю песчаную. Все эти три толщи состоят преимущественно из продуктов разрушения пород, слагающих Верхоянские горы. Нижняя толща по возрасту относится к верхнему мелу, средняя — вернее всего к олигоцену и верхняя — к неогену. Каждая из них лежит стратиграфически несогласно на подстилающих отложениях. Средняя и верхняя толщи перекрывают соответственно различные стратиграфические горизонты. Особо отчетливо перерывы наблюдаются на границе, нижней и средней толщ с отложениями нижнего мела (Танда, Татта, Кангалассы) и верхней толщи со всем подстилающим мезо-кайнозойским комплексом. Наибольшим площадным распространением пользуются отложения верхней неогеновой толщи, наименьшим, видимо, средняя олигоценовая толща.

Мощности третичных и подстилающих верхнемеловых отложений различны на различных участках. В районе Кангаласского мыса (р. Лена) мощность третичных отложений меняется от долей метра до 75—80 м; у



23. Ытык-Кель (севернее п. Чурапча) и на междуречье рр. Лены и Татты — долей метра до десятков метров; севернее п. Намцы мощность третичных и верхнемеловых отложений вместе — 620—640 м, в низовьях Татты и Танды — свыше 400 м, на правобережье р. Алдана мощность свыше 500 м.

Выявленная впадина имеет ясно выраженное асимметричное строение: северный, северо-западный и северо-восточный борты ее, т. е. борты, об-



ис. 2. Палеогеографическая блок-диаграмма Нижнеалданской впадины конца третичного периода, I — нижняя песчаная толща (Cт<sub>2</sub>), II — средняя песчано-глинисто-лигнитовая толща (Pg<sub>3</sub>), III — верхняя песчаная толща (N). 1 — Песок, 2 — галечник, 3 — глина, 4 — линзы и пласты лигнита, 5 — угленосные отложения нижнего мела и верхней юры

наклоненные к Верхоянской горной области, относительно крутые (около 15—25°), приплатформенные, т. е. преимущественно южные — пологие (около 5—10°). Наибольшая амплитуда прогибания приурочена к современной долине р. Алдана.

Таким образом, верхнемеловой и третичный периоды в Центральной Якутии были временем проявления достаточно активных тектонических колебаний, особо ярко проявившихся в юго-восточной части Приверхоянского краевого прогиба. Сформировавшаяся здесь впадина с амплитудой погружения более 500 м имеет вид типичной предгорной впадины, наложенной на основную структуру — Приверхоянский краевой прогиб. Нижнеалданская впадина продолжает свое развитие и в четвертичное время, на что указывает увеличение мощностей четвертичных отложений с севера на юг и ряд других факторов.

Описанная тектоническая структура должна найти в последующем свое отражение в геологических и тектонических картах и схемах Сибирской платформы и обрамляющих ее складчатых областей.

Всесоюзный аэрогеологический трест  
Министерства геологии и охраны недр СССР

Поступило  
8 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. А. Вахрамеев, Ю. М. Пущаровский, ДАН, 84, № 2 (1952). <sup>2</sup> В. А. Вахрамеев, Ю. М. Пущаровский, Вопросы геологии Азии, 1, Изд. АН СССР, 1954. <sup>3</sup> Ю. М. Пущаровский, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1955). <sup>4</sup> В. А. Обручев, Геология Сибири, 3, Изд. АН СССР, 1938. <sup>5</sup> Н. С. Шатский, Бюлл. МОИП, отд. геол., 10 (3—4) (1932). <sup>6</sup> Н. С. Шатский, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1947).



В. С. ВАСИЛЬЕВ, М. Ф. КОЛБИН и В. Н. КРАСНОВА

## ЦЕОЛИТЫ В МЕЗОЗОЙСКИХ И КАЙНОЗОЙСКИХ ОТЛОЖЕНИЯХ ПЕНЗЕНСКОЙ ОБЛАСТИ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 11 VII 1956)

Цеолиты, как аутигенные образования в осадочных отложениях, впервые были установлены в почвах К. Д. Глиной<sup>(6)</sup>. Позже на их находки в фосфоритах Унжинского, Кинешемского и Сызранского районов обратил внимание Г. И. Бушинский<sup>(2)</sup>. Широкое распространение цеолитов из группы морденита в датских и палеогеновых отложениях восточного склона Урала было установлено Н. В. Ренгартен<sup>(7)</sup>. Она же указала<sup>(8)</sup> на синтез ломонтита в нижнеюрских отложениях Северного Кавказа.

На широкое распространение морденита в мезозое и палеогене Поволжья, центральных областей СССР и запада Украины указал Г. И. Бушинский<sup>(3)</sup>. В последнее время о распространении морденита во многих породах юрского, мелового и палеогенового возраста Поволжья и Западного Казахстана сообщил В. С. Васильев<sup>(4)</sup>.

Нашими исследованиями установлено, что область распространения цеолитов в отложениях мезозоя и кайнозоя может быть расширена и к западу от последнего района. Они встречены на Журавлинской, Чаадаевской и Кряжимской площадях Пензенской области при обработке материалов бурения треста «Пензанефтегазоразведка».

Сводный разрез этих отложений представляется следующим образом (снизу вверх):

- |                  |  |
|------------------|--|
| $J_3^{oxf}$      | Мергели светло-серые плотные с прослоями элевролитов. Вскрытая мощность 30 м.  |
| $J_3^{oxf} - km$ | Известняки пелитоморфные серые плотные. Мощность 3—4 м.  |
| $Cr_1^{gt-br}$   | Глины серые плотные алевроитистые с прослоями алевролитов. Мощность от 10 до 20 м.   |
| $Cr_1^{br}$      | Переслаивание темно-серых глин и серых кварцево-глауконитовых алевролитов. Мощность 65—75 м.   |
| $Cr_1^{apt}$     | Алевролиты серые кварцево-глауконитовые и глины темно-серые с прослоями известняка. Мощность 52—69 м.  |
| $Cr_1^{alb}$     | Песчаники темно-серые кварцево-глауконитовые средне-зернистые глинистые.   |
| $Cr_1^{alb}$     | Переслаивание серых и темно-серых глин с прослоями серых зеленовато-серых и темно-серых алевролитов. Общая мощность альбских отложений 48—100 м. |
| $Cr_2^{cmp}$     | Мел или мергели белые и светло-серые плотные с тонкими прослоями глин. Мощность до 48 м.   |
| $Cr_2^{mst}$     | Мел и мергели белые и светло-серые плотные. Мощность 51—115 м.   |
| $Pg_1$           | Опоки темно-серые и светло-серые плотные и более мягкие, алевроитистые. Мощность 51—120 м.   |
| $Pg_1$           | Песчаники и пески кварцево-глауконитовые зеленовато-серые среднезернистые глинистые. Мощность до 120 м.  |

Цеолиты содержатся в оксфордских, барремских, альбских, маастрихтских и палеогеновых породах. Наиболее богаты ими оксфордские и альбские отложения.

В отложениях других ярусов приведенного выше разреза они присутствуют в небольших количествах и не повсеместно.

В оксфордских породах более высокое содержание цеолитов отмечается в алевролитах и глинах, где они составляют 1—2% породы. Для песчано-алевритовой части легкой фракции этих пород содержание их возрастает до 39—74%.

В альбских отложениях цеолиты распространены в песчаниках, алевритах и глинах. Содержание их примерно такое же, как и в оксфордских отложениях. В песчано-алевритовой части легкой фракции пород оно составляет от 5 до 85%.

Цеолиты из пород нами выделялись следующим образом. Порода отбиралась по методу Сабанина. Песчано-алевритовая часть ее (размером 0,05—0,01 мм) делилась бромформом с удельным весом 2,9 в делительной воронке. После этого легкая фракция для удаления карбонатов обрабатывалась 1% раствором соляной кислоты и подвергалась несколько раз центрифугированию в бромформе с удельным весом 2,2. Сопровождающие цеолит минералы изучались под микроскопом до центрифугирования. Среди них определены: угловатые и полуокатанные зерна кварца (12—40%), таблитчатые обломки полевых шпатов (1—10%), округлые или закругленные зерна темно-зеленого глауконита (5—40%), ромбоэдри кальцита (1—30%), обломки спикул губок, радиолярии и единичные чешуйки мусковита.

Выделенные после центрифугирования цеолиты имеют серовато-белый цвет. Под микроскопом при значительных увеличениях видны мелкие кристаллики с продольной штриховкой. Кристаллики имеют сильно призматический габитус. Размер кристалликов от 0,01 до 0,001 мм. Цеолиты инкрустируют полые камеры радиолярий или образуют мелкие друзы в мельчайших пустотах пород. Реже они располагаются на поверхности радиолярий.

Удельный вес цеолитов (по шести определениям) почти постоянен и колеблется в очень малых пределах (от 2,122 до 2,124).

Показатель преломления, замеренный в восьми образцах (около 30 определений) равен 1,475—1,477, двупреломление — 0,002. Кристаллы цеолитов слабо анизотропны.

Химический состав цеолитов, определенный в аналитической лаборатории Института химии при Саратовском государственном университете, следующий (в %): гигроскопическая влага 2,26; п.п.п. 10,15;  $S_2O_2$  69,25;  $H_2O_3$  10,65;  $Fe_2O_3$  1,40;  $CaO$  1,22;  $MgO$  следы;  $Na_2O$  3,30;  $K_2O$  3,19.

Исключив окись железа, как повидимому механическую примесь, и подсчитав эмпирическую формулу, получим:



Эта формула отличается от формул цеолитов, указанных А. Н. Винчелл, Винчелл<sup>(5)</sup> и А. Г. Бетехтиным<sup>(1)</sup>, значительно повышенным содержанием кремнезема и воды. Повышенное содержание этих компонентов обуславливается присутствием опала, который сопровождает цеолиты и освободиться от которого полностью не удалось.

В связи с отсутствием рентгенограмм рассматриваемых цеолитов вопрос о принадлежности их к определенному виду остается открытым. Исходя из их химического состава и оптических свойств, можно предполагать, что они ближе всего подходят к мордениту.

Нахождение цеолитов в мезозойских и кайнозойских отложениях Пензенской области показывает, что формирование их не ограничивается фазами глин и алевролитов, но распространяется и на мелководную, окраинную часть эпиконтинентального бассейна этого времени. Как и в более

восточных районах, цеолиты сопутствуют отложению аутигенного кремнезема и их присутствие, очевидно, может указывать на повышение концентрации последнего в водных бассейнах.

Учитывая, что цеолиты инкрустируют панцыри радиолярий и обрастают их с поверхности или образуют самостоятельные агрегаты мелких кристаллов, можно полагать, что этот процесс протекал в стадии перемыва осадка по дну или его раннего диагенеза при участии продуктов, освобождающихся при гальмиролизе.

Приведенные данные еще раз показывают, что цеолиты в осадочных породах могут иметь важное значение как коррелятивы при изучении разрезов, как показатели физико-химических условий морских бассейнов и как критерии для выявления направленности эволюционного развития эпиконтинентальных бассейнов.

Поступило  
28 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Г. Бетехтин, Минералогия, М., 1950. <sup>2</sup> Г. И. Бушинский, Тр. Науч.-иссл. ин-та по удобрениям, в. 147 (1940). <sup>3</sup> Г. И. Бушинский, ДАН, 73, № 6 (1950). <sup>4</sup> В. С. Васильев, ДАН, 95, № 1 (1954). <sup>5</sup> А. Н. Винчелл, Г. Винчелл, Оптическая минералогия, М., 1953. <sup>6</sup> К. Д. Глинка, Тр. СПб общ. естеств., 34, отд. геол. и минер. (1906). <sup>7</sup> Н. В. Ренгартен, ДАН, 58, № 8 (1945). <sup>8</sup> Н. В. Ренгартен, ДАН, 70, № 3 (1950).



Г. С. ГОЛДЫРЕВ

## О ПРИСУТСТВИИ КАЛИЙНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В СОЛЕНОСНОЙ ТОЛЩЕ УСОЛЬЯ-СИБИРСКОГО

(Представлено академиком А. Г. Бетехтиным 29 VI 1956)

Соляные источники в южной части Сибирской платформы и также месторождение каменной соли в районе г. Усоля-Сибирского уже давно известны. Об источниках района Усоля-Сибирского писал еще К. И. Богданович (1896 г.), который ошибочно связывал их с мотскими красноцветными песчаниками. Но затем стали высказываться предположения, что соляные источники и отложения солей так или иначе связаны между собой <sup>(6)</sup>.

И. С. Шарапов <sup>(6)</sup> обобщил все материалы по солепроявлениям в юго-восточной части Сибирской платформы, накопившиеся к 1938 г. Им приведены анализы рассолов 29 источников юго-восточной части Сибирской платформы на содержание кальция, магния и калия. При этом во всех пробах, за исключением двух, отмечается наличие калия, но в незначительных количествах: от следов до 0,486%. В более поздних работах по юго-западной Якутии (например, бассейн р. Нюи) и северо-восточной части Иркутской области (например, бассейн р. Непы) в рассолах соляных источников также отмечалось наличие калия. Конкретных указаний на то, из каких отложений поступал калий в эти рассолы, в литературе нет. Можно было предполагать, что он брался из соляных отложений.

Я. Я. Яржемский <sup>(8)</sup>, обработавший керн Булайской скважины № 1, привел результаты химических анализов солей и соленосных ангидритов из этого керна. Во всех 9 анализах с глубины от 569,19 до 750 м он дает содержание  $K_2O$ , колеблющееся в пределах от 0,13 до 1,91%. В настоящее время, очевидно, нет сомнений в том, что присутствие калия в соляных источниках связано с наличием его в соленосных отложениях.

Нами было проведено химическое опробование на калий керна солей всего разреза соленосной толщи по усольской скважине № Р-6. Для этого был применен кобальтинитритовый метод <sup>(5)</sup>. При этом верхние три четверти разреза соленосной толщи дали отрицательную реакцию на калий и лишь в самой нижней четверти, в отдельных пластах ее, были получены положительные, хорошо выраженные качественные реакции на калий.

Мы брали около 0,5 см<sup>3</sup> насыщенного раствора исследуемой соли, приливали две капли 15% уксусной кислоты и затем 1—1,5 см<sup>3</sup> кобальтинитрита натрия  $Na_3Co(NO_2)_6$ . В тех пробах, в которых содержался калий, сразу же после приливания  $Na_3Co(NO_2)_6$  цвет раствора бледнел в результате выпадения в осадок желтого цвета соли калия, натрия и кобальта. Затем эти пробирки с пробами оставлялись на 12—14 часов, раствор отстаивался и оседал желтый осадок.

В результате таких качественных аналитических исследований установлено несколько прослоев каменной соли, содержащей калий. Все прослои, содержащие калий, приурочены к нижней части разреза. Так, самый нижний прослой мощностью в 5,2 м, находится на глубине 1358,57—1363,77 м, самый мощный прослой 34,24 м—на глубине 1320—1354,24 м.

Этот прослой охарактеризован 6 пробами, взятыми через равные проме-



жутки. Во всех этих пробах отмечаются весьма положительные реакции на калий, но несколько менее выраженные, чем в прослое с глубины 1358,57—1363,77 м.

Количественное определение калия выполнено \* кобальтинитритовым методом для самого нижнего прослоя с глубины 1358,57—1363,77 м. Здесь, в нижней части прослоя, установлено присутствие 0,4%  $K_2$ . Результат этого анализа характеризует лишь нижнюю часть самого нижнего прослоя и никак не может характеризовать другие прослои. Предположение о том, что калий в соляных отложениях района Усолья находится не только в виде сильвина, но и в других минеральных соединениях, например, в виде карналлита, подтвердилось. Для этого использовалась микрокристаллоскопическая реакция образования двойной фосфорнокислой соли магния аммония, как наиболее характерная и важная реакция на магний<sup>(3)</sup>.

В результате проведенных реакций получены микрокристаллы двойной фосфорнокислой соли магния и аммония в виде ветвистых дендритов и шестиконечных звездочек, что указывает на присутствие магния в водном растворе солей тех прослоев, где отмечался калий. Следовательно, возможными солевыми минералами, в состав которых входит калий, являются сильвин и карналлит.

Как уже отмечалось выше, в керне Булайской скважины № 1 Я. Я. Яржемским было установлено присутствие калия в той части соленосной толщи, которую прошла эта скважина, т. е. в верхних слоях соленосной толщи.

Иная картина наблюдается в районе Усолья-Сибирского. Химическими анализами в керне Усольской скважины № Р-6 установлено присутствие калия в нижних частях соленосной толщи. Таким образом, приведенные факты говорят о настоящей необходимости серьезного углубленного изучения керна многочисленных скважин, которыми проходятся в различных местах Сибирской платформы соленосного отложения.

Иркутский государственный университет  
им. А. А. Жданова

Поступило  
7 IV 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. Л. Воронова, ДАН, 99, № 3 (1954). <sup>2</sup> А. А. Иванов, Зап. Всесоюз. минер. общ., 2-я сер., ч. 79, в. 4 (1950). <sup>3</sup> К. Л. М а л я р о в, Качественный микрохимический анализ, 1951. <sup>4</sup> Я. К. П и с а р ч и к, Информ. сборн. № 1 ВСЕГЕИ, 1955. <sup>5</sup> А. И. П о н о м а р е в, Методы хим. анализа минер. и горн. пород, 1, Изд. АН СССР, 1951. <sup>6</sup> И. С. Ш а р а п о в, Тр. Вост.-Сиб. геол. треста, в. 25 (1938). <sup>7</sup> Я. Я. Я р ж е м с к и й, Тр. Вост.-Сиб. геол. треста, в. 25 (1938). <sup>8</sup> Я. Я. Я р ж е м с к и й, Тр. Вост.-Сиб. геол. треста, в. 16 (1936).

\* Анализ выполнен Л. А. Кузнецовой.

С. М. КАТЧЕНКОВ

### О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВТОРОСТЕПЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В КАРБОНАТНЫХ ПОРОДАХ ПАЛЕОЗОЯ ВОЛГО-УРАЛЬСКОЙ ОБЛАСТИ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 11 VII 1956)

Состав осадочных пород в процессе их накопления не остается постоянным: терригенные породы сменяются химическими осадками и наоборот. Эти изменения связаны с тектоническими колебаниями земной коры, трансгрессий и регрессий морей.

На востоке Русской платформы такие изменения происходили в палеозойское время и отразились на количественном соотношении типов пород по стратиграфическим разрезам. Одновременно изменялись химический состав пород и содержание в них отдельных элементов. Это было показано для карбонатных пород Русской платформы А. П. Виноградовым, А. Б. Роновым и В. М. Ратынским<sup>(2)</sup>, которые изучили распределение Са, Мп, Mg, Ba, Si, Al, Fe и Th по стратиграфическим горизонтам от протерозоя до кайнозоя. Данные по распределению других элементов в карбонатных породах относятся к отдельным горизонтам Волго-Уральской области перми, девону и некоторым другим<sup>(3-5)</sup>.

Данные о распределении малых элементов в бассейнах прошлого времени представляют большой интерес для выяснения ряда вопросов геохимии и условий осадкообразования. Н. М. Страхов<sup>(6)</sup> на основе распределения малых элементов Сг, V, Ni, Co, Мп в раннефранских породах Волго-Уральской области наметил формы переноса и дифференциации их в морских бассейнах.

Целью данной работы было выяснить распределения некоторых второстепенных элементов во всей толще карбонатных отложений палеозоя Волго-Уральской области. Нами было отобрано 168 образцов карбонатных пород из буровых скважин Куйбышевской, Саратовской и Чкаловской областей, Татарской, Башкирской и Удмуртской автономных республик из коллекций геологов ВНИГРИ К. И. Ломоть, В. М. Познер и Г. С. Поририева. Образцами были представлены все свиты франского яруса, нижнего и среднего карбона и нижней перми, единичными образцами представлены отложения верхнего карбона и верхней перми. Определение химических элементов производилось методом спектрального анализа. Источником возбуждения служила дуга постоянного тока при 10 а с угольными электродами. Навески породы брались на аналитических весах по 20 мг и полностью сжигались в течение 4 мин. Спектры фотографировались на варцевом спектрографе ИСП-22. Эталонами сравнения служили искусственные смеси на СаСО<sub>3</sub>. Эталоны фотографировались на каждой фотопластинке при тех же условиях, что и пробы. Измерения почернений производились на микрофотометре МФ-2.

В табл. 1 приведены средние концентрации элементов по ярусам и отелам. Эти данные составлялись следующим образом: подсчитывалось среднее содержание по свитам или ярусам, затем брались средние для яруса или тдела. Натрий был обнаружен во всех образцах. Минимальное содержание Na обнаружено в девонских, особенно уфимских, известняках.

Среднее его содержание в палеозойских карбонатных отложениях 0,24% без учета уфимских образцов — 0,09% и для карбона и нижней перми 0,053%. К а л и й качественно обнаружен в уфимских и девонских известняках. Среднее содержание стронция составляет 0,058%; это — величина того же порядка, что и для карбонатных пород этих горизонтов Русской платформы: 0,050%<sup>(2)</sup>. Повышенным содержанием стронция отличаются отложения перми и особенно кунгура, что связано с накоплением его в морских усыхающих лагунах<sup>(2, 3)</sup>.

Среднее содержание бария 0,009%; оно в три раза выше среднего содержания в карбонатных породах Русской платформы. В распределении Sr и Ba по стратиграфическим горизонтам наблюдаются те же закономерности, что и для карбонатных пород Русской платформы<sup>(2)</sup>. Ж е л е з о м обогащены отложения уфимского и франского ярусов в значительно большей степени, чем отложения других стратиграфических горизонтов палеозоя. Содержание т и т а н а в изученных нами карбонатных породах колеблется от следов до 0,1%, в ряде образцов он вовсе не обнаруживается. Среднее содержание м а р г а н ц а в карбонатных породах палеозоя Волго-Уральской области того же порядка, что приводится для известняков Бергом<sup>(1)</sup>; некоторое обогащение имеется во франском и уфимском ярусах по сравнению с известняками нижней перми и карбона. Значительный интерес для выяснения миграции марганца представляет отношение Fe : Mn. Это отношение для литосферы равно 57, для морской воды 13, мы же получили колебание от 2 до 66. В уфимской свите отношение

Таблица 1  
Распределение второстепенных химических элементов в карбонатных породах палеозоя Волго-Уральской области (в %)

Отдел, ярус	Число образцов	Na	Sr	Ba	Fe	Mn	Cr	V	Ni	Cu	Fe : Mn	V : Ni
Казанский ярус (P <sub>2</sub> )	7	не обн.	0,07	0,01	0,02	0,01	не обн.	не обн.	не обн.	следы	2,0	
Уфимский ярус (P <sub>2</sub> )	4	1,86	0,12	0,05	3,3	0,05	0,004	0,002	0,0035	0,0025	66,0	0,6
Верхняя пермь (1 <sub>2</sub> )	41	0,93	0,095	0,03	1,66	0,03	0,002	0,001	0,0047	0,0013	55,3	
Кунгурский ярус (P <sub>1</sub> <sup>k</sup> )	13	0,07	0,14 (11)* 3,0 (2)	0,003	0,15	0,01	0,0007	не обн.	не обн.	0,001	15,0	
Аргинский ярус (P <sub>1</sub> <sup>a</sup> )	17	0,04	0,058 (15) 3,0 (2)	0,038	0,11	0,026	0,0003	не обн.	не обн.	0,0002	4,2	
Сангарский ярус (P <sub>1</sub> )	45	0,015	0,082	не обн.	0,15	0,04	не обн.	не обн.	не обн.	0,0003	15,0	
Нижняя пермь (P <sub>1</sub> )	45	0,04	0,095 (41)	0,014	0,15	0,015	0,003	не обн.	не обн.	0,0005	9,3	
Пермь (P <sub>2</sub> , P <sub>1</sub> )	56	0,49	0,094 (52)	0,022	0,90	0,022	0,001	0,0008	0,0007	0,0007	41,0	0,6
Верхний карбон (C <sub>2</sub> )	7	0,06	0,022	не обн.	0,34	0,01	0,0015	не обн.	не обн.	0,0001	34,1	
Средний карбон (C <sub>2</sub> )	22	0,05	0,044	0,001	0,33	0,022	0,0015	не обн.	0,0006	следы	15,0	
Нижний карбон (C <sub>1</sub> )	34	0,03	0,035	следы	0,50	0,024	не обн.	не обн.	0,0005	0,0003	21,0	
Карбон (C <sub>2</sub> , C <sub>1</sub> )	63	0,067	0,034	следы	0,39	0,018	0,0013	не обн.	0,004	0,0008	20,0	
Певон (франский ярус)	49	0,17	0,048	0,005	1,7 (12)	0,1	0,0034	0,0007	0,0045	0,0028	17,0	0,5
Палеозой (P <sub>2</sub> ) (P, C)	168	0,24	0,058 (164)	0,009	1,0 (131)	0,047	0,0019	0,0006	0,0009	0,0013	21,0	0,6

\* В скобках указано число образцов, из которого получены средние.



Fe : Mn = 66, т. е. такого же порядка, как для литосферы; здесь имеется даже преобладание Fe над Mn, в остальных же горизонтах оно близко к отношению в морской воде. Отсюда следует, что при миграции Fe и Mn последний обладает большей миграционной способностью с водными растворами, перемещаясь в более удаленные от берега районы бассейна. На это свойство марганца указал Н. М. Страхов <sup>(5)</sup>.

Хром относится к малоподвижным в водных растворах элементам, однако его присутствие установлено нами почти во всех изученных горизонтах. Так же как для Na, Ba и Fe, наибольшее обогащение отмечено для пород уфимского и франского ярусов. Среднее содержание хрома в карбонатных породах палеозоя Волго-Уральской области составляет 0,0019%.

Полученное нами среднее содержание ванадия составляет 0,0006%, однако V был обнаружен только во франском и уфимском ярусах. Никель имеет более широкое распространение в карбонатных породах, чем ванадий, его присутствие было установлено в ряде горизонтов. Среднее содержание никеля в карбонатных породах больше, чем содержание ванадия. Отношение V : Ni равно почти для всех горизонтов 0,6, в то время как в литосфере оно составляет 1,9, в морской воде 0,17. Отсюда следует, что никель обладает большей миграционной способностью в водных растворах по сравнению с ванадием: он дальше мигрирует в центральные водоемы, видимо не только с пелитовым материалом, но и в водных растворах.

Среднее содержание меди в карбонатных породах палеозоя Волго-Уральской области составляет 0,0013%, некоторое обогащение наблюдается также во франском и уфимском ярусах. Рассмотренные данные о распределении второстепенных малых элементов в карбонатных породах палеозоя Волго-Уральской области показывают, что элементы группы железа и меди в основной своей массе поступают в химические осадки морских бассейнов с пелитовым материалом; на это указывает обогащение карбонатных пород уфимского и франского ярусов, в которых наряду с повышенным содержанием малых элементов группы железа, присутствуют в повышенных количествах Na, K, Fe, характерные для глинистых пород. Однако часть рассмотренных элементов обладает большей миграционной способностью, как это видно по их содержанию и отношению пар элементов в морских осадках. Взяв отношение содержания элементов в карбонатных породах к их содержанию в глинах палеозоя Волго-Уральской области (по нашим определениям), мы получаем следующие величины: Mn 1,4, Sr 1,16, Cu 0,42, Ba 0,2, Fe 0,2, Ni 0,17, Cr 0,1, V 0,06. Располагая эти элементы в ряд по величинам отношения получим: Mn, Sr, Cu, Fe, Ba, Ni, Cr, V. Подобный ряд для Mn, Cu, Fe, P, V, Cr, Ni, Co с некоторыми изменениями был получен Н. М. Страховым <sup>(6)</sup>. Этот ряд характеризует подвижность рассмотренных элементов в водных растворах и подтверждает намеченные Н. М. Страховым закономерности элементов группы железа в морских бассейнах.

Экспериментальная часть работы выполнена при участии Е. И. Флегонтовой.

Поступило  
9 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Г. Берг, Геохимия месторождений полезных ископаемых, 1937. <sup>2</sup> А. П. Виноградов, А. Б. Ронов, В. М. Ратынский, Совещание по осадочным породам (доклады), в. 1, 1952. <sup>3</sup> З. С. Залманзон, Сборн. памяти акад. А. Д. Архангельского, изд. АН СССР, 1951. <sup>4</sup> С. М. Катченков, Геол. сборн. НТО ВНИГРИ II (V) (1953); ВНИГРИ № 1 (1955). <sup>5</sup> С. М. Катченков, Е. И. Флегонтова, Геол. сборн. ВНИГРИ, № 1 (1955). <sup>6</sup> Н. И. Страхов, Образование осадков в современных водоемах, изд. АН СССР, 1954.



И. А. КОНЮХОВ

## О ЛИТОЛОГИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ СРЕДНЕЮРСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ ДАГЕСТАНА

(Представлено академиком С. И. Мироновым 15 VI 1956)

Среднеюрские отложения имеют в строении Дагестана исключительно важное значение. В нагорной части этого региона (Внутренний Дагестан) они имеют широкое распространение на поверхности, в равнинных же районах (Внешний Дагестан) они вскрываются на относительно небольших глубинах разведочными скважинами. В возрастном отношении они подразделяются на верхнеааленский, байосский и батский ярусы (<sup>1-5</sup>).

Основное значение в сложении среднеюрских отложений имеют песчано-алевритито-глинистые образования. В виде отдельных редких разобщенных пластов (мощностью не свыше 10 см) в толще их встречаются горизонты конгломератовидных образований, состоящих из галек или обломков неправильной формы песчаных, глинистых и мергельных пород или скоплений сидеритовых конкреций. Обычно к ним примешиваются окатанные раковины моллюсков. Присутствие таких горизонтов отмечается по всему разрезу отложений верхнего аалена и нижней части байосского яруса, развитых в бассейне рр. Кара-Койсу (с. Гуниб), Аварское Койсу (с. Датун), Андийское Койсу (с. Агвали), а также в зоне Мугринской (с. Герги, с. Нижние Мулебки, г. Серсовик) и Салатаусской (с. Тишки) антиклиналей. Более мощные пласты их (до 1,5 м) отмечены по р. Чанты-Аргун (с. Ушкалой).

Среди мелко- и тонкообломочных пород средней юры заметно преобладают алевриты и глины. Песчаные разности в виде единичных слоев отмечены в периферийной зоне Нагорного Дагестана (рр. Буган-чай, Рубас-чай, Гамри-Озень, Аварское Койсу, хребет Салатау) и в разведочных районах Равнинного Дагестана (Огни, Дузлак, Хош-Мензил, Берекей). По своим гранулометрическим особенностям последние относятся к среднезернистым и мелкозернистым песчаникам. Большинство их содержит значительную примесь алевритового и глинистого материала и по этому признаку среди них могут быть выделены глинисто-алевритовые, алевритово-глинистые разности. Песчаники чаще всего присутствуют в верхнем аалене, особенно в его нижней части. Здесь же широко распространены алевролиты, которые или преобладают, или же развиты в равном отношении с глинами. В байосском и батском ярусах они имеют меньшее распространение, обычно выделяясь в виде пачек и свит песчано-алевритового состава (нижняя, средняя и верхняя песчано-алевролитовые свиты).

Особо грубозернистые гравелистые песчаники присутствуют в составе байосского яруса (в нижней части) Салатаусского разреза.

Алевролиты обычно также содержат значительную примесь частиц иной размерности. Наиболее широко распространены алевролиты глинистые и песчано-глинистые, а также алевролиты, состоящие почти из равного количества алевритовых, песчаных и глинистых частиц.

Крупнозернистые алевролиты обычно тесно связаны с песчаными породами, участвуя вместе с ними в сложении крупных слоев и пачек. Особенно часто встречаются они вместе с песчаниками в районах равнинного Дагестана и в периферийной зоне нагорного Дагестана (хребет Салатау, с.с. Мулебки, Огни).

Глинистые разности алевролитов по текстурным особенностям очень

напоминают глины и обычно встречаются совместно, слагая значительные интервалы разреза средней юры, особенно во внутренних районах исследований территории (рр. Самур, Кара-Койсу, верхнее течение Аварского и Андийского Койсу, Чанты-Аргун), в пределах так называемого сланцевого Дагестана.

Среди глин достаточно широко распространены разности, обогащенные алевритовыми частицами; последние чаще всего присутствуют в тех разрезах, где в сложении существенное, часто преобладающее значение имеют песчаники и алевролиты.

Типичные глины, содержащие незначительное количество песчаных и алевритовых частиц (не свыше 20%), встречаются довольно редко. Большинство их присутствует в разрезах, располагающихся в сланцевом Дагестане; здесь описаны разности, на 95—98% состоящие из частиц глинистой размерности. Глины в подавляющем большинстве случаев содержат очень незначительное количество растворимых компонентов, составляющих не больше 5—10% от веса породы. Мергельные породы присутствуют среди глин в виде отдельных линзообразных прослоев с характерной фунтиковой текстурой. В таких прослоях содержание растворимой части, главным образом  $\text{CaCO}_3$  и  $\text{FeCO}_3$ , повышается до 40—50%.

Необходимо отметить также наличие в глинах большого количества глинисто-сидеритовых конкреций, незакономерно рассеянных в породе или образующих прерывистые горизонты. Размеры конкреций обычно колеблются в пределах 5 — 35 см. Форма их овальная или лепешковидная, часто неправильная. Нередко встречаются линзообразные пласты сидеритов толщиной в 10 — 35 см.

Сложены конкреции либо тонкодисперсной глинисто-сидеритовой массой, либо сидеритом и кальцитом, сидеритом и анкеритом, с большим или меньшим содержанием глинистых и алевритовых частиц.

Алевролитово-глинистые породы в верхнеааленском ярусе наиболее широко распространены в его верхней части. В байосском и батском ярусах ими также слагаются мощные свиты алевролитово-глинистого состава, причем переслаивание основных разностей — алевролитов и глин, нередко приобретает флишевый характер. Вместе с тем как алевролиты, так и глины часто слагают крупные однородные пласты, пачки и даже свиты монотонного состава. По этому признаку среди байосских и батских отложений Дагестана в области их наиболее полного развития выделяется 9 литологических свит, причем в смене этих свит обнаруживается определенное ритмическое строение: нижний из выделяемых нами трех ритмов слагается внизу глинистой свитой (нижняя глинистая свита), сменяющейся вверх алевролитово-глинистой (нижняя алевролитово-глинистая свита) и алевролитовой (нижняя алевролитовая свита). Аналогично построен и второй ритм, состоящий (снизу вверх) из средней глинистой, средней алевролитово-глинистой и средней алевролитовой свит. Несколько иначе построен верхний ритм, большей своей частью относящийся к батскому ярусу: начинается он свитой исключительного развития глинистых пород (верхняя глинистая); затем алевролитовых (верхняя алевролитовая) и алевролитово-глинистых (верхняя алевролитово-глинистая).

Приведенное выше описание пород указывает, что в среднеюрское время в Дагестане происходило накопление почти исключительно песчано-алевролитово-глинистых осадков, причем развитие тех или иных разностей этих пород в составе ярусов в разных участках было непостоянным.

С целью выявления общих этих литолого-фациальных изменений, нами были подсчитаны для целого ряда изученных разрезов суммарные мощности песчаных, алевролитовых и глинистых слоев, которыми слагается верхний аален и байосский ярус.

Оказалось, что в верхнем аалене глинистые породы являются преобладающими разностями таких районов сланцевого Дагестана, как Самурский, Аргунский, хребет Лес, верхнее течение реки Андийское Койсу (рис. 1).

Характерно, что здесь отмечается полное отсутствие в разрезе песчаных слоев. В таких же районах, как верхнее течение реки Аварское Койсу (с. Датуна), р. Кара-Койсу (с. Чох), р. Цмур-чай, р. Рубас-чай, глины также остаются доминирующими породами, но здесь всюду отмечается появление песчаных пород, имеющих, правда, сугубо подчиненное значение.

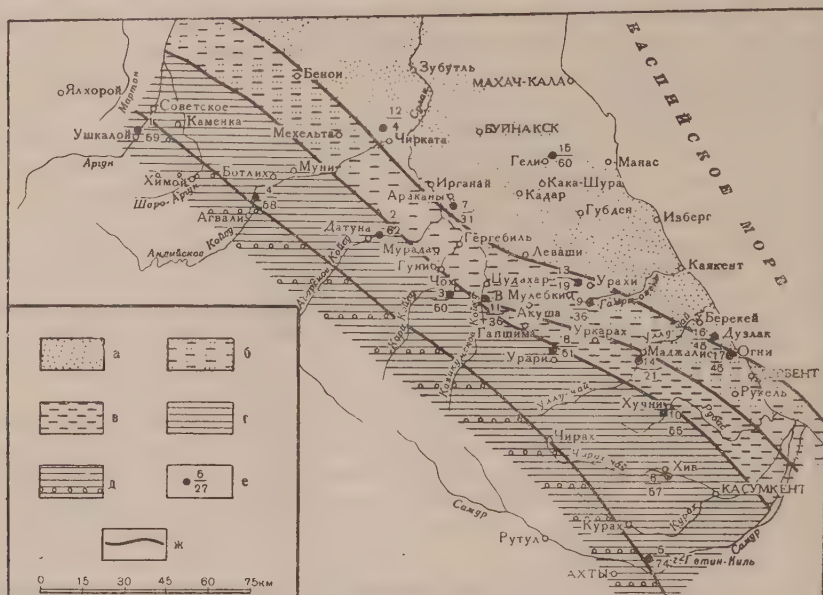


Рис. 1. Литологическая карта верхнеааленских отложений Дагестана. а — зона преимущественного развития песчаных пород, б — зона преимущественного развития алевролита при значительном участии песчаных пород, в — зона преимущественного развития алевролитовых пород, г — зона преимущественного развития глинистых пород, д — зона преимущественного развития глинистых пород с отдельными прослоями конгломератов, е — порядковый номер разреза (над чертой) и содержание глинистых пород в разрезе яруса в процентах к его мощности (под чертой), ж — границы литофаций

В периферийных районах Нагорного Дагестана в строении яруса все большее значение приобретают алевролиты и песчаники. Первые существенно преобладают в Уллучайском и Цудахарском разрезах. Вместе эти два типа обломочных пород являются преобладающими в Огнинском разрезе. Наконец, в таких районах как с. Араканы на реке Аварское Койсу, с. Нижние-Мулебки в Мугринской зоне, хребет Салатау и месторождение Дулак песчаные породы преобладают над алевроитовыми и глинистыми.

Такое распределение литофаций указывает, что основной источник сноса в верхнеааленское время располагался на севере, в области Предкавказья<sup>(6)</sup>. Однако к этому основному материалу в значительном количестве при-мешивался обломочный материал местного Кавказского происхождения, главным образом в виде мелко раздробленных глинистых обломков и гальки песчаных, мергельных и алевролитовых пород.

Точно так же и в составе отложений байосского яруса, развитых во внутренних районах Дагестана, являвшихся центральными, наиболее удаленными от суши участками Северо-Кавказской геосинклинали, развиты почти исключительно тонкозернистые глинистые образования (районы сланцевого Дагестана). В других участках среди глин присутствуют достаточно крупные пачки пород песчано-алевроитового состава, однако и здесь доминирующее значение в сложении яруса остается за глинами.

Алевролитовые породы в Дагестане преимущественное значение имеют только в двух участках: в северо-восточной части Мугринской антиклина-ли (сс. Герги, Нижние Мулебки, гора Серсовик) и Огнинском поднятии







Г. У. ЛИНДБЕРГ

## К ЧЕТВЕРТИЧНОЙ ИСТОРИИ ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫХ МОРЕЙ

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 2 VII 1956)

Гипотеза геогидрократических колебаний уровня океана предусматривает на протяжении четвертичного времени неоднократную смену регрессий трансгрессиями, крупными по масштабу, катастрофическими по времени их возникновения и имеющими всеземной, планетарный характер<sup>(3)</sup>. Эта гипотеза возникла в результате биогеографического анализа, родства и характера распространения типично пресноводных рыб, населяющих в настоящее время реки бассейнов Восточно-Китайского, Желтого, Японского, Охотского и Берингова морей и северо-западной части Тихого океана, а также геоморфологического анализа характера рельефа морского дна и распределения на нем следов подводных долин, составлявших в прошлом вместе с реками на суше единые и целостные речные системы.

Нам удалось установить для четвертичного времени не менее чем трехкратную смену фаз регрессий фазами трансгрессий, обусловленных колебаниями уровня океана, и определить примерные высоты стояния уровня океана для каждой из фаз. К сожалению, во время разработки гипотезы (1946—1953) и к моменту сдачи в печать сводной работы по этому вопросу (1955), автор не располагал данными по ископаемой фауне или флоре осадков дальневосточных морей, а поэтому не мог привлечь их к проверке гипотезы. В настоящее время эта возможность имеется.

Очень интересные и ценные данные по ископаемой флоре четвертичного периода опубликованы в работе А. П. Жузе<sup>(1)</sup>, в которой содержатся результаты исследования распределения диатомовых в длинных (27 и 16 м) колонках донных отложений, взятых грунтовыми трубками с больших глубин Охотского (3355 м) и Берингова (3638 м) морей с экспедиционного судна «Витязь».

Цель настоящего сообщения — выяснить, в какой мере согласуются между собой данные биогеографического и палеонтологического методов и получает ли в них подтверждение гипотеза геогидрократических колебаний.

Биогеографический метод познания событий недавнего прошлого позволил составить представление, что в конце плиоцена (предпредпоследняя регрессия) уровень мирового океана был на 200 — 300 м ниже современного уровня и что в эту фазу участки территорий современного дна Охотского и Берингова морей, на которых располагались станции «Витязя» и брались колонки грунта, представляли собой сушу, потому что в эту фазу существовали на территории дна Охотского и Берингова морей единые и целостные речные системы с единой и целостной фауной типично-пресноводных рыб. Дночерпательные трубки, как указывает А. П. Жузе, несмотря на большую длину взятых колонок (27 м), не вышли из пределов осадконакоплений четвертичного времени и не проникли вглубь до плиоценовых отложений. Поэтому проверить высказанное на основании биогеографического метода предположение о характере территории Охотского и Берингова морей в плиоцене не представляется возможным.

В фазу предпредпоследней трансгрессии, достигшей 180 м над современным уровнем и характеризующей переход от плиоцена к четвертичному времени, произошло значительное повышение уровня океана примерно на 380—480 м по сравнению с уровнем океана в конце плиоцена. В результате этого плиценовая суша, которая была на месте территории современных Охотского

Берингова морей, оказалась залитой морем, имеющим на месте взятия олонок грунта глубину в 380—480 м. Согласно диатомовому анализу в самом нижнем — V горизонте колонки, мощностью в 9,5 м, обнаружены океанические виды диатомовых, но не в чистом виде, а совместно с неретическими видами, из которых один — *Actinoptychus undulatus* явился руководящим для всего этого горизонта. Такое соотношение экологического состава диатомовых при глубине водоема около 500 м вполне закономерно.

Согласно гипотезе, предпредпоследнюю трансгрессию сменила предпоследняя регрессия. Уровень океана понизился до 200—300 м ниже современного или на 380—480 м ниже уровня в предпредпоследнюю трансгрессию. На месте довольно глубокого моря осталось очень мелководное море участками вновь оголившейся суши. Диатомовый анализ подтверждает такой вывод. IV горизонт отложений, мощностью до 6,1 м, содержит бедную ископаемую флору, представленную неретическими видами и кроме того небольшим числом пресноводных бентических форм. Океанические формы для этого горизонта не указаны.

Гипотеза предполагает смену фазы предпоследней регрессии фазой предпоследней трансгрессии, в которую уровень океана был выше современного на 80 м. В результате повышения уровня океана на месте оголившейся суши и очень мелководного моря вновь образовался довольно глубокий морской водоем глубиной 280—380 м. Вновь создались условия, хотя и менее благоприятные, для существования океанических форм диатомовых. Диатомовый анализ дает данные, вполне согласующиеся с этой схемой. III горизонт осадков, мощностью до 5,7 м, содержит в качестве ведущей группы океанические виды, но при этом «высокие оценки встречаемости показывают также виды неретические». Кроме того, отмечается «присутствие многих видов морской сублиторали, увеличивающихся в своем количестве к верхам III горизонта» (1). А. П. Жузе предполагает, что их присутствие связано с изменением уровня бассейнов.

Еще более отчетливое подтверждение гипотезы дает состав диатомовых в II горизонте. Согласно гипотезе предпоследнюю трансгрессию сменила последняя регрессия, когда уровень океана вновь понизился до 200—300 м ниже современного или на 280—380 м ниже уровня в предпоследнюю трансгрессию. Вновь произошло оголение суши и образование очень мелководного моря. Диатомовый анализ отмечает очень бедный состав диатомовых, представленных видами прибрежного планктона, характеризующими весь горизонт в целом, но с обычной примесью пресноводных бентических диатомовых, населяющих в настоящее время озерные водоемы севера. А. П. Жузе объясняет такой состав флоры широким процессом «переотложения» в период, отвечающий его образованию, и считает, что состав флоры свидетельствует о регрессии моря и понижении базиса эрозии, что как раз и является выводом из биогеографического анализа.

Современная фаза геологической истории дальневосточных морей (последняя трансгрессия) согласно гипотезе характеризуется новым подъемом уровня мирового океана на 200—300 м по сравнению с уровнем в предпоследнюю трансгрессию, что привело вновь к затоплению суши и ликвидации мелководного моря и образованию на их месте моря с глубинами не менее 200—300 м. В эту фазу, или в момент перехода к этой фазе, или, наконец, в предыдущую фазу (последнюю регрессию), произошел провал территории на месте современно Охотского моря. Провал дна Берингова моря предположительно был отнесен к концу предпоследней регрессии — началу предпоследней трансгрессии (2,3).

Данные диатомового анализа показывают, что поверхностный слой осад-

ков (I горизонт), мощностью не более 2 м, содержит «современный состав океанического планктона глубоководных районов Охотского и Берингова морей», причем «океанический состав диатомовых в наиболее чистом виде находится только в I горизонте». Во время отложения осадков I горизонта «имело место наиболее высокое положение уровня бассейнов».

Как видно из характеристики I горизонта, он откладывался, когда на месте мелководного моря образовался провал, нарушивший целостность единых речных систем: Палеоамура, Палеопенжины, и, надо признать, также и Палеоюкона, поскольку диатомовый анализ убедительно показывает синхронность отложений сходных осадков как в Охотском, так и в Беринговом море. Это заставляет нас отнести провал Берингова моря не к концу предпоследней регрессии, а к концу последней регрессии.

Как видно из сравнения результатов биогеографического и диатомового анализов, они прекрасно согласуются между собой, а это дает основание еще раз подтвердить правомочность рассмотрения геогидрократических колебаний уровня мирового океана в качестве заслуживающей внимания рабочей гипотезы.

Зоологический институт  
Академии наук СССР

Поступило  
27 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. П. Жузе, ДАН, 98, № 1, 127 (1954). <sup>2</sup> Г. У. Линдберг, Изв. Всесоюз. геогр. общ., 78, в. 3, 279 (1946). <sup>3</sup> Г. У. Линдберг, Четвертичный период в свете биогеографических данных, Изд. АН СССР, 1955.



Н. А. ЛИСИЦЫНА

## НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ НАКОПЛЕНИЯ КОНТИНЕНТАЛЬНЫХ БОКСИТОВ КАЗАХСТАНА

(Представлено академиком Н. М. Страховым 24 V 1956)

Континентальные бокситы Северо-Восточного Казахстана, так же как и вмещающие их породы, содержат в своем составе значительное количество обломочного материала. Разрезы, обогащенные обломками разных пород, наблюдались нами при изучении бокситоносных отложений Шоиндыкульской депрессии (3) и северной окраины Тенизской мульды. Рассмотрение таких разрезов позволяет выяснить некоторые особенности накопления бокситов континентального типа.

Бокситоносные породы северо-восточной окраины Тенизской впадины залегают в карстовых воронках, которые развивались в чистых известняках докембрия. Среди этих известняков залегают линзообразно выклинивающиеся прослои порфиринов, которые ниже по разрезу слагают сплошную туфогенную толщу (данные геолого-съемочных работ). Благодаря такому характеру разреза стенки карстовых воронок сложены частично известняками, частично порфиритами и продуктами их выветривания. Глубина воронки измеряется десятками метров (до 200 м) при ширине в плане порядка 100—300 м.

Бокситоносные породы, выполняющие воронки, представлены глинами, часто обломочными, глинистыми и сухаристыми бобовыми бокситами с конкрециями каменистых бокситов. Все перечисленные породы беспорядочно переслаиваются между собой и окрашены в красные и розовые цвета. Возраст бокситоносных пород по данным спорово-пыльцевого анализа, выполненного З. К. Жученко, — верхнемеловой.

Бокситовая пачка несогласно перекрыта зеленовато-серыми и желтыми глинами и песчаниками с пресноводными моллюсками третичного возраста. Наиболее обогащенные обломочным материалом бокситоносные породы залегают, как правило, на коре выветривания порфиринов и туфоконгломератов. Граница между бокситоносной пачкой и подстилающей корой выветривания в таких случаях, как правило, неясная. Мы проводим ее там, где исчезает реликтовая структура коренных пород и появляется типичная для бокситов бобовая структура и преобладающая красная окраска. В основании бокситоносной толщи залегают красные и розовые бобовые каолинитовые глины с небольшой примесью гидрослюд, окрашенные гидроокислами железа. Бобовины составляют от нескольких процентов до половины основной массы глин и распределены в них неравномерно. Размеры бобовин не превышают 1—3 мм, форма округлая.

Бобовые глины вверх по разрезу переходят в глинистый боксит, который образует линзы, гнезда и прослои в глинах и внешне от них почти не отличим. Под микроскопом в цементе глинистого боксита преобладает алюмогель и скопления кристалликов гиббсита. Гиббсит выполняет также поры в бобовинах. Глинистая примесь, присутствующая в цементе, играет подчиненную роль.

Как в глинах, так и в бокситах помимо бобовин в значительных количествах присутствуют угловатые обломки бурого железняка и кварца. Еще



выше по разрезу в глинистых прослоях количество обломков возрастает настолько, что глина приобретает брекчиевидную текстуру. Обломки угловатые, размером 0,5—5 мм. В составе их помимо кварца и бурого железняка присутствуют также сильно измененные, превращенные выветриванием в глину, порфириты с сохранившейся структурой материнской породы. Слагающее обломки глинистое вещество представлено каолинитом с примесью гидрослюда, т. е. имеет тот же состав, что и вмещающая глина.

Далее вверх по разрезу глина обогащается кварцем и переходит в песчаник. Зерна кварца составляют в нем до 30% и в значительной степени корродированы по краям гидроокислами железа. Наряду с кварцем по-прежнему присутствуют обломки измененного порфирита и бурого железняка. Наконец, в верхней части разреза залегает красный глинистый боксит бовообломочной текстуры с крупными конкрециями каменистого боксита. Каменистый боксит образует конкреции размером до 20 см и состоит из круглых краснобурых железистых бововин, сцементированных почти исключительно кристаллическим гиббситом и гидроокислами железа. В цементе наблюдаются местами угловатые обломки, замещенные гиббситом или гидроокислами железа (рис. 1а). В глине, вмещающей конкреции каменистого боксита, также содержится значительное количество обломочного материала.

Интересной особенностью разреза является присутствие конкреций сидерита, распространенных по всей толще, но неравномерно. Максимально конкреции скапливаются в песчаных прослоях, где составляют не менее 50% породы. Зерна кварца в большинстве случаев служат центрами конкреций. В других прослоях содержание сидерита значительно меньше и колеблется от 10 до 12%. Конкреции круглые, размером 0,2—0,4 мм, радиально-лучистого и концентрического строения. Общая мощность бокситоносной пачки в данном разрезе 30 м.

Из приведенного описания конкретного разреза можно видеть, что бокситоносные породы, выполняющие карстовые воронки, содержат обломочный материал в значительных количествах. Широкое распространение обломочного материала в мезозойских бокситах уже отмечалось ранее А. К. Гладковским (1) на примере бокситов Урала и соседних областей Казахстана.

В рассмотренных нами разрезах обломки присутствуют главным образом в бокситоносных глинах и в меньших количествах в бокситах. Они, как правило, неокатаны и по своему составу соответствуют породам, слагающим стенки воронок. В одной из скважин среди бокситоносных глин были встречены обломки кальцита. Из этих наблюдений вытекают два вывода:

1. Накопление бокситоносных пород в значительной степени происходило за счет разрушения стенок воронок и переотложения материала на месте в виде обломков. Естественно, что часть обломков представлена продуктами выветривания порфиритов, играющих определенную роль в строении стенок.

В одном из разрезов в глинах, переслаивающихся с бокситами, встречены обломки основной массы эффузивной породы размером до 0,5 мм, состоящей из беспорядочно расположенных лейст плагиоклаза, замещенных мелкокристаллическим гиббситом. Эта находка позволяет предполагать

Рис. 1. а — Каменистый боксит обломочной текстуры. Видны угловатые обломки бурого железняка; белое — гиббсит; ник.  $\perp$  20×. б — Каменистый боксит. Поры от выщелачивания зерен кварца, выполненные гиббситом; николи ×; 46×

Рис. 2. Бововина, образовавшаяся из обломка бурого железняка, дополненного гидроокислами железа и алюмогелем; николи  $\perp$ ; 20×

Рис. 3. Зерно кварца, корродированное гиббситом (1) и гидроокислами железа (2); николи, 150×

Рис. 4. Сидерит (1), корродирует зерна кварца (2)

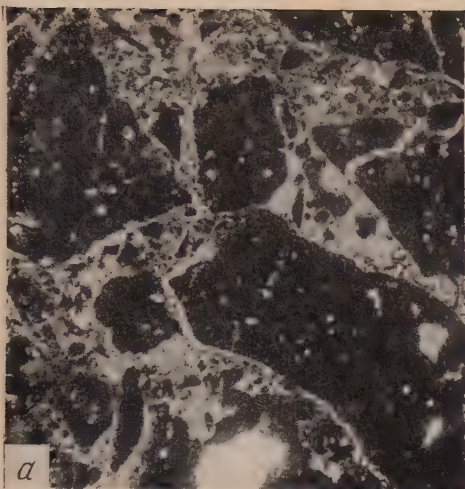


Рис. 1

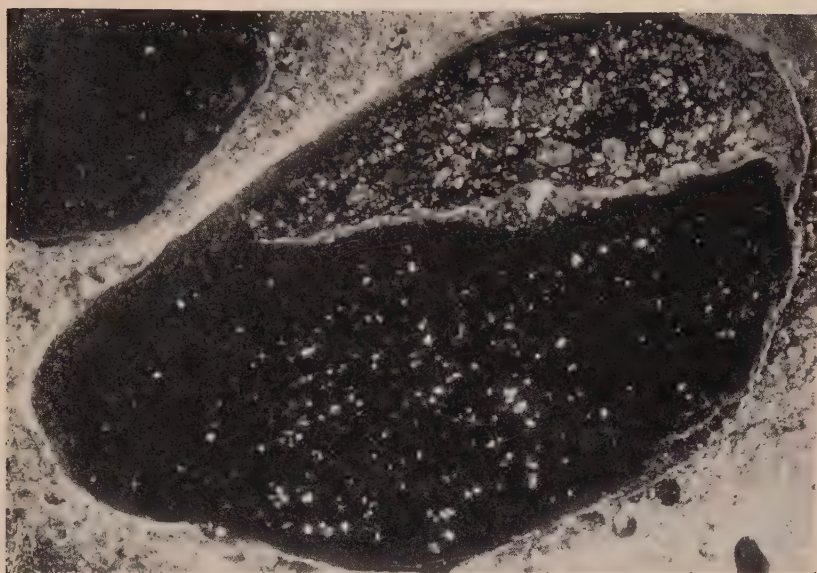


Рис. 2



Рис. 3

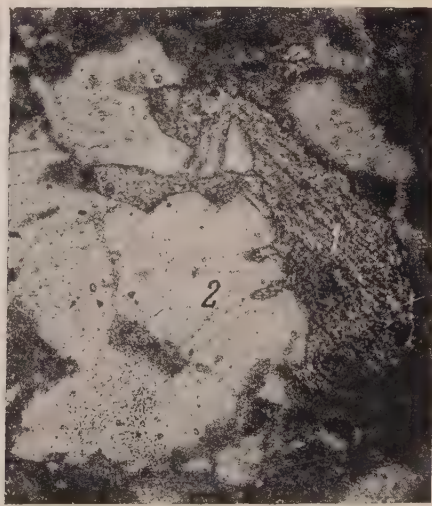


Рис. 4





существование в коре выветривания накоплений гиббсита и дальнейшее переотложение этих первичных образований в карстовых воронках.

1) Встреченный нами гиббсит коры выветривания имеет мелкокристаллическое строение и замещает первичные минералы материнской породы, полностью сохраняя форму их кристаллов. Не имея наблюдений замещенной гиббситом породы в коренном залегании, можно только предполагать, что накопление свободного глинозема происходило за счет удаления  $\text{SiO}_2$  из каолинита верхней зоны коры в условиях нейтральной или слабо щелочной среды.

2. Рассмотрение особенностей размещения обломочного материала в бокситоносной толще показывает, что главная масса обломков содержится в глинах, переслаивающихся с бокситами. Бокситы содержат обломки первоначально того же состава, но значительно сильнее измененные. Кварцевые зерна встречаются в них в виде небольшой примеси (порядка 5%) против 10—30% в разделяющих глинах и песчаниках. Значительная часть зерен выщелочена, о чем свидетельствуют многочисленные пустоты угловатой формы с реликтами кварцевых зерен или без них, частично или полностью замещенные гиббситом (рис. 1б). Оставшиеся зерна носят следы растворения или сильно корродированы гиббситом и несколько позднее гидроокислами железа (рис. 3). Обломки глины уже не сохраняют структуры порфирита и в ряде случаев замещены гиббситом.

Обломки бурого железняка входят в состав бобовин, которые нарастают вокруг них как около центров. В ряде случаев гидроокислы железа дополняют обломки бурого железняка до полной бобовины округлой формы (рис. 2).

Все эти признаки изменения состава и формы обломков свидетельствуют о процессах, протекающих в породе после ее отложения. Как можно видеть из описания, все наблюдаемые изменения направлены к накоплению свойств, характерных для бокситов: удаление кварца, образование бобовой структуры, замещение глинистых минералов гиббситом.

Следовательно, породы, отлагавшиеся в карстовых воронках, подвергались дальнейшим изменениям в процессе диагенеза. Эти изменения и приводят к образованию бокситов и бокситоносных пород со всеми их особенностями. Второй вывод подтверждает в принципе точку зрения В. В. Гончарова о решающей роли диагенеза в образовании бокситов путем переработки материала, накопившегося в бассейне (2).

Несколько слов о более поздних, повидимому гипергенных, преобразованиях бокситоносных пород в связи с появлением в них конкреций сидерита. Распространение конкреций по всему разрезу, а также их структурные взаимоотношения с другими составными частями породы указывают на более позднее возникновение конкреций в уже сформировавшейся породе. В подтверждение этого можно привести следующие факты: 1) Конкрекции образуются вокруг зерен кварца и других обломков, и, более того, корродируют зерна кварца (рис. 4). 2) Гидроокислы, которые также корродируют кварц и другие минералы, совершенно не затрагивают карбонатных конкреций. 3) Конкрекции сидерита распространены не только в бокситоносной пачке, но и в верхних горизонтах подстилающей ее коры выветривания. Все эти наблюдения говорят о значительно более позднем образовании конкреций сидерита по сравнению с другими составными частями бокситоносных пород. Отсюда становится понятным появление сидерита среди красных окисленных пород, которые формировались в окисной среде, но значительно раньше сидерита.

Поступило  
7 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. К. Гладковский, А. К. Шарова, ДАН, 80, № 1 (1953). <sup>2</sup> В. В. Гончаров, Огнеупорные глины Боровичско-Любытинского района, 1952. <sup>3</sup> Н. А. Лисицына, ДАН, 109, № 5 (1956).



В. С. МЕЛИК-ПАШАЕВ

## ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ СВИТ НИЖНЕГО ОТДЕЛА ПРОДУКТИВНОЙ ТОЛЩИ АПШЕРОНСКОГО АРХИПЕЛАГА И КРАСНОЦВЕТНОЙ ТОЛЩИ ЗАПАДНОЙ ТУРКМЕНИИ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 23 VII 1956)

Вопрос о параллелизации разрезов продуктивной толщи Апшеронского полуострова и красноцветной толщи Западной Туркмении издавна привлекает внимание геологов. Отсутствие фактического материала по разрезу продуктивных отложений в пределах отделяющего эти области огромного водного пространства не позволило до сего времени выработать схему сопоставления разрезов интересующих нас толщ.

Лишь за последние годы в результате проведения работ по изучению геологического строения морских месторождений Апшеронского архипелага и нефтяных месторождений восточного побережья Каспия получены новые данные, выявившие возможность корреляции разрезов продуктивных отложений названных областей.

Многолетние исследования условий осадконакопления в Апшеронской области (<sup>1, 4-6</sup>) показали, что развитие процесса седиментации в век продуктивной толщи создало известную ритмичность в вертикальном направлении, выражающуюся в чередовании пород по степени зернистости. Эта ритмичность в осадконакоплении, как указывал И. М. Губкин (<sup>3</sup>), является отражением колебательных движений, проявляющихся в Южно-Каспийской впадине.

Резкие изменения колебательных движений сопровождалось изменениями базиса эрозии и накоплением грубокластического материала, слагающего песчаные свиты ПК, НКП и I перерыва, пришедших на смену глинисто-алевритовым свитам КаС, КС и НКГ. Указанная особенность в осадконакоплении, вызвавшая резкое различие в литологической характеристике отдельных частей разреза, явилась основой расчленения продуктивной толщи на свиты и была нами использована для выделения тех же свит в нижнем отделе красноцветной толщи.

Надо полагать, что подъем и прогибание дна бассейна охватывало обширные области, что должно было обусловить литологическое сходство осадков, формирующихся в различных частях бассейна, в которых происходили однозначные движения. В силу этого терригенные осадки для северной части бассейна приобретали большую изменчивость по вертикали, чем в горизонтальном направлении.

Изложенные выше соображения позволили автору на основе тщательного изучения электрокаротажной характеристики пластов сопоставить разрезы нижнего отдела продуктивной толщи морских месторождений Апшеронского архипелага (банка Дарвина, Гюргяны, Нефтяные Камни) с красноцветной толщей наиболее изученного месторождения Западной Туркмении — Небит-дага (рис. 1). То обстоятельство, что свиты нижнего отдела продуктивной толщи в пределах Апшеронской области, благодаря постоянству литолого-фациального состава прослеживаются на протяжении

более 100 км, дало основание надеяться на сохранение этих особенностей и далее в юго-восточном направлении.

Другим важным моментом, способствовавшим более уверенной корреляции разрезов скважин, было вскрытие отложений, подстилающих продуктивную толщу на Небит-даге и Боя-даге, которое определило нижнюю границу красноцветной толщи.

Составленная нами (рис. 2) схема сопоставления кароттажных диаграмм скважин, расположенных на противоположных берегах Каспия, несмотря на столь большие расстояния (300 км), показала возможность уверенного выделения в разрезе красноцветной толщи, кроме ее нижней границы, из-

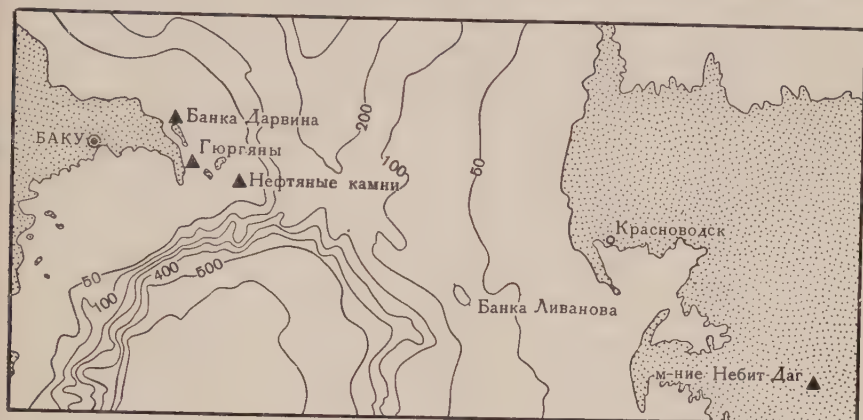


Рис. 1. Карта местоположения сопоставляемых разрезов

вестных в нижнем отделе продуктивной толщи свит: КС, НКП, НКГ, а также свиту I перерыва среднего отдела той же толщи. Следует отметить, что мощности выделенных нами свит в красноцветной толще близки к мощностям одноименных свит Апшеронской области, за исключением резко возросшей мощности свиты НКП.

Подстилают красноцветную толщу в Западной Туркмении, как и на Апшеронском архипелаге, глины понтического яруса<sup>(2)</sup> (или диатомовой свиты), выраженные на кароттажных диаграммах минимальными значениями сопротивления (1—2 ома). Подобные низкие сопротивления, обычно не встречающиеся в красноцветной толще, определяют положение ее нижней границы. Кирмакинская свита (КС) представлена характерным частым чередованием глин и алевроитов. Свиты НКП выражены песчаными образованиями, свита НКГ сложена преимущественно глинистыми породами и наконец, свита I перерыва выдерживает свой песчаный состав. Таким образом, известные свиты нижнего отдела продуктивной толщи Апшеронской области выделяются и в красноцветной толще Западной Туркмении, где они сохраняют характерный для них литологический облик.

Правильность нашего сопоставления основывается также на прослеживании не только одной свиты, а всех свит нижнего и среднего отделов продуктивной толщи при сохранении присущей им последовательности. Подобное сопоставление дает основание полагать, что на значительной территории от юго-восточной границы Апшеронского архипелага до восточного берега Каспия следует ожидать появления в разрезе подкирмакинской и калинской свит.

Вследствие того, что изменчивость по разрезу происходит не только как чередование больших ритмов, охватывающих крупные стратиграфические единицы, но и как множество мелких изменений, последние на отдельных участках бассейна могут вызвать изменения в литологическом составе свит. Так например, на Нефтяных Камнях значительная часть мощности

кирмакинской свиты против обыкновения представлена почти полностью глинами, в то время как глинисто-алевритовая калинская свита содержит хорошо отсортированные пески. Однако эти изменения не меняют общего

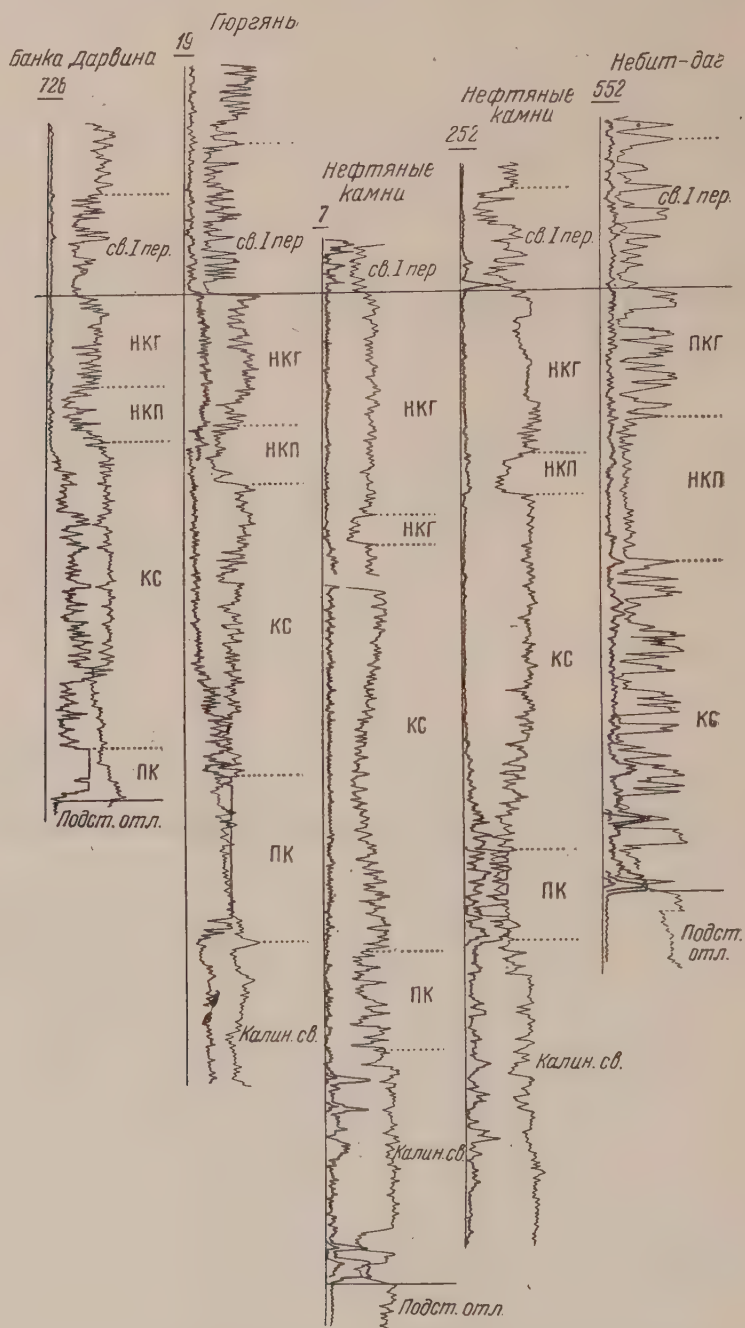


Рис. 2. Схема параллелизации свит нижнего отдела продуктивной толщи Апшеронского архипелага и красноцветной толщи Небит-дага

облика свиты. Следует отметить, что сходство литологического состава свит не исключает возможность различия в минералогическом составе свит. Установление в разрезе красноцветной толщи Небит-дага известности свит нижнего и среднего отделов продуктивной толщи Апшеронского а

ипелага, выраженных в той же фации, представляет огромный теоретический интерес и свидетельствует о единстве условий осадконакопления в Апшеронской области, Апшеронском пороге и в Прибалханской антиклинальной зоне в век продуктивной толщи.

Всесоюзный нефтегазовый  
научно-исследовательский институт

Поступило  
26 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. В. Абрамович, Сборн. ГРБ Азнефти, Баку, 1947. <sup>2</sup> А. А. Али-Заде, Изв. АН ТуркмССР, № 4 (1953). И. М. Губкин, Тектоника юго-восточного Кавказа в связи с нефтеносностью этой области, 1934. <sup>4</sup> В. А. Горин, Докл. АН АзербССР, № 12 (1951). <sup>5</sup> И. И. Потапов, Изв. АН АзербССР, № 2 (1947). <sup>6</sup> Л. В. Путовалов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 4 (1951). <sup>7</sup> А. Д. Султанов, Литология продуктивной толщи Азербайджана, Изд. АН АзербССР, 1949. <sup>8</sup> В. Е. Хайн, Геотектонические основы поисков нефти, 1954.



Л. Д. МИРОШНИКОВ

## ОБ ОТКРЫТИИ ОТЛОЖЕНИЙ ОРДОВИКА И СИЛУРА НА ПОЛУОСТРОВЕ ЧЕЛЮСКИНА

(Представлено академиком Н. М. Страховым 11 VII 1956)

Сведения о геологическом строении наиболее северной оконечности Таймыра, полуострова Челюскина, до последнего времени оставались чрезвычайно скудными. После зимовки Г. Д. Аллера на полярной станции мыса Челюскина (1932—33 г.) стало известно о развитии в центральных частях полуострова докембрийских и кайнозойских образований. Г. Д. Аллером также описаны отложения нижнего палеозоя, к которым он условно отнес филлиты, перекристаллизованные известняки и песчаники в северных районах полуострова (<sup>1-3</sup>). Дальнейшими исследованиями данные Аллера не подтвердились.

В 1947 г. М. Г. Равич в центральной и южной частях района обнаружил отложения среднего палеозоя в виде сланцево-карбонатной толщи, залегающей на кристаллических породах верхнего протерозоя и сложенной известняками и глинистыми сланцами, из которых А. М. Обут определил граптолитов *Climacograptus* sp. и *Diplograptus* sp. indet. По заключению А. М. Обута возраст толщи определен «не выше лландовери, ... хотя верхнюю половину ордовика исключать нельзя».

В 1948—50 гг. автор, работая в центральных и южных районах полуострова Челюскина, расчленил сланцево-карбонатную толщу, выделив отложения ордовика и силура. В бассейнах рр. Широкой и Каменной были открыты фаунистически охарактеризованные отложения лландейло, карадока, лландовери, венлока и лудлоу.

Изученный автором разрез последовательной серии ордовик — силурийских отложений выглядит следующим образом.

1. На образованиях верхнего протерозоя несогласно залегают немые метаморфизованные мелкозернистые песчаники мощностью 500 м, условно датируемые верхами верхнего кембрия — низами ордовика (тремадок?).

2. Постепенно терригенные отложения сменяются карбонатными, пелитоморфными и криптокристаллическими, слегка мраморизованными, тонкослоистыми известняками, лишенными фауны, содержащими в нижних горизонтах псаммито-алевритовую примесь и линзовидные прослои песчано-глинистых сланцев. Мощность карбонатных отложений до 1000 м, возраст условно аренг (<sup>?</sup>) — лландейло.

3. На известняках лежат глинисто-алевритовые и алеврито-глинистые филлитизированные сланцы с граптолитами лландейло — *Diplograptus* (*Glyptograptus*) ex gr. *teretiusculus* (Hisinger) (внизу) и карадока — *Climacograptus* aff. *scolaris* var. *miserabilis* Elles et Wood (в верхней части). Мощность горизонта колеблется от 70—80 м до 600—800 м. В месте своей наибольшей мощности сланцы развиваются за счет подстилающих известняков, вследствие чего по простирацию терригенные породы переходят в карбонатные.

4. Разрез ордовика завершается горизонтом литоидных известняков плохо сохранившимися колониями кораллов. Его мощность до 500 м, по возрасту горизонт принадлежит карадоку.

Известняки постепенно переходят в глинистые сланцы силура. В разрезе силура последовательно лежат:

5. Глинистые сланцы с граптолитами лландовери\*: *Monograptus* (*Streptograptus*) ex gr. *lobiferus* (McCoy), *M.* (*Pristiograptus*) aff. *concinnus* Lapw., *M.* cf. *gregarius* Lapw., *M.* sp., *Diplograptus* sp. indet., *Climacograptus* sp. indet., *Demirastrites convalutus* (Hisinger), *Demirastrites* sp., *Rastrites* sp.

Кроме граптолитов в сланцах найдены отпечатки наземной флоры *Psyllophyton* sp. и *Calamophyton* sp., а так же многочисленные отпечатки стеблей *Arthrophyta*, напоминающие каламифитов. Мощность горизонта 400—500 м.

6. Алевроито-глинистые сланцы с граптолитами веплока: *Monograptus* aff. *riccartonensis* Lapw., *M.* ex gr. *priodon* (Broun), *M.* sp. indet, *Monoclimacis* sp. indet.

В нижней части горизонта встречаются: *Monograptus* (*Streptograptus*) ex gr. *exighus* (Nickolson), *Monograptus* (*Pematograptus*) sp., *M.* *spiralis* (Geinitz), *Monoclimacis* ex gr. *asiatica* (Obut), *M.* aff. *linnarssonii* (Tulberg), *Thyrsograptus* aff. *turriculatus* (Barrende), *Spyrograptus spiralis* (Geinitz), *Spyrograptus* sp. Мощность горизонта 400 м.

7. Глинисто-алевритовые сланцы с граптолитами лудлоу: *Monograptus* (*Pristiograptus*) ex gr. *duboisii* Suess, *Monograpti* sp. indet. Мощность горизонта 300 м.

8. Серия венчается тонкорассланцованными алевролитами, зернистость которых вверх по разрезу постепенно увеличивается и самые верхние слои горизонта представлены уже мелкозернистыми полимиктовыми песчаниками. В породах в изобилии содержатся ядра *Tentaculites* и отпечатки панцирей и хвостовых шипов ракообразных из семейств *Phyllocarida* и *Hemiporidae*. Комплекс фауны, по мнению А. М. Обуто, позволяет относить возраст горизонта к самым верхам лудлоу, а может быть даже и к низам девона. Мощность горизонта 120—150 м.

Граптолитовые сланцы ордовика и силура содержат в изобилии знаки тираби, свидетельствующие о малой глубине отложения осадков. В более южных районах Таймыра граптолитовые сланцы в виде маломощных (от 0,2—0,3 до 30—50 м) слоев перемежаются с известняками, содержащими кораллы, брахиоподы и другую фауну, а еще далее на юг (как и на запад) граптолитовые фации полностью замещаются карбонатными.

Научно-исследовательский институт  
геологии Арктики

Поступило  
25 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. Д. Аллер, Бюлл. Арктич. инст., № 12 (1933). <sup>2</sup> Г. Д. Аллер, Изв. Геогр. общ., 68, в. 3 (1936). <sup>3</sup> Г. Д. Аллер, ДАН, 2, № 6 (1936).

\* Все определения фауны и флоры произведены А. М. Обутом.

Г. И. ТЕОДОРОВИЧ, Л. П. ГРОЗДИЛОВА и Н. С. ЛЕБЕДЕВА

## ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ БАШКИРСКОГО ЯРУСА ГОРНОЙ БАШКИРИИ ПО ФАУНЕ ФОРАМИНИФЕР

(Представлено академиком С. И. Мироновым 13 IV 1956)

На основе монографического изучения фауны брахиопод из разрезов Башкирии С. В. Семихатова выделил в 1934 г. башкирские слои, понимаемые как ярус (<sup>4</sup>, <sup>6</sup>, <sup>8</sup>), а в 1936 г. показала, что свиты F, G, H и, вероятно, I Донбасса отвечают башкирским слоям или ярусу (<sup>5</sup>). В 1941 г. С. В. Семихатова подразделила башкирский ярус Горной Башкирии на две части — нижний и верхний хориститовые комплексы (<sup>6</sup>). В 1945 г. Г. И. Теодорович обосновал необходимость выделения на территории СССР башкирского или нижнего яруса среднего карбона, подразделив его на 3 горизонта (<sup>9</sup>), а позднее в 1952 г. подчеркнул, что среднебашкирский горизонт следует разделить на две части (<sup>11</sup>). Летом 1954 г. Г. И. Теодорович собрал каменный материал для изучения распределения фауны фораминифер в верхней части нижнего намюра, верхнем намюре, башкирском ярусе и нижней части московского яруса из опорных разрезов бассейна реки Зилим на Южном Урале. Фауна фораминифер из этих разрезов в 1954 и 1955 гг. была изучена Л. П. Гроздиловой и Н. С. Лебедевой. На основе изучения фауны фораминифер, а также при учете данных по распределению характерной фауны брахиопод и отчасти кораллов, устанавливается подразделение башкирского яруса Горной Башкирии на 5 горизонтов.

На основании нахождения башкирских хориститов во всем комплексе пород нижнебашкирского горизонта ( $C_2^{1-2}$ ) (<sup>11</sup>) и наши сборы 1954 г.) он полностью относится нами к среднему карбону — нижней части башкирского яруса, а по фауне фораминифер подразделяется на два горизонта:  $C_2^{1-1}$  и  $C_2^{1-2}$ .

Нижний горизонт башкирского яруса ( $C_2^{1-1}$ ) мощностью до 30 м, — содержащий (из макрофауны) *Choristites* ex gr. *bisulcatiformis* Semich., *Chor.* cf. *bisulcatiformis* Semich., *Linoproductus* cf. *ovatus* Hall., *Lytvophyllum tschernovi* var. *antiqua* Gorsky, — характеризуется наличием ряда эоштаффел (*E. acuta* Grozd. et Leb., *E. lata* Grozd. et Leb., *E. ex. gr. kashirica* Raus), *Bradyina cribrostomata* Raus. et Reitzl и т. д. Горизонт  $C_2^{1-1}$  обладает следующим комплексом фораминифер: *Ozawainella* sp. n., *Millerella elegantula* Raus., *M. umbilicata* Kir., *M. cf. carbonica* Grozd. et Leb., *M. aff. uralica* Kir., *M. cf. marblensis* Thomps., *Eostaffella acuta* Grozd. et Leb., *Eost. acuta* var. *lata* Kir., *Eost. lata* Grozd. et Leb., *Eost. exilis* Grozd. et Leb., *Eost. ljudmilae* Raus., *Eost. lenticula* Grozd. et Leb., *Eost. breviscula* Gan., *Eost. ex. gr. kashirica* Raus., *Eost. postmosquensis* Kir., *Eost. postmosquensis* var. *compressa* Brazhn., *Eost. pseudostruvei* Raus., *Eost. pseudostruvei* var. *angusta* Kir., *Eost. pseudostruvei* var. *chomatifera* Kir., *Eost. varvariensis* Brazhn. et Pot., *Eost. donbassica* Kir., *Eost. postparva* Brazhn., *Eost. klautzanee* Grozd. et Leb., *Eost. parastruvei* var. *chussovensis* Kir., *Eost. mixta* Raus., *Eost. minutissima* Raus., *Eost. ex. gr. paraprotvae* Raus., *Eost. paraprotvae* Raus., *Eost. eoprotvae* Brazhn., *Parastaffella timanica* Raus., *Par. aff. ivanovi*



(Dutk.), *Par. pritonensis* Grozd. et Leb., *Bradyina cribrostomata* Raus. et Reitl., *Br. ex gr. cribrostomata* Raus. et Reitl., *Endothyra Bradyi* Mikh., *En. inusitata* Reitl., *En. aff. inusitata* Reitl., *En. cf. spirilliniformis* Brazhn. et Pot., *En. rzhevica* Reitl., *Archaediscus baschiricus* Krest. et Theod., *Ar. pustulus* Grozd. et Leb., *Ar. gregorii* Dain, *Ar. postrugosus* Reitl., *Ar. latispiralis* Grozd. et Leb., *Ar. baschkiricus* var. *pressula* Grozd. et Leb., *Ar. subbaschkiricus* Reitl., *Ar. subbaschkiricus* var. *grandis* Reitl., *Tetrataxis* *ex gr. eominima* Raus., *T. parviconica* Lee et Chen, *Globivalvulina mosquensis* Reitl., *Gl. cf. granulosa* var. *compressa* Reitl., *Tuberitina* sp. В верхней части местами отмечены отдельные *Pseudostaffella* sp.

Второй горизонт башкирского яруса бассейна р. Зилим ( $C_2^{1-2}$ ), мощностью до 20—30 м, отвечает верхней части нижнебашкирского горизонта ( $C_2^{1a}$ ) Г. И. Теодоровича; в нем также присутствуют кораллы *Lytvophyllum tschernovi* var. *antiqua* Gorsky. Помимо наличия комплекса башкирских хориститов, горизонт ( $C_2^{1-2}$ ) характеризуется появлением среди фораминифер значительного количества псевдоштаффелл и ряда среднекаменноугольных форм других родов фораминифер. Комплекс фораминифер горизонта  $C_2^{1-2}$  таков: *Pseudostaffella antiqua* (Dutk.), *Ps. ex gr. antiqua* (Dutk.), *Ps. aff. compressa* Raus., *Ps. minjarica* Grozd. et Leb., *Ps. cf. irinovkensis* Leont., *Ps. cf. varsanofievae* Raus., *Ps. pumilla* Grozd. et Leb., *Ensc.*, *Schubertella* sp., *Millerella elegantula* Raus., *M. carbonica* Grozd. et Leb., *M. umbilicata* Kir., *Eostaffella acuta* Grozd. et Leb. *Eost. acuta* var. *lata* Kir., *Eost. lata* Grozd. et Leb., *Eost. breviscula* Gan., *Eost. kashirica* Raus., *Eost. cf. acutissima* Kir., *Eost. pseudostruvei* var. *augusta* Kir., *Eost. cf. pseudostruvei* var. *chomatifera* Kir., *Eost. aff. pseudostruvei* Raus., *Eost.*, *minutissima* Raus., *Eost. ex gr. korobcheevi* Raus., *Eost. postmosquensis* Kir., *Eost. postmosquensis* var. *acutiformis* Kir., *Eost. postmosquensis* var. *compressa* Brazhn., *Eost. cf. klautzanae* Grozd. et Leb. *msc.*, *Eost. varvariensis* Brazhn. et Pot. (низы горизонта), *Eost. donbassica* Kir. (низы), *Eost. mutabilis* Raus., *Eost. mixta* Raus., *Eost. protvae* Raus., *Eost. cf. paraprotvae* Raus., *Parastaffella aff. dagmarae* (Dutk.), *Par. aff. tschernjaevae* Grozd. et Leb., *Bradyina cribrostomata* Raus. et Reitl., *Br. ex gr. cribrostomata* Raus. et Reitl., *Br. ex gr. nautiliformis* Moell., *Br. cf. nautiliformis* Moell., *Br. cf. samarica* Reitl., *Br. minima* Reitl., *Endothyra Bradyi* Mikh., *En. bradyi* var. *lata* Kir., *En. bradyi* var. *irregularis* Kir., *En. aff. inusitata* Reitl., *En. spirilliniformis* Brazhn. et Pot., *En. rzhevica* Reitl., *Archaediscus baschiricus* Krest. et Theod., *Ar. pustulus* Grozd. et Leb., *Ar. subbaschkiricus* Reitl., *Ar. subbaschiricus* var. *grandis* Reitl., *Ar. baschiricus* var. *pressula* Grozd. et Leb., *Ar. gregorii* Dain, *Ar. postrugosus* Reitl., *Ar. ex gr. timanicus* Reitl., *Ar. latispiralis* Grozd. et Leb., *Ar. borealis* Reitl., *Tuberitina bullacea* Gall. et Harlt.

Среднебашкирский горизонт ( $C_2^{1b}$ )\* Г. И. Теодоровича с наиболее характерной башкирской фауной брахиопод и фораминифер распадается, естественно (и по фораминиферам, и по брахиоподам), на две части: нижняя, или горизонт  $C_2^{1-3}$  с многочисленными псевдоштаффеллами; верхняя, или горизонт  $C_2^{1-4}$ , с первыми профузулинеллами и более разнообразными псевдоштаффеллами. Граница между горизонтами  $C_2^{1-3}$  и  $C_2^{1-4}$  совпадает с границей между нижним и верхним хористовыми комплексами башкирского яруса (6).

Комплекс фораминифер горизонта  $C_2^{1-3}$  бассейна реки Зилим, имеющего мощность около 25—40 м, таков: *Pseudostaffella antiqua* (Dutk.) — много, *Ps. ex gr. antiqua* (Dutk.), *Ps. antiqua* var. *grandis* Schlyk., *Ps. proozawai* Kir., *Ps. aff. proozawai* Kir., *Ps. ex gr. proozawai* Kir., *Ps. uralica*

\* По сообществу фораминифер нижняя часть среднебашкирского горизонта ( $C_2^{1b}$ ) Г. И. Теодоровича, соответствующая горизонту  $C_2^{1-3}$ , тесно связана с горизонтом  $C_2^{1-2}$ .



Kir., Ps. primaeva Putrja, Ps. aff. compressa Raus., Ps. minjarica Grozd. et Leb., Ps. cf. korobezkichi Raus. et Saf., Schubertella ex gr. obscura Lee et Chen., Schubertella sp., Millerella aff. umbilicata Kir., Millerella sp., Eostaffella ex gr. acuta Grozd. et Leb., Eost. lata Grozd. et Leb., Eost. breviscula Gan., Eost. defecta Grozd. et Leb., Eost. postmosquensis var. compressa Brazhn., Eost. postmosquensis Kir., Eost. ex gr. pseudostruvei Raus., Parastaffella ex gr. ivanovi (Dutk.), Par. umbonata Raus., Par. cf. preobrajenskyi (Dutk.), Bradyina chribrostomata Raus. et Reitl., Br. ex gr. cribristomata Raus. et Reitl., Endothyranella sp., Archaediscus baschkiricus Krest. et Theod.—много, Ar. pustulus Grozd. et Leb.—много, Ar. baschkiricus var. pressula Grozd. et Leb., Ar. postrugosus Reitl., Ar. gregorii Dain., Ar. gregorii var. acutiformis Grozd. et Leb., Archaediscus sp. Повидимому «слои со Staffella antiqua» Кельтменского вала (<sup>2,10</sup>) отвечают горизонту  $M_2^{1-3}$ .

Комплекс фораминифер горизонта  $C_2^{1-4}$ , бассейна р. Зилим, имеющего мощность около 25—40 м, следующий: Profusulinella ex gr. parva Lee et Chen, Pr. bona Grozd. et Leb., Profusulinella sp., Pseudostaffella antiqua (Dutk.)—много, Ps. ex gr. antiqua (Dutk.), Ps. cf. antiqua var. grandis Schlyk., Ps. proozawai Kir.—много, Ps. aff. proozawai Kir., Ps. ex gr. proozawai Kir., Ps. uralica Kir., Ps. minjarica Grozd. et Leb., Ps. aff. paracompressa Saf., Ps. paracompressa var. extensa Saf., Ps. aff. primaeva Putrja, Ozawainella sp., Oz. lepida Grozd. et Leb., Schubertella cf. acuta Raus., Sch. ex gr. obscura Lee et Chen, Millerella cf. carbonica Grozd. et Leb., M. uralica Kir., Eostaffella cf. acuta Grozd. et Leb., Eost. pseudostruvei Raus., Eost. pseudostruvei var. angusta Kir., Eost. mixta Raus., Eost. postmosquensis Kir., Eost. postmosquensis var. acutiformis Kir., Eost. exilis Grozd. et Leb., Parastaffella timanica Raus., Par. preobrajenskyi (Dutk.), Par. bradyi (Möell.), Par. pritonensis Grozd. et Leb., Par. inoptata Grozd. et Leb., Par. aff. composita (Dutk.), Par. jazvensis Grozd. et Leb., Par. ex gr. pseudosphaeroidea (Dutk.), Par. aff. umbonata Raus., Bradyina sp., Pseudobradyna sp., Endothyra aff. inusitata Reitl., Endothyranella aff. gracilis Raus., Archaediscus baschkiricus Krest. et Theod., Ar. ex gr. baschkiricus Krest. et Theod., Ar. pustulus Grozd. et Leb., Ar. gregorii Dain, Ar. subbaschkiricus Reitl., Ar. postrugosus Reitl., Ar. cf. timanicus Reitl., Ar. latipiralis Groz. et Leb., Ar. pseudomoelleri Reitl.

Как выяснилось, первые профузулины появляются обычно с основания горизонта  $C_2^{1-4}$ , т. е. верхней половины среднебашкирского горизонта ( $C_2^{1b2}$ ); с этого же уровня обычно делаются многочисленными Pseudostaffella proozawai Kir. Повидимому, так называемые «башкирские слои» Кельтменского вала (<sup>2, 10, 1</sup>) отвечают нашему горизонту  $C_2^{1-4}$ .

Комплекс фораминифер верхнебашкирского горизонта ( $C_2^{1c}$ )\* вместе с нижней частью переходных слоев к московскому ярусу,—составляющих около 50 м мощности, содержащих в пределах горизонта  $C_2^{1c}$  характерную верхнебашкирскую фауну брахиопод и обозначаемых здесь как  $C_2^{1-5}$ , таков: Profusulinella ex gr. parva Lee et Chen, Profusulinella sp., Pr. aff. staffelloides Man., Pr. aff. prisca (Deprat), Pseudostaffella gorskyi (Dutk.), Ps. ex gr. gorskyi (Dutk.), Ps. cf. antiqua (Dutk.), Ps. aff. larionovae Raus., Ozawainella cf. abdita Grozd. et Leb., Oz. cf. rhomboidalis Putrja, Oz. ex gr. angulata (Col.), Oz. ex gr. rhomboidalis Putrja, Oz. cf. donbassensis Sosn., Oz. ex gr. kurachovenskyi Man., Schubertella obscura Lee et Chen, Sch. aff. pauciseptata Raus., Sch. ex gr. pauciseptata Raus., Schubertella sp., Millerella aff. carbonica Grozd. et Leb., Eostaffella cf. acuta

\* Сообщество фораминифер верхнебашкирского горизонта ( $C_2^{1c}$ ) схемы Г. И. Теодорича или  $C_2^{1-5}$  является близким нижележащему горизонту  $C_2^{1-4}$  и проведение границы между ними затруднительно.

Grozd. et Leb., Eost. mutabilis Raus., Eost. breviscula Gan., Eost. pseudos-  
 truvei var. angusta Kir., Parastaffella ex gr. bradyi (Moell.), Par. aff. tschernae-  
 vae Grozd. et Leb., Bradyina cf. nautiliformis Moell., Endothyra aff.  
 zhevica Reitl., Endothyranella sp. n., Archaediscus baschkiricus Krest. et  
 Theod., Ar. ex gr. baschkiricus Krest. et Theod., Ar. pustulus Grozd.  
 et Leb., Ar. ex gr. gregorii Dain, Ar. timanicus Reitl., Ar. subbaschkiricus  
 Reitl. Так называемые «подверейские слои» Молотовского Приуралья и  
 Кельтменского вала (<sup>2,1,10</sup>) отвечают горизонту  $C_2^{1-5}$  бассейна р. Зилим,  
 скорее — верхнебашкирскому горизонту ( $C_2^{10}$ ).

Между основанием первого горизонта башкирского яруса  $C_2^{1-1}$  и верх-  
 ними слоями известняков, переполненными остатками Striatifera striata  
 (Fisch.) и отвечающими верхнему или протвинскому горизонту нижнего  
 намюра (намюра А), залегают отложения, содержащие в низах Striatifera  
 striata (?) и выше — в отдельных прослоях — единичные мелкие стриати-  
 феры. Комплекс фауны этого горизонта, имеющего по р. Каран-елге мощ-  
 ность около 30—32 м и отвечающего здесь нижней части верхнего намю-  
 ра (или намюра В), следующий: Striatifera ex gr. striata Fisch. (нижняя  
 треть), мелкие стриатиферы (верхи), Parastaffella ex gr. struvei Moell. (нижняя  
 половина), Millerella sp., M. elegantula Raus., Parastaffella ex gr. mathildae  
 (Dutk.), Par. ex gr. preobrajenskyi (Dutk.), Eostaffella postmosquensis  
 Kir., Eost. postmosquensis var. compressa Brazhn., Eost. cf. pseudostruvei  
 var. angusta Kir., Eost. breviscula Gan., Eost. eoprotvae Brazhn., Eost.  
 paraprotvae Raus., Eost. posparva Brazhn., Eost. paraikensis Brazhn., Eost.  
 prisca var. ovoidea Brazhn., Endothyra bradyi var. lata Kir. (верхи),  
 En. aff. inusitata Reitl., En. cf. spirilliniformis Brazhn. et Pot. (верхняя по-  
 ловина), Bradyina ex gr. cribristomata Raus. et Reitl., Archaediscus ex gr.  
 baschkiricus Krest. et Theod., Ar. cf. subbaschkiricus Reitl., Ar. pustulus  
 Grozd. et Leb.

Комплекс фораминифер верхней части верхнего намюра (намюра В),  
 имеющей по р. Каран-елге мощность около 15—20 м и отвечающей нижней  
 части горизонта ( $C_2^{1-1}$ ) О. Л. Эйнора (<sup>12</sup>), где не найдены башкирские хо-  
 риститы, таков: Millerella carbonica Grozd. et Leb., M. elegantula Raus.,  
 Eostaffella postmosquensis Kir., Eost. cf. pseudostruvei Raus. et Reitl.,  
 Eost. pseudostruvei var. angusta Kir., Eost. breviscula Gan., Eost. varvari-  
 ensis Brazhn. et Pot., Eost. paraprotvae Brazhn., Eost. eoprotvae Raus., Eost.  
 klautzanae Grozd. et Leb., Eost. aff. postparva Brazhn., Eost. prisca var.  
 ovoidea Raus., Bradyina ex gr. cribristomata Raus. et Reitl., Endothyra ex  
 gr. bradyi Mikh., En. aff. inusitata Reitl., Archaediscus pustulus Grozd. et  
 Leb., Ar. baschkiricus Krest. et Theod., Ar. subbaschkiricus Reitl., Ar.  
 gregorii var. acutiformis Grozd. et Leb., Ar. timanicus Reitl., Ar. bora-  
 eis Reitl. Непосредственно выше располагается наш горизонт  $C_2^{1-1}$ .

Поступило  
 13 IV 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Г. Д. Киреева, Изв. АН СССР, сер. геол., № 2 (1949). <sup>2</sup> Д. М. Раузер-  
 Черноусова, Изв. АН СССР, сер. геол., № 2 (1949). <sup>3</sup> Е. А. Рейтлингер,  
 Изв. АН СССР, сер. геол., № 6 (1949). <sup>4</sup> С. В. Семихатова, Пробл. сов. геол., № 8,  
 (1934). <sup>5</sup> С. В. Семихатова, Бюлл. МОИП, отд. геол., 16, в. 3 (1936). <sup>6</sup> С. В. Се-  
 михатова, Тр. Палеонт. инст. АН СССР, 12, в. 4 (1941). <sup>7</sup> Г. И. Теодорович,  
 Бюлл. МОИП, отд. геол., 13, в. 1 (1935). <sup>8</sup> Г. И. Теодорович, Пробл. сов. геол.,  
 № 7 (1936). <sup>9</sup> Г. И. Теодорович, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1945). <sup>10</sup> Г. И.  
 Теодорович, Бюлл. МОИП, отд. геол., 27, в. 6 (1952). <sup>11</sup> Г. И. Теодорович,  
 Тр. инст. нефти АН СССР, 3 (1954). <sup>12</sup> О. Л. Эйно́р, ДАН, 104, № 1 (1955).

П. П. ВОРОНКОВ

## ГИДРОХИМИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ГЕНЕТИЧЕСКИХ КАТЕГОРИЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД

(Представлено академиком Н. М. Страховым 11 VII 1956)

При изучении гидрохимического режима поверхностных вод необходимо учитывать существенное влияние искусственного изменения их гидрологического режима в результате зарегулирования водных потоков, возникновения каналов, копаней, прудов, водохранилищ.

Для прогнозирования гидрохимического режима нам представляется наиболее перспективным метод гидрохимического баланса в широком его понимании<sup>(1)</sup>, и в первую очередь наиболее простая его форма, удовлетворяющая водохозяйственные запросы, — метод водно-солевого баланса<sup>(2)</sup>.

В случае естественных водных объектов изменение минерализации и химического состава воды малых водотоков в течение года является следствием преобладания в их русле в различные гидрологические периоды вод разного происхождения. В половодье происходит заполнение русла водами, химический состав которых формируется в самых верхних слоях почвенного покрова. В периоды межени максимальное для водотоков количество растворенных солей и химический состав воды определяются преобладанием в их русле вод, сформировавшихся в толще грунтов водосбора. Кроме того в определенные периоды года в русла водотоков могут поступать воды, дренирующиеся из временных водоносных горизонтов и в силу этого отличающиеся своеобразием химического состава. Таким образом, изменение степени преобладания в русле водотоков вод той или иной генетической категории влечет за собой изменение минерализации и химического состава русловых вод.

Несколько более сложен процесс формирования водных масс в водоемах замедленного стока. Кроме режима русловых вод, питающих эти водоемы, в них в той или иной мере проявляется своеобразие собственного гидрологического режима, определяющееся, во-первых, некоторой аккумуляцией вод притока и, во-вторых, более существенным по сравнению с водотоками испарением, которые в определенных климатических условиях создают более и или менее резко выраженные специфические черты гидрохимического режима этих водоемов.

Следовательно, гидрохимический режим в простейшем виде (без учета выпадения солей и метаморфизации химического состава воды) определяется элементарным водно-солевым балансом. Так как все это в полной мере относится и к искусственным водным объектам, становится очевидной роль генетических категорий поверхностных вод для изучения гидрохимического баланса.

Наиболее соответствующим задачам выделения генетических категорий поверхностных вод критерием нам представляется физико-химический процесс их формирования в условиях определенных водосборов. Так, поступающие на иссушенную поверхность почвенного покрова первые порции атмосферных вод, расходуются на ее промачивание — обволакивание поверхности твердых частиц и заполнение пор между ними. После полного



асыщения влагоемкости поверхностного слоя (достижения водной «сплошности») начинается процесс фильтрации, обеспечивающий промачивание нижележащих слоев. Если поступление атмосферных вод на поверхность почвенного покрова в единицу времени превышает количество, способное профильтроваться вглубь, начинается стекание избытка вод по уклонам этой поверхности. Особенности процесса промачивания и фильтрации определяются и химический состав вод, стекающих по поверхности склонов водосборов, которые можно выделить в качестве первой генетической категории поверхностных вод и назвать **поверхностно-склоновыми**.

Воды, стекающие по поверхности склонов, накапливаются в ложбинках микро-рельефа и при дальнейшем следовании «вырабатывают» дрены — микро-русловую сеть. Поскольку верхний слой почвенного покрова в это время переувлажнен, он отдает в дрены часть воды, соответствующую степени переувлажнения. Отдача в микро-русловую сеть избытка влаги из почвенного слоя продолжается в течение всего периода, в который переувлажненность его поддерживается поступлением атмосферной воды.

Воды, дренирующиеся из переувлажненного почвенного слоя и формирующие свой химический состав в его толще, по существу являются второй генетической категорией поверхностных вод — почвенными водами, или точнее — водами «почвенного дренирования», поскольку они рассматриваются после выхода в дрены. Однако в силу того, что почвенные воды могут дренироваться главным образом при наличии на поверхности почвы поверхностно-склоновых вод, вследствие чего неизбежно их смешение в мелких дренах с последними\* представляется рациональным выделить в качестве основной генетической категории не воды почвенного дренирования, а их смесь с поверхностно-склоновыми водами. Так как в этой смеси главную массу могут представлять поверхностно-склоновые воды, эту генетическую категорию поверхностных вод есть основание назвать **почвенно-поверхностными** водами. Последние составляют главную массу вод, заполняющих русловую сеть в периоды весеннего половодья и дождевых паводков.

В результате неоднородности почвенно-грунтовой толщи по механическому составу, та часть вод, которая фильтруется в глубину этой толщи, может накапливаться над относительными водоупорами, если приток воды сверху превышает их фильтрационную способность, и стекать соответственно гидравлическим уклонам. Скопления таких вод могут носить в одних случаях кратковременный характер, образуя так называемые временные водоносные горизонты, а в других (над малопроницаемыми породами) — более или менее постоянный — грунтовые воды.

После схода снежного покрова или прекращения обильных атмосферных осадков поступление почвенно-поверхностных вод в русловую сеть прекращается и в это время преобладающими в ней могут быть воды, дренирующиеся из почвенно-грунтовой толщи, т. е. из временных водоносных горизонтов. К этим водам в русловой сети примешиваются и «береговые» воды, поступающие сюда из почвенно-грунтовой толщи берегов в периоды интенсивного падения уровня водотоков (воды «берегового регулирования»<sup>3)</sup>). В силу хорошо выраженных закономерностей формирования, определяющих своеобразие их химического состава, указанные воды представляют собой генетическую категорию поверхностных вод, которую можно назвать **почвенно-грунтовыми** водами, точнее — водами «почвенно-грунтового дренирования».

Последней генетической категорией поверхностных вод являются воды грунтового происхождения, т. е. воды, дренирующиеся в русловую сеть

\* В отдельных случаях почвенные воды могут дренироваться из переувлажненного слоя над иллювиальным горизонтом и стекать по микро-русловой сети в более или менее «истом» виде.



из постоянных водоносных горизонтов толщи грунтов, которые можно называть грунтовыми водами, точнее — водами «грунтового дренирования».

Гидрохимические исследования Государственного гидрологического института и наблюдения, проведенные в системе Гидрометслужбы, позволяют установить в общих чертах как величины минерализации, так и химический состав основных генетических категорий поверхностных вод Европейской территории СССР. Эти характеристики определяются, во-первых, общими физико-химическими закономерностями формирования поверхностных вод и, во-вторых, особенностями физико-географических условий водосборов.

Основной, общей для всех географических зон физико-химической закономерностью является то, что в процессе промачивания иссушенной поверхности почвенного покрова, накапливающиеся здесь в результате выветривания минералов, минерализации растительных и животных остатков и капиллярного поднятия почвенно-грунтовых и грунтовых вод, сравнительно легко растворимые химические соединения растворяются первыми порциями атмосферных вод и затем, при инфильтрации, увлекаются вглубь почвогрунтов. Этим процессом определяется формирование химического состава вод, стекающих в дальнейшем по поверхности склонов водосборов, которое может происходить за счет растворения сравнительно малорастворимых соединений, главным образом карбонатных (переходящих при участии  $\text{CO}_2$  в гидрокарбонатные) и остатков легкорастворимых соединений. Этим обуславливается малая минерализация поверхностно-склоновых вод на всей территории от севера лесной зоны до юга степной (главным образом от 20 до 150 мг/л) и более или менее резко выраженный их гидрокарбонатный характер, определяющийся преобладанием (в эквивалентном отношении) в составе анионов  $\text{HCO}_3^-$  (от 28 до 46% экв) и в составе катионов  $\text{Ca}^{++}$  (от 26 до 42% экв.). Колебания в указанных пределах зависят от условий формирования химического состава поверхностно-склоновых вод в каждой географической зоне, т. е. от комплекса физико-географических факторов.

Исключением в этом отношении являются поверхностно-склоновые воды, стекающие с облесенных водосборов. Выпадая на поверхность лесной подстилки, атмосферные воды до стекания по уклонам почвенного покрова омывают отложения разлагающихся органических веществ, в результате чего поверхностно-склоновые воды характеризуются здесь весьма малой минерализацией (порядка 10—20 мг/л) и резко выраженным сульфатным характером (от 46 до 49% экв.  $\text{SO}_4^{--}$ ). Содержание ионов  $\text{HCO}_3^-$  в таких водах может доходить до аналитического нуля вследствие высокой концентрации ионов  $\text{H}^+$  (рН 4,0—4,6) и соответственного уменьшения степени диссоциации  $\text{H}_2\text{CO}_3^{(4)}$ .

Рассмотренным выше процессом, общим для всех географических зон, определяется и химический состав почвенно-поверхностных вод. В результате действия процесса «вымывания» хорошо растворимых солей вглубь почвогрунтов почвенные воды, дренирующиеся из верхних горизонтов, могут «вымывать» лишь сравнительно небольшие их количества. Вследствие этого почвенно-поверхностные воды на всей территории Европейской части СССР имеют лишь несколько повышенную по сравнению с поверхностно-склоновыми водами минерализацию (50—250 мг/л) при столь же хорошо выраженном гидрокарбонатном характере и преобладании в составе катионов  $\text{Ca}^{++}$ . Однако на поверхности облесенных водосборов эта категория вод не может образоваться вследствие отсутствия хорошо выраженных дрен и основная роль в этих условиях может принадлежать поверхностно-склоновым водам.

Почвенно-грунтовые воды по условиям их формирования, определяющим величину их минерализации и химический состав, являются категорией промежуточной между водами почвенно-поверхностными и грунтовыми. Минерализация и химический состав почвенно-грунтовых вод, так же

так и их количество, носят хорошо выраженный зональный характер, причем в границах одной и той же географической зоны эти характеристики могут значительно колебаться в зависимости от инфильтрационных свойств почвенного покрова, водопроницаемости грунтов береговых склонов и водосборов и от гидрогеологических условий последних. Существенные колебания из года в год могут происходить также в зависимости от количества осадков выпадающих в осенне-зимний сезон, от гидрометеорологических условий предыдущей осени и условий снеготаяния. Условия, способствующие накоплению повышенных количеств почвенно-грунтовых вод, являются одновременно и условиями, обеспечивающими пониженную их минерализацию и увеличение относительного содержания ионов  $\text{HCO}_3^-$  и  $\text{Ca}^{++}$ .

Минерализация и химический состав грунтовых вод для Европейской территории СССР подвержены определенным зональным изменением, выраженность которых усиливается по мере следования с северо-запада на юго-восток. Значительно менее выраженные изменения можно заметить и внутри зон — по направлению с северо-востока на юго-запад. В лесной и лесостепной зонах грунтовые воды имеют хорошо выраженный гидрокарбонатный характер (30—46% экв.  $\text{HCO}_3^-$ ) при преобладании ионов  $\text{Ca}^{++}$  в катионном составе. В лесной зоне минерализация этих вод колеблется главным образом в пределах 50—350 мг/л, а в лесостепной — 400—800 мг/л. Однако в южной части лесостепной области Заволжья наблюдается повышенная минерализация грунтовых вод (свыше 1000 мг/л), причем в составе анионов становятся преобладающими ионы  $\text{SO}_4^{--}$  (36—44% экв.).

В степной зоне грунтовые воды сохраняют гидрокарбонатный характер лишь вблизи северной ее границы (26—28% экв.  $\text{HCO}_3^-$ ), тогда как на остальной территории зоны они имеют в различной степени выраженный сульфатный или хлоридный характер, при преобладании в большинстве случаев ионов  $\text{Na}$  в составе катионов. Минерализация грунтовых вод в степной зоне по мере следования с севера на юг резко увеличивается от 800 до 8000 мг/л. Этим определяется та исключительная роль, которую они играют в процессе засоления толщи почвогрунтов и водных масс водотоков и водоемов.

Государственный гидрологический институт  
Экспедиция по изучению водных ресурсов  
целинных и залежных земель

Поступило  
18 VIII 1955

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Л. Л. Россолимо, Тр. Лимнол. ст. в Косине, в. 17 (1934). <sup>2</sup> П. П. Воронков, Тр. ГГИ, в. 33 (87) (1951). <sup>3</sup> Б. И. Куделин, ДАН, 71, № 1 (1950). <sup>4</sup> П. П. Воронков, Тр. ГГИ, в. 33 (87) (1951).

Б. И. КУДЕЛИН

## ОПЫТ РЕГИОНАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ЕСТЕСТВЕННЫХ РЕСУРСОВ АРТЕЗИАНСКИХ ВОД

(Представлено академиком Д. И. Шербаковым 21 VI 1956)

В литературе имеется лишь две попытки <sup>(1,2)</sup> подсчета ресурсов подземных вод крупных артезианских бассейнов, которые, однако, нельзя признать удовлетворительными. В работах этих отсутствует методика, которая позволила бы дать оценку ресурсов глубоких вод крупных структур. Хорошо разработанная в гидрогеологии методика определения производительности пластов откачкой не может быть применена для этих целей ввиду высокой стоимости опытных работ.

Под естественными ресурсами понимается обеспеченный питанием приток или отток подземных вод. Автор еще в 1951 г. <sup>(3)</sup> предложил для определения величины питания или стока артезианских бассейнов метод среднего многолетнего водного баланса, исходя из уравнения, которое составляет для областей питания или разгрузки:

$$\pm W_0 = X_0 - Y_0 - Z_0, \quad (1)$$

где  $\pm W_0$  — дефицит или избыток влаги соответственно в областях питания или разгрузки артезианского бассейна, т. е. его естественные ресурсы;  $X_0$  — среднемноголетняя величина осадков;  $Y_0$  — среднемноголетняя величина речного стока;  $Z_0$  — среднемноголетняя величина испарения.

Если за элементарный воднобалансовый участок принять речной бассейн или его часть, то задача определения естественных ресурсов (питания) артезианского бассейна сведется к сравнительно простой и уже известной в гидрологии задаче — составлению и изучению среднего многолетнего водного баланса замкнутых речных бассейнов.

Описанный принцип расчета был применен нами к Днепровско-Донецкому артезианскому бассейну, в пределах обширной области питания которого располагаются верхние части бассейнов собственно Днепра, его левобережных притоков — Сожа, Десны, Сейма, Псела, Ворсклы, бассейнов Северного Донца и Оскола, а также верховья рек Тима, Кшени и Олыма. Довольно густая сеть водомерных постов обеспечивает нахождение такого важного элемента водного баланса, как величина  $Y_0$ , без каких-либо затруднений из справочной гидрологической литературы;  $X_0$  находилось из климатических справочников по данным о норме осадков метеорологических станций, расположенных в бассейне, способом среднеарифметического,  $Z_0$  рассчитывалось геофизическими методами. Область питания была разбита на 11 основных воднобалансовых участков, в пределах которых были выделены 26 более мелких воднобалансовых участков, приуроченных к частным речным бассейнам (рис. 1).

Воднобалансовые расчеты позволили в значительной степени уточнить и детализировать гидрогеологическую характеристику области питания Днепровско-Донецкого артезианского бассейна. На северо-восточном крыле его бассейн собственно Днепра (участок Смоленск—Орша,  $F = 3930 \text{ км}^2$ ), и верховья р. Оскола (до Ездоцкой,  $F = 1540 \text{ км}^2$ ) выступают в



а качестве местных очагов разгрузки напорных вод. Отрицательное приращение одного баланса составляет здесь соответственно 59,2 и 46,0 мм в год или 10,2 и 8,6% от среднемноголетней величины осадков. Отрицательное приращение водного баланса (меньшей величины) было получено и по другим участкам

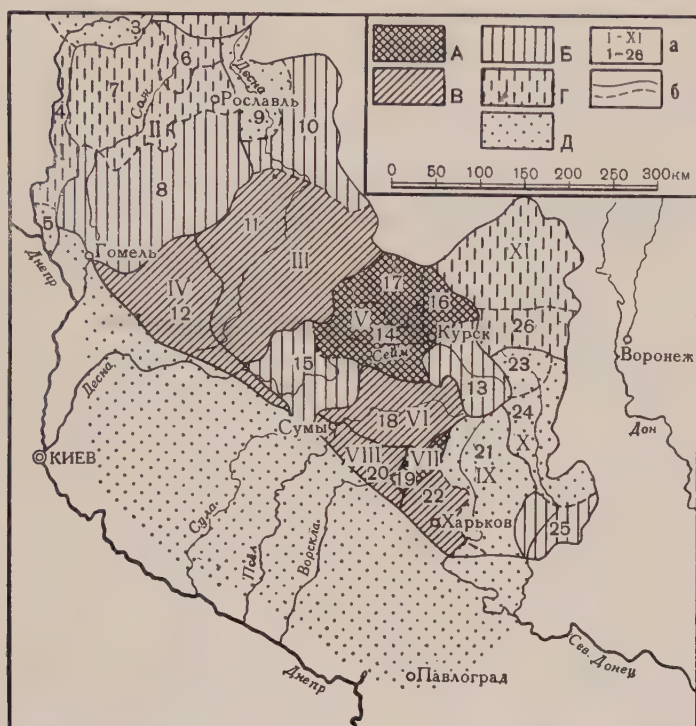


Рис. 1. Карта средне-многолетних величин  $\pm W_0$  на территории Днепровско-Донецкого артезианского бассейна.  $\pm W_0$  в мм за год: А—80—60; Б—60—40; В—40—20; Г—20—0; Д—0 и <0. а—1—XI, 1—26 — номера воднобалансовых участков, б — границы воднобалансовых участков

общей площадью 56340 км<sup>2</sup>. Наряду с этим воднобалансовые расчеты выявили и места наиболее интенсивного поглощения атмосферных вод. В бассейне Сейма, который в целом отличается высокой инфильтрацией, очагами наиболее сильного питания артезианских водоносных горизонтов являются участки, занимаемые притоками Свапой и Тускарью, а также участок долины Сейма между Лебяжьим и Рыльском. Это вполне естественно, поскольку в пределах указанных бассейнов наблюдается наибольшая обнаженность сеноманских и нижнемеловых песков. Здесь среднемноголетняя величина глубокой инфильтрации ( $W_0$ ) достигает 69—76 мм в год, что превышает рунтовый сток в реки и составляет более 12—13% от выпадающих в бассейне осадков.

Воднобалансовые расчеты показали, что из 216350 км<sup>2</sup>, которые занимают северо-восточное крыло Днепровско-Донецкой впадины (относимые другими авторами к области питания), 104100 км<sup>2</sup> не играют заметной роли в питании артезианского бассейна, а на площади 5470 км<sup>2</sup> происходит интенсивная разгрузка напорных вод. Произведенный гидрогеологический анализ балансовых расчетов показал, что их результаты соответствуют геотектурным и гидрогеологическим условиям отдельных воднобалансовых участков. Таким образом, здесь мы имеем случай, когда область питания очаги разгрузки артезианского бассейна выделяются не только по геологическим признакам, но и на основании объективных данных воднобалан-



совых расчетов, фиксирующих места поглощения атмосферных осадков и места выходов на поверхность напорных артезианских вод, а сама область питания и очаги разгрузки характеризуются количественно величиной инфильтрации или величиной артезианского стока.

Воднобалансовые расчеты показывают, что общий среднемноголетний дефицит влаги в области питания Днепроовско-Донецкого артезианского бассейна составляет примерно  $5 \cdot 10^9$  м<sup>3</sup> в год. Это количество инфильтрационной воды формирует глубокий подземный сток в толщах палеозоя, мезозоя и палеогена Днепроовско-Донецкой впадины, который имеет три главные направления: юго-западное, южное и юго-восточное. Мощность артезианского стока между указанными направлениями распределяется примерно следующим образом: северо-западная ветвь, направленная в сторону долины Верхнего Днепра (выше Киева)  $1,6 \cdot 10^9$  м<sup>3</sup> в год, южная, центральная ветвь, имеющая область разгрузки в долине Среднего Днепра  $2,4 \cdot 10^9$  м<sup>3</sup> в год, юго-восточная ветвь, направленная в сторону Донского бассейна —  $1,1 \cdot 10^9$  м<sup>3</sup> в год. Центром области питания артезианского бассейна является р. Сейм, в бассейне которой зарождаются основные массы артезианского стока; огромные количества атмосферных вод поступают в артезианский бассейн из бассейнов рр. Десны и Сожа. При указанной величине глубокой инфильтрации общий расход артезианских вод, обеспеченный атмосферным питанием, составит на 1 км фронта потока (по изопьезе 110 м абс.) в среднем для всего артезианского бассейна 16200 м<sup>3</sup> в сутки, для северо-западной части бассейна 15400 м<sup>3</sup>, для центральной части 18600 м<sup>3</sup> и для восточной 13400 м<sup>3</sup>. При учете разгрузки артезианских вод еще в пределах области питания средний расход на 1 км фронта потока уменьшится и составит для северо-западной части артезианского бассейна 13100 м<sup>3</sup> в сутки и для восточной 12500 м<sup>3</sup> в сутки; расход центральной части остается без изменения.

Гидрогеологические условия Днепроовско-Донецкого артезианского бассейна — гидравлическая связь отдельных водоносных горизонтов и общность областей их питания — не позволяют дать точную оценку питания отдельных водоносных горизонтов. Общий расход артезианских вод осадочной толщи можно распределить, руководствуясь геологическим разрезом, пропорционально мощностям водопроницаемых свит с учетом изменения условий циркуляции подземных вод с глубиной. Это даст приближенные величины расходов подземных вод по отдельным водоносным комплексам.

Сопоставление производительности водоносных горизонтов, рассчитанных методом водного баланса, с данными по эксплуатации артезианских вод показали удовлетворительное совпадение результатов. Таким образом, метод водного баланса может применяться как метод региональной оценки естественных ресурсов артезианских вод.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
19 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> К. И. Маков, Инженерная геология и гидрогеология, Сборн. № 1, Харьков, 1939. <sup>2</sup> В. А. Жуков, М. П. Толстой, С. В. Троянский, Артезианские воды каменноугольных отложений Подмосковной палеозойской котловины, М.—Л., 1939. <sup>3</sup> Б. И. Куделин, ДАН, 80, № 6 (1951).

А. Ф. КОРЖИНСКИЙ

# О ЗАВИСИМОСТИ ТЕРМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АМФИБОЛОВ ОТ СОДЕРЖАНИЯ В НИХ ЩЕЛОЧЕЙ

(Представлено академиком А. Г. Бетехтиным 21 VI 1956)

Амфиболы, как гидроксилсодержащие минералы, при нагревании подвергаются дегидратации (<sup>1,3,7,9</sup>) с эндотермическим эффектом в интервале 900—1100°. Некоторые авторы, (<sup>4,5,8</sup>) считают, что амфиболы имеют также цеолитную воду, которая выделяется в интервале 400—500°, образуя на термограммах соответствующий дополнительный эндотермический эффект. Проведенные нами термооптические исследования 24 образцов амфиболов различного состава ни в одном случае не обнаружили присутствия цеолитной воды. В результате термооптических исследований разнообразных амфиболов — тремолит-актинолитового ряда, нефритов, обыкновенных роговых обманок, паргасита и арфведсонита — установлено, что их термические свойства зависят в основном от содержания щелочей.

Как видно из табл. 1, сумма щелочей в исследованных амфиболах колеблется от 0,05 до 4,32 %, а содержание железа от 0,2 % для тремолита и до 12,5 % для обыкновенной роговой обманки и темно-зеленого актинолита. Термическим анализом при помощи пирометра Курнакова определено, что каждому рассматриваемому нами амфиболу (ср. дифференциальные кривые рис. 1 и табл. 2) свойственно по два эндотермических эффекта, первый из которых, как подтвер-

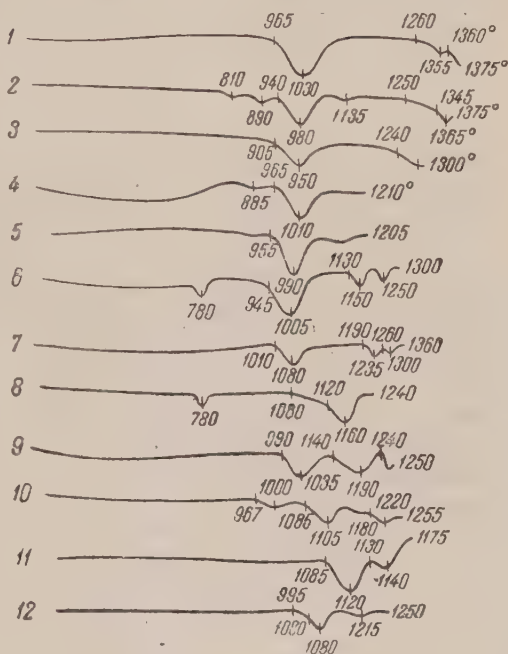


Рис. 1. Дифференциальные кривые нагревания амфиболов. 1 — тремолит, Слюдянка; 2—3 — нефриты бледно-зеленой и зеленой окраски, В. Саян; 4—7 — актинолиты, соответственно; светло-зеленой, серовато-зеленой, серо-зеленой и темно-зеленой окраски, В. Саян; 8 — актинолит темно-зеленый, Нижне-Исетск, Урал; 9 — обыкновенная роговая обманка, Первоуральск; 10 — обыкновенная роговая обманка, В. Саян; 11 — паргасит, Слюдянка и 12 — арфведсонит, Кольский п-ов

ждается результатами динамического взвешивания на торзионных весах (табл. 3) обусловлен удалением конституционной воды (в интервале 900—1100°), а второй (в интервале 1100—1385°) вызван спеканием и плавлением амфиболов.

При нанесении результатов термического анализа на диаграмму в координатах температура — (Na, K)<sub>2</sub>O (рис. 2) отмечается следующая закономер-

Таблица 1

Окислы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
SiO <sub>2</sub>	58,55	58,20	54,20	55,96	55,96	52,68	52,08	53,60	46,72	46,00	40,86
TiO <sub>2</sub>	не опр.	—	—	не опр.	—	0,56	—	0,34	0,60	1,30	0,50
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	не опр.	0,37	1,45	1,93	1,10	4,78	1,37	3,56	8,86	7,91	15,98
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	—	—	0,47	—	0,47	0,60	0,20	1,86	4,16	0,46	3,50
FeO	0,31	2,91	5,34	3,74	6,63	9,60	15,95	4,80	9,12	15,61	3,98
(Fe)	(0,24)	(2,26)	(4,48)	(2,90)	(5,48)	(7,86)	(12,49)	(5,02)	(9,98)	(12,42)	(5,56)
MnO	не опр.	не опр.	не опр.	не опр.	не опр.	0,17	0,84	0,34	0,14	0,14	0,07
MgO	24,55	25,35	22,82	22,62	20,17	17,17	13,13	20,49	14,17	12,44	16,25
CaO	13,90	11,27	12,17	12,17	13,01	12,00	12,28	9,48	12,45	10,93	12,70
Na <sub>2</sub> O	0,37	0,16	0,06	0,17	0,09	0,84	0,50	2,90	1,23	1,72	2,07
K <sub>2</sub> O	—	—	—	0,04	0,05	0,41	0,55	1,42	0,47	0,85	1,89
H <sub>2</sub> O <sup>+</sup>	2,43	3,05	2,34	2,18	2,30	2,10	3,18	2,20	2,10	2,16	2,38
H <sub>2</sub> O <sup>-</sup>	0,40	0,20	0,47	0,10	0,20	0,10	0,32	0,08	0,60	0,36	0,09
Сумма	100,51	100,61	99,34	98,91	99,50	101,02	100,40	101,04	101,12	99,98	100,27

Примечание: 1—тремолит. Слюдянка; 2—3—нефриты бледно-зеленый и зеленый, В. Саян; 4—7—актинолиты: светло-зеленой, серовато-зеленой, серо-зеленой и темно-зеленой окраски, В. Саян; 8—актинолит темно-зеленой, Нижне-Исетск, Урал; 9—обыкновенная роговая обманка, Перво-Уральск; 10—обыкновенная роговая обманка, В. Саян и 11—паргасит, Слюдянка. Анализы произведены: 1—Т. А. Лажо и 2—10—В. С. Лебедевой в лаборатории Института геологии Восточно-Сибирского филиала АН СССР; 11—по П. В. Кадинину <sup>(\*)</sup>.

Таблица 2

№№ пп.	Сумма щелочей в %	Железа в %	Оптические свойства				Температура термозффектов в °C			Убыль веса в %
			N <sub>g</sub>	N <sub>p</sub>	C : N <sub>g</sub>	2V	дегидратация	спекания	плавления	
1	0,37	0,24	1,628	1,603	16°	—83°	965—1030	1260—1355	1360—1385	2,83
2	0,16	2,26	1,630	1,605	17		940—980	1250—1345	1345—1365	3,33
3	0,06	4,48	1,640	1,615	16		905—950	1240—1300	1300—1350	2,81
4	0,21	2,90	1,638	1,614	16		965—1010	1245—1300	1300—1340	2,91
5	0,14	5,48	1,644	1,623	16		956—990	1225—1280	1280—1300	2,50
6	1,25	7,86	1,659	1,639	22	—73	945—1005	1130—1150	1200—1250	1,65
7	1,05	12,49	1,660	1,635	16		1010—1080	1190—1235	1260—1300	1,75
8	4,32	5,02	1,640	1,616	23		1080—1120		1120—1165	2,20
9	1,70	9,98	1,680	1,658	11		990—1035	1140—1190	1240—1275	2,10
10	2,57	12,42	1,678	1,659	16	—71	1085—1105	1160—1180	1180—1220	0,93
11	3,96	5,56	1,668	1,650	23	+75	1085—1120	1130—1140	1140—1150	2,40

Обозначения те же.

Таблица 3

T °C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00
200	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,06	0,00	0,22	0,00	0,25	0,07
300	0,40	0,00	0,00	0,00	0,20	0,14	0,00	0,22	0,00	0,25	0,10
400	0,40	0,00	0,47	0,00	0,25	0,22	0,00	0,22	0,03	0,25	0,12
500	0,40	0,00	0,47	0,00	0,25	0,22	0,45	0,22	0,04	0,25	0,17
600	0,40	0,00	0,47	0,25	0,25	0,22	0,45	0,22	0,31	0,25	0,42
700	0,40	0,60	0,70	0,25	0,50	0,41	0,45	0,22	0,36	0,25	0,51
800	0,40	0,60	0,93	0,25	0,50	0,41	0,45	0,22	0,42	0,25	0,52
900	0,40	1,21	1,17	0,82	0,50	0,41	0,45	0,95	0,52	1,15	0,56
1000	1,21	3,33	2,81	2,91	2,50	0,82	1,75	1,58	0,81	1,72	0,66
1100	2,83	3,33	2,81	2,91	2,50	1,65	1,75	2,20	0,95	2,10	1,99
1200	2,83	3,33	2,81	—	—	—	1,75	2,20	0,93	—	2,40

Обозначения те же.

мерность в изменении термических свойств амфиболов. Бедные щелочами тремолитовые и актинолитовые разновидности дегидратируют в интервале температур 900—1030° и спекаются в интервале 1240—1300°. Спекание на термограммах выражается незначительным эндотермическим эффектом, который довольно резко сменяется эндотермическим эффектом, вызванным



плавлением в интервале  $1300-1385^{\circ}$ . Вследствие их тугоплавкости температуры плавления тремолита, нефрита и актинолитов с малым содержанием щелочей и железа, приведенные в табл. 2, определялись не саморегистрирующим пирометром, а визуально, в камерных силтовых печах.

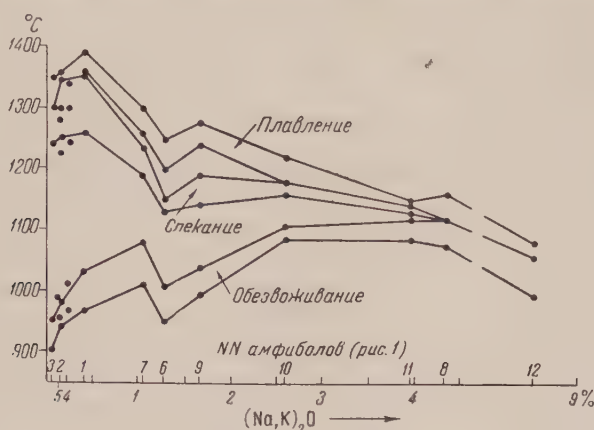


Рис. 2. Диаграмма зависимости термических свойств амфиболов от содержания щелочей в них

Как видно из диаграммы (рис. 2), по мере увеличения содержания щелочей в амфиболах температура дегидратации их повышается, а температуры спекания и плавления понижаются, т. е. происходит сближение температур дегидратации с температурами спекания и плавления. При этом область температур спекания сливается с областью температур плавления, как это имеет место для паргасита (обр. № 11), содержащего в сумме около 4,0% щелочей. Для актинолита из Нижне-Исетска (Средний Урал), содержащего в сумме 4,3% щелочей, и для арфведсонита, содержащего 8—8,5% щелочей, дегидратация и плавление настолько сближены, что на термограммах (кривые рис. 1, кривые 8 и 12), они выражены одним эндотермическим эффектом, первая часть которого соответствует дегидратации, а вторая—плавлению. Установлено, что дегидратация арфведсонита, протекающая в интервале  $995-1060^{\circ}$ , сопровождается спеканием, которое выше  $1060^{\circ}$  сменяется плавлением. Среди амфиболов наименее тугоплавким является арфведсонит — амфибол с наибольшим содержанием щелочей и железа. Увеличение содержания железа в амфиболах, так же как и в других минералах, влияет на понижение температур дегидратации и плавления.

Институт геологии  
Восточно-Сибирского филиала  
Академии наук СССР

Поступило  
10 I 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Д. С. Белянкин, Е. В. Донская, Изв. АН СССР, сер. геол., № 1 (1939).
- <sup>2</sup> П. В. Калинин и др., Флогопитовые месторождения Слюдянского района, 1939.
- <sup>3</sup> А. Ф. Коржинский, Тр. 1-го Совещ. по термографии, 1955. <sup>4</sup> Р. Марк, Г. Юнг, Физическая химия и ее применение к проблеме минералогии, 1933. <sup>5</sup> Л. Н. Овчинников, А. С. Шур, Н. Т. Елькина, Тр. 1-го Совещ. по термографии, 1955. <sup>6</sup> М. А. Фаворская, Сборн., посвящ. акад. Д. С. Белянкину, 1948. <sup>7</sup> M. Belowsky, Neues Jahrb. f. Mineral., 1 (1891). <sup>8</sup> Sh. Kozû, B. Josiki, K. Kani, Sci. Rep. Tokoku Imp. Univ., ser. 3, 3, № 2 (1927).





ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

И. Т. ЖУРАВЛЕВА и П. Д. РЕЗВОЙ

**К СИСТЕМАТИКЕ ИСКОПАЕМЫХ ГУБОК И АРХЕОЦИАТ**

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 18 V 1956)

В связи с составлением раздела по губкам для «Основ палеонтологии СССР» нам пришлось критически подойти к систематическому положению ряда ископаемых форм. При этом возникла необходимость некоторые формы выделить из типа губок и найти им другое место в системе животного царства. Другие формы, несомненно являющиеся губками, пришлось переместить из отряда, где они обычно значились, в другой, особый отряд.

1. Систематическое положение *Thalamida*  
(*Sphinctozoa*)

*Thalamida* известны с 1829--62 гг., когда Дефранс <sup>(1)</sup>, Конинк <sup>(2)</sup> и другие описали несколько форм, относимых одни — к мшанкам, другие — к наутилоидеям, третьи — к строматопороидеям и т. д. Большинство форм относилось к известковым губкам. Первое систематическое объединение этой группы, с описанием ряда новых родов и семейств, выполнено Штейнманном <sup>(3)</sup>. Он назвал эту группу *Sphinctozoa* и поставил вопрос о необходимости выделения ее из губок в самостоятельную группу, близкую с одной стороны, к губкам, а с другой — к кишечнотелым. Вааген и Венцель <sup>(4)</sup>, изучив *Thalamida* Индии, согласились с мнением Штейнманна. Они писали, что никогда у них не были встречены спикеры, столь характерные для губок. Наоборот, Хайнд <sup>(5)</sup>, Дуниковский <sup>(6)</sup>, Циттель <sup>(7)</sup> и другие на основании находок спикер в скелете меловых *Thalamida* (*Barroisia*, *Verticillites*) указывали на тесную их родственную связь с остальными известковыми губками *Pharetrones*. Рауфф <sup>(8)</sup> в специальной статье подтверждает это мнение. Более поздние работы <sup>(9-14)</sup> касались описания, и то большей частью попутно, новых родов и видов и не ставили себе задачу рассмотреть их систематическое положение. В то же время ни в одной (!) работе нашего столетия нет указаний на находки у *Thalamida* спикер. С большими оговорками оставляет *Thalamida* в составе известковых губок Лобенфел <sup>(15)</sup>.

С другой стороны, Борнеманн <sup>(16)</sup>, Тейлор <sup>(17)</sup>, Дувийе <sup>(18)</sup> и Море <sup>(19)</sup>, не рассматривая вопрос о принадлежности *Thalamida* к губкам, указывали на большое их морфологическое сходство с археоциатами. Тейлор и Дувийе прямо считали археоциат предками *Thalamida*. После выделения археоциат в самостоятельный тип (*Archaeocyathi*) последняя точка зрения заслуживает тщательного изучения.

*Thalamida* или *Sphinctozoa*, как их называл Штейнманн, в ископаемом состоянии известны по известковым скелетам (рис. 1 а, б, 2 а—ж). Это одиночные или колониальные цилиндрические, конические тела высотой до 10—20 см, диаметром 4—8 см, иногда — меньше. Наиболее характерны для них наружная пористая стенка и горизонтальные пористые перепоны, разделяющие внутреннее пространство на ряд камер. Может присутствовать центральная полость, отделенная от камер пористой внутренней стен-

кой (рис. 1 а); у некоторых форм внутренняя стенка отсутствует. (рис. 1 з, 2 в). Поры стенок и горизонтальных перемишек (днищ) простые, в виде каналов, одного-двух размеров (рис. 2 а, з); наружные поры иногда располагаются на бугорках. В камерах могут быть развиты пленки пузырчатой ткани, стержневидные скелетные элементы. Пузырчатая ткань проникает и в

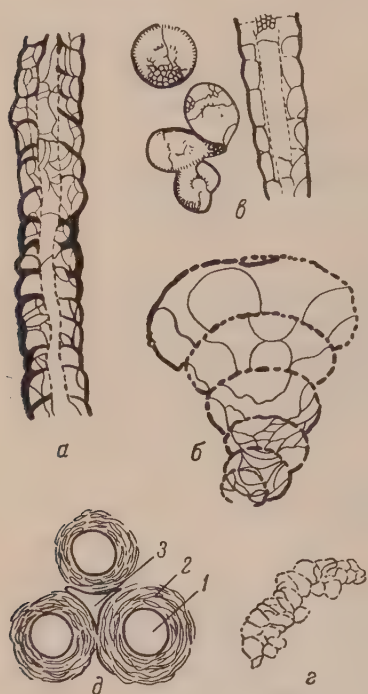


Рис. 1. а — *Amblysiphonella sikokuensis* Jabe et Sugiyama, нат. вел., продольное сечение; Япония, пермь (Джейб и Сугияма, 1934), б — *Waagenella utriculus* (Vinassa Regny), 3×; прод. сечение, Тимор, триас<sup>(14)</sup>. в — *Aptocyathus gordonii* Vologdin, 8×; поперечное и прод. сечения, В. Саян, нижний кембрий (Вологдин, 1940), г — *Kameschkovia perforata* (Vologdin), 5×; продольное сечение, В. Саян, нижний кембрий (Вологдин, 1940). д — Схема концентрического строения окологорловых участков стенок сегмента *Thalamoidea*: 1 — поры, 2 — «волокна» вокруг пор, 3 — фигура в виде трехлучевой спикулы

и *Waagenella* Laubenfels (рис. 1, б); *Archaeosycon* Walcott и *Colospongia* Laube; *Putapacyathidae* Bedford (рис. 1 в) и *Sebargasiidae* Laubenfels. *Syringocnemidae* Taylor, сходные с *Cystothalamidae* Girty, в то же время имеют много общего с *Aphrosalpongoida* из верхнего силура<sup>(20)</sup>. Однако недостаточная изученность *Thalamida* и некоторое отличие их строения (волокнистая структура стенок) от строения археоциат позволяют включать эту группу в тип *Archaeocyathi* только как *incertae sedis*<sup>(21)</sup>. Значительный объем *Thalamida* и морфологическое единство всей группы позволяют отнести их к более высокому рангу чем отряд — к классу. Соответственно, название должно быть изменено на *Thalamoidea*.

Представители *Thalamoidea* широко распространены от карбона до конца мела; расцвет их приходится на пермь-триас, когда они име-

центральную полость. В стенках камер различимы волокнистые образования, окружающие поровые отверстия. Известковые стенки, камерное строение скелета, присутствие пузырчатой ткани — все это резко не только морфологически, но и физиологически отделяет *Thalamida* от губок, в том числе и известковых. Все единичные указания на «спикулы» у *Thalamida* имеют значительную давность (в последних работах о них не упоминается, а фото и рисунки подтверждают их отсутствие). Вполне возможно, что Хайнд и другие приняли за спикулы структурные образования, получающиеся при различном концентрически-волокнистом строении стенок камер (рис. 1 д). Если концентрические наслоения стенок вокруг смежных каналов будут касаться друг друга, то между каждыми тремя каналами будет оставаться пространство, лишенное концентрического строения. Немного окрашенное органикой и иного кристаллического строения, это пространство при оконтуривании может дать фигуру наподобие трехлучевой спикулы. Именно таким образом ориентировали «спикулы» у *Thalamida* Хайнд, Рауфф и другие. Сами волокна стенок ничего общего не имеют с истинными спикулами известковых губок, в том числе и фаретронных.

С археоциатами, особенно с бесперегородочными (рис. 1 в, г), *Thalamida* имеют много общего. Пористые стенки камер можно трактовать как наружную и внутреннюю стенки археоциат, горизонтальные перемишки — аналоги днищ, а пузырчатая ткань и стержневидные скелетные элементы — такие же, как у археоциат. Отдельные роды и семейства *Thalamida* и археоциат морфологически очень сходны между собой: *Kameschkovia* Vologdin (рис. 1 з, 2 з)



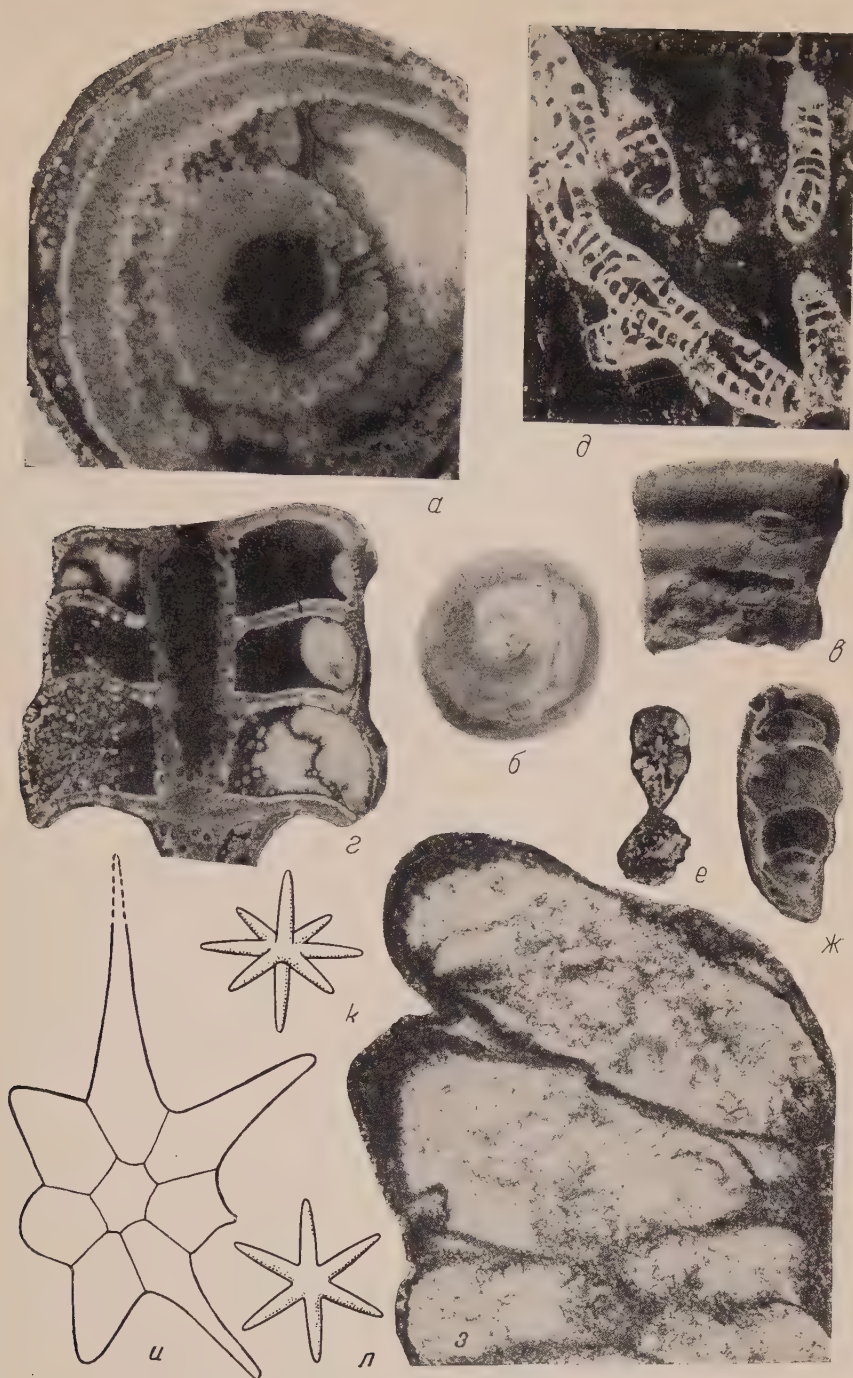


Рис. 2. а — г — *Amblysiphonella vesiculosa* (Koninck). Индия, нижняя пермь (колл. ЦНИГР Музея, оригинал Ваагена, 1894). а — поперечное сечение, 3×, видны поры дний; б — поперечное сечение, нат. вел.; в — продольное сечение, нат. вел.; г — продольное сечение, 2×; видны поры стенок, дний, пузырчатая ткань. д — *Barroisia anastomans* (Mantell), 2×; Пиренеи, апт<sup>(18)</sup>. е — *Welteria repleta* Vinassa Regny, нат. вел., Тимор, триас<sup>(9)</sup>. ж — *Sphaero-coelia incrassata* Orbigny, 2×; продольное сечение, Франция, сеноман<sup>(18)</sup>. з — *Kameschkovia perforata* (Vologdin), 20×; продольное сечение, В. Саян, нижний кембрий, Колл. Л. Н. Репиной. и — многолучевые спикулы *Chanceloria* Walcott., 10×; к, л — спикулы *Astraeospongium* Roemer, 5×





ли повсеместное распространение (С. и Ю. Америка, Европа, Азия). В СССР *Thalamoidea* известны из перми и триаса С. Кавказа, Средней Азии. Состав класса *Thalamoidea* следующий: Отряд *Thalamida*. Семейства: *Sebargasiidae*, *Sphaerocoelidae*, *Celyphiidae*, *Cryptocoelidae*, *Verticillidae*, *Cystothalamidae*.

## 2. Отряд звездчатоглих губок — *Heteractinellida* Hinde

Среди палеозойских губок встречаются формы со своеобразными звездчатыми многоосными макросклерами. Устройство макросклер этих губок не позволяет их поместить ни в один из современных отрядов. Часто эти спикеры очень правильно построены и являются свободными, несросшимися. Но есть формы и с менее правильными звездчатыми спикерами, иногда срастающимися.

Эти губки чаще всего фигурировали в сводках среди трехосных или шестилучевых губок, *Triaxonida*. Но для такого их помещения в системе нет, казалось бы, никаких оснований. Они не могут найти места и в других отрядах кремневых губок.

Между тем Хайнд<sup>(22)</sup> уже много лет назад предложил их выделить в два особые отряда, *Octactinellida* и *Heteractinellida*. Первый из них был создан для форм с очень правильными восьмилучевыми спикерами: такая спикера состоит из плоской правильной шестилучевой звезды, а в обе стороны от нее перпендикулярно направлены два осевых луча, которые иногда могут редуцироваться.

Другой отряд, *Heteractinellida*, Хайнд предложил для губок с менее правильными спикерами, иногда с многочисленными лучами различной длины, иногда искривленными. В иных случаях спикеры срастаются друг с другом концами лучей.

Оба отряда характеризуются многоосными звездчатыми макросклерами (рис. 2 и—л). По этому признаку их можно объединить в одном отряде — *Heteractinellida* Hinde. Подходящим русским названием для отряда было бы звездчатоглих губки. Название этому отряду, предложенное Лобенфелом<sup>(15)</sup> — *Heteractinida*, мы считаем неудачным.

Отряд характерен для палеозоя — его представители известны от кембрия до конца карбона.

Состав отряда *Heteractinellida* Hinde, 1888 следующий: семейства *Chancelloriidae* Walcott, 1920 (non Laubenfels, 1955), *Octactinellidae* Hinde, 1888 (= *Astraeospongiidae* Laubenfels, 1955), *Asteractinellidae* Laubenfels, 1955.

Поступило  
14 V 1956

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> De France, Dictionnaire des Sciences naturelles, 58, 1829, p. 5. <sup>2</sup> L. Koninck, J. Geol. Soc. London, 19, 15 (1863). <sup>3</sup> G. Steinmann, Neues Jahrb. f. Miner., Geol., Palaeont., 2 (1882). <sup>4</sup> W. Waagen, J. Wentzel, Paleontographia Indica, ser. 13, part IV—V (1887). <sup>5</sup> G. Hinde, Ann. and Mag. Nat. Hist., 5 ser., 10, 185 (1882). <sup>6</sup> E. Duniakovskii, Palaeontographica, 29 (1883). <sup>7</sup> K. Zittel, Neues Jahrb. f. Miner., Geol., Paleont., 2 (1882). <sup>8</sup> H. Rauff, Palaeont. Zs., 1 (1913). <sup>9</sup> Vinassa Regny, Resultate Wiss. Erforsch. del Balatonsees, 1, T. 1 (1901—1911). <sup>10</sup> Vinassa Regny, Palaeontologie von Timor, 4. Lief. (1915). <sup>11</sup> G. H. Gifty, US Geol. Surv., Prof. Paper, 58 (1908). <sup>12</sup> C. Parona, Mem. della Soc. Geol. Ital., 1 (1933). <sup>13</sup> O. Wilckens, Neues Jahrb. f. Miner., Geol., Palaeont., Abt. B, H. 2, 171 (1937). <sup>14</sup> F. Herak, Neues Jahrb. f. Miner., Geol., Palaeont., 1, 107 (1943). <sup>15</sup> M. Laubenfels, Treatise on Palaeont., part E (1955). <sup>16</sup> J. Bornemann, Nova acta Acad. Caes. Leop. Carol. Gern., 51 (1887). <sup>17</sup> G. Taylor, Mem. of the Roy. Soc. S. Austr., 2, part 2 (1910). <sup>18</sup> H. Douville, Bull. Soc. Geol. France, 4, 14, 389 (1914). <sup>19</sup> L. Moret, (I. Piveteau, Traité de Paléont.), 1952. <sup>20</sup> Е. И. Мягкова, ДАН, 104, №№ 3 и 4 (1955). <sup>21</sup> И. Т. Журавлева, Бюлл. МОИП, отд. геол., 31, № 2 (1956). <sup>22</sup> G. Hinde, A monograph of the British fossil sponges, 1893.

П. А. МОТАВКИН и С. Н. СМИРНОВА

## ЦИТОХИМИЯ ВОССТАНОВЛЕННОГО ГЛЮТАТИОНА В ЭЛЕМЕНТАХ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 11 VI 1956)

Для современной физиологии и биохимии приобретает особое значение выяснение роли сульфгидрильных соединений и динамики их обратимых превращений в ходе различных нормальных и патологических процессов. За последнее время эту проблему разрабатывают в ряде лабораторий. Г. И. Роскин<sup>(1)</sup> использовал для обнаружения сульфгидрильных групп метод Шевремона и Фредерик<sup>(2)</sup>. Он исследовал нервные клетки передних рогов спинного мозга и чувствительных ганглиев у крыс и кроликов. В моторных клетках им обнаруживалась слабая реакция цитоплазмы: иногда наблюдалось выпадение глыбок, похожих на тигроид. Интенсивно красились ядерная оболочка и ядрышко. У чувствительных клеток вся цитоплазма или один ее участок давали более резкую реакцию, ярко красилось ядрышко, а в ядре замечались глыбки неопределенной формы. Автор пришел к выводу о зависимости распределения глутатиона от различия функциональных особенностей клеток.

Беннет<sup>(3)</sup> применил в своем исследовании 1-(4-хлормеркурисфенилазо)-нафтол-2, Барнет<sup>(4)</sup> — 2,2-дигидроокси-6,6-динафтилдисульфид. Они описывают однообразную и неинтенсивную реакцию цитоплазмы и ядрышек в двигательных клетках спинного мозга крысы и в симпатических нейронах пограничного ствола лягушки.

Зейт<sup>(5)</sup>, изучавший некоторые вегетативные ганглии у кошек, собак, крысы, морской свинки и лошади, указывает, что им получены результаты, значительно отличающиеся от тех, какие упоминаются цитированными выше авторами. Однако этот исследователь, подробно касаясь в своей работе многих вопросов гистофизиологии нейронов, собственных данных о сульфгидрильных группах не приводит, отсылая по поводу них к особой, подготовляемой им к печати статье.

Для своих наблюдений мы использовали седалищный нерв, спинномозговые узлы, поясничный отдел спинного мозга, продолговатый, средний и частично промежуточный мозг, а также икроножную мышцу и брыжейку тонкой кишки у 8 кроликов. Животные усыплялись эфиром, после чего производилось обескровливание. Части, подлежащие изучению, извлекались немедленно и разрезались на тонкие кусочки, которые погружались в свежеприготовленный 10% раствор формалина на физиологическом растворе поваренной соли или в смесь Буэна. Срезы толщиной в 10  $\mu$  изготовлялись на замораживающем микротоме и тщательно промывались в многократно сменяемой дистиллированной воде, а при фиксации в жидкости Буэна — до полного исчезновения желтого цвета. Выявление сульфгидрильных групп производилось по методу Шевремона и Фредерика<sup>(2)</sup>. Отметим, что в противоположность сложившемуся мнению мы добивались более полной окраски при употреблении смеси Буэна.

На протяжении седалищного нерва в околоядерной зоне шванновских клеток обнаруживались мелкие гранулы голубого цвета. Находясь в цито-

зме, они располагались или по всей окружности ядра рядом с его оболочкой или же преимущественно с одной его стороны. Иногда эти мелкие гранулы образовывали в некотором отдалении от ядра цепочку, вытянутую в длину клетки.

Чувствительные клетки окрашивались на глутатион неодинаково. Протоплазма большей части сенсорных нейронов давала диффузную синюю окраску со значительным сгущением ее в околоядерной зоне. В меньшей степени клеток бледно-голубая протоплазма содержала в одном или двух

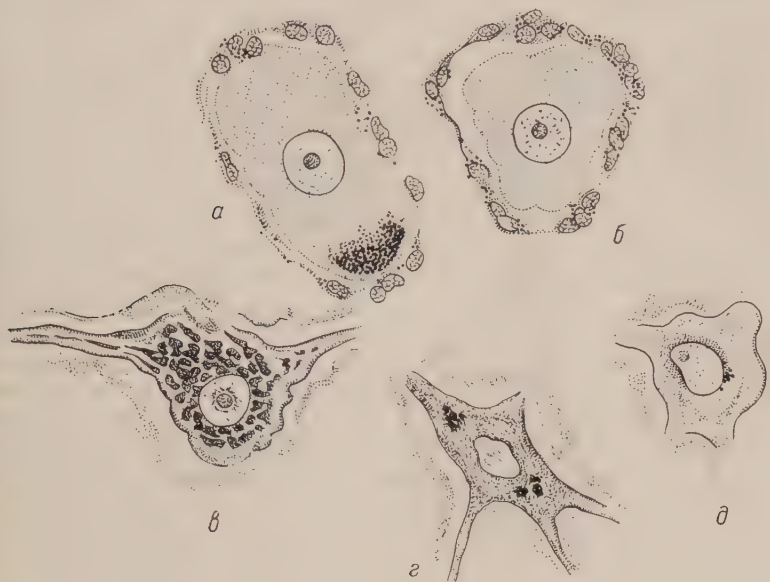


Рис. 1. *а* — Нервная клетка спинномозгового ганглия, *б* — гранулы глутатиона в сателлитах чувствительных клеток, *в* — нервная клетка переднего рога спинного мозга, *г* — клетка двигательного ядра тройничного нерва, *д* — клетка ядра лицевого нерва

ферических сегментах значительные скопления мелких гранул, которые плотно прилегали друг к другу и принимали различные цветные оттенки, от бледно-голубого до темно-синего (рис. 1 *а*).

У сателлитов, окружающих чувствительные клетки, ядро оставалось четким; узким двориком расположенная вокруг протоплазма едва окрашивалась. В ней у большинства мантийных клеток были видны мелкие, бледного цвета гранулы. Число и величина зерен оказывались весьма разнообразными (рис. 1 *б*).

В двигательных клетках передних рогов спинного мозга глутатион накапливался в форме грубых глыбок, сосредоточенных всецело вокруг ядра или же заполнявших и всю остальную протоплазму вплоть до самой периферии (рис. 1 *в*). Описываемые глыбки по своей форме, размерам и расположению были очень сходны с гранулами тигроида. Однако в противоположность последнему они выглядели не компактными, а имели очень рыхлую структуру. Создавалось впечатление, что голубая окраска концентрировалась вокруг каких-то невидимых мелких образований. По Зейту (<sup>5</sup>), глутатион функционально связан с рибонуклеотидами и продукцией тигроидно-восстановленной формы его обнаруживается, очевидно, в каждой двигательной клетке непостоянно. Ядерная оболочка моторных клеток окрашивалась интенсивно. В ядре замечалось множество рассеянных бледно-голубых частиц, среди которых слабо контурировалось ядрышко.

Нейроны многих двигательных ядер стволовой части головного мозга давали картину, которая ничем не отличалась от только что описанной, или лишь



клеткам моторных ядер тройничного и лицевого нервов оказались присущи некоторые своеобразные особенности.

В телах клеток двигательного ядра тройничного нерва окраска воспроизводила подобие фибриллярного аппарата. Кроме того, вещества, содержащие свободные SH-группы, концентрировались в некоторых участках та-ким образом окрашенных клеток, образуя пятна разной величины (рис. 1 г).

В бесцветной протоплазме клеток ядра лицевого нерва голубые круглые гранулы, в числе 3—6, собираясь вместе, располагались у ядерной оболочки с какой-либо одной ее стороны (рис. 1 д).



Рис. 2. а — Клетка дорсального ядра блуждающего нерва, б — клетка из голубого места, в — клетка ядра Перлиа, г — клетка компактной зоны черного вещества

В весьма характерной форме свободные сульфгидрильные группы выявлялись в нейронах дорсального ядра блуждающего нерва, ядрах Якубовича (Вестфала — Эдингера), Перлиа, голубого места сетчатой зоны черного вещества.

В большинстве клеток дорсального ядра десятого нерва бесцветная их протоплазма содержала мелкие, густо лежащие гранулы (рис. 2 а). В меньшей части клеток зернистого же вида располагались на фоне цитоплазмы, диффузно окрашенной в голубой цвет. Гранулы восстановленного глутатиона обнаруживались и в нейронах голубого места (рис. 2 б). Различие состояло лишь в том, что зерна замечались всегда на фоне тотально и более

интенсивно прокрашенной протоплазмы. Такое близкое сходство реакции возможно, объясняется некоторой близостью функций нейронов дорсального ядра блуждающего нерва и голубого места.

В телах клеток ядер Якубовича и Перлиа, которые, по Блуменау (6), иннервируют внутриглазные мышцы, замечались крупные темно-синие гранулы. Они были видны одинаково часто как у начала отростков клетки, так и на некотором их протяжении (рис. 2 в). При этом у клеток ядер Якубовича цитоплазма отаивалась бесцветной, а у нейронов ядра Перлиа слабо и диффузно окрашивалась.

В клетках сетчатой зоны черного вещества глутатион локализовался так же, как в нейронах голубого места. Клетки компактной зоны обнаруживали резко отличную окраску: их цитоплазма была равномерно темной, а светлое ядро содержало большое количество мелких гранул округлой формы. В одних ядрах они располагались только у оболочки и плотно прилегали к ней; в других — зерна заполняли и всю центральную часть кариоплазмы.

Все изложенное показывает, что чувствительные, двигательные и центральные вегетативные нейроны по характеру распределения в них тиоловых групп существенно отличаются друг от друга. Наблюдаемая в то же время разница окраски среди однотипных нейронов может зависеть от их неодинакового функционального состояния.

Весьма интересны данные об отложении глутатиона в глиальных элементах центральной нервной системы. В олигодендроцитах стволовых частей головного мозга, находящихся в контакте с нервными клетками, свободные сульфгидрильные группы обнаруживались в виде мелких гранул голубого цвета, расположенных всецело у ядра. Очень богаты глутатионом субэпендимальные астроциты («переходные клетки» Опальской (7)) Сильвиева водопровода и дна третьего желудочка. В этих клетках, в

их крупных и круглых ядер, замечалось значительное число синих туш. Последние часто сливались в разнородные комплексы. Одиночные мелкие зерна прослеживались по ходу отростков, которыми столты «переходные клетки». Все же значительно чаще эти отростки окраивались диффузно в голубой цвет.

В заключение следует остановиться на содержании сульфгидрильных групп в адвентициальных клетках у капилляров исследованных нами отделе нервной системы. В этих клетках глутатион выявлялся в виде темных частиц разной величины, округлой или иной формы. Субэндотелиальные адвентициальные элементы сосудов более крупного калибра давали отрицательную реакцию. По ходу капилляров изученной нами нервной ткани и брыжейки клеток, содержащих гранулы, не обнаруживалось. Наблюдения заставляют думать о каких-то весьма существенных особенностях обмена тиоловых соединений в нервной ткани. В этом направлении требуются дальнейшие исследования.

Заслуживают внимания картины распределения сульфгидрильных групп в разнообразных клетках каждого отдельного участка нервной системы. Сравнение всех элементов, видимых в одном поле зрения, позволяет установить сходство или различия в содержании глутатиона.

Заметно, что в эритроцитах, находящихся внутри местных капилляров, свободные SH-группы распределены чаще всего диффузно. Реже они выявляются в форме мелких, угловатых, но очень темно окрашенных гранул. Содержание последних резко возрастает в адвентициальных клетках, окружающих капилляры; в этих элементах зерна, к тому же, становятся значительно крупнее. В расположенных по соседству глиальных и нервных клетках содержание веществ со свободными сульфгидрильными группами сильно колеблется.

Как нам кажется, изучение подобного рода картин не только создает новые возможности судить о направлении обмена исследуемых веществ, доступной для биохимика стороны, но и позволяет выяснить динамику изменения этого метаболизма в целом комплексе функционально связанных элементов.

Ярославский медицинский институт

Поступило  
25 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. И. Роскин, ДАН, **97**, № 4 (1954). <sup>2</sup> M. Chèvremont, I. Frédéric, *C. r. Acad. Sci. Paris, Sér. B*, **54** (1943). <sup>3</sup> N. S. Bennett, *Anat. Rec.*, **110** (1951). <sup>4</sup> R. Barnett, *Proc. Nat. Cancer Inst.*, **13** (1953). <sup>5</sup> R. Seite, *Arch. d'anat. micr. et de morphol. exper.*, **44** (1955). <sup>6</sup> Л. В. Блуменгау, *Мозг человека*, 1925. <sup>7</sup> A. Opalski, *Zs. f. d. Neur. u. Psych.*, **149** (1933).

С. И. ТЫСЯЧНЮК

## ТРОФИЧЕСКИЕ ЯЗВЫ БРЮШНОЙ СТЕНКИ НЕЙРОГЕННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 26 VII 1956)

Проблеме трофических язв нейрогенного происхождения посвящено очень большое количество работ. В подавляющем большинстве исследований изучались трофические язвы на стопе, развивающиеся в результате повреждения седалищного нерва, и на роговице — после перерезки первой ветви тройничного нерва.

В настоящей работе, в результате перерезки от трех до семи спинальных нервов, впервые удалось получить у кроликов трофические язвы на брюшной стенке с своеобразным течением дистрофического процесса.

Наша работа является продолжением исследований дистрофических процессов нейрогенного происхождения, проводившихся сотрудниками Отдела патологической анатомии Института экспериментальной медицины по денервации роговицы, стопы и области таза (1<sup>-3</sup>). В этих работах подробно приведена и литература вопроса.

У 46 кроликов на уровне D<sub>9</sub>—L<sub>3</sub> спинного мозга с левой стороны перерезалось от трех до семи смешанных спинальных нервов после выхода их из позвоночного канала, на 0,5—1 см дистальнее спинномозгового узла. Кролики находились под наблюдением до 3 лет. При перерезке 3 нервов язвы развивались только у некоторых кроликов; при перерезке 5—7 нервов у большинства животных (у 37 из 43).

Уже в первые сутки у кролика наблюдается резкое расширение сосудов кожи брюшной стенки на стороне операции. Особенно хорошо это видно в паховой области, где шерсть более редкая.

На 4—8 сутки после операции на стороне перерезки нервов, на коже передней брюшной стенки и реже на боку, появляются точечные эрозии. Иногда они занимают небольшие участки, иногда же эрозиями покрывается почти вся кожа передней брюшной стенки на стороне операции (примерно от 12 ребра до паховой области). В дальнейшем, на месте эрозий развиваются язвы. У некоторых кроликов дистрофический процесс ограничивается только эрозией кожи. Обычно на месте эрозии образуется одна крупная или несколько более мелких язв. В последующие дни в других участках кожи брюшной стенки также появляются эрозии, быстро приводящие к образованию новых язв. В результате дистрофических изменений кожи по краям уже образовавшихся язв размеры их увеличиваются и они нередко сливаются. Крупные язвы обычно в течение 2—3 дней достигают своей максимальной величины. В течение 4—5 дней в большинстве опытов на передней и боковой поверхности брюшной стенки развивается до 30—35 мелких язв (размером от 3 до 15 мм) или 1—2 крупных язв (размером 2—3 см).

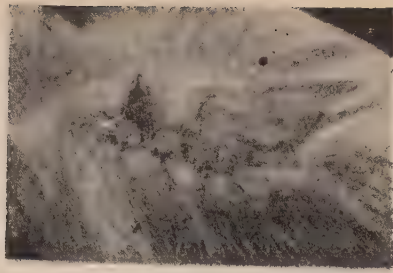
Наиболее часто и рано язвы образуются на сосках (рис. 1 а). Изъязвление начинается с кончика соска или с его боковой поверхности и в течение 2—3 суток захватывает большую часть соска.

У некоторых кроликов одновременно с изъязвлением соска появляются эрозии и вокруг него, из которых в течение 1—2 суток образуется язва

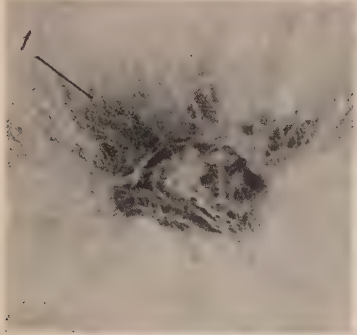




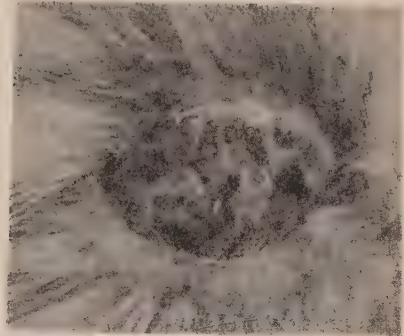
*a*



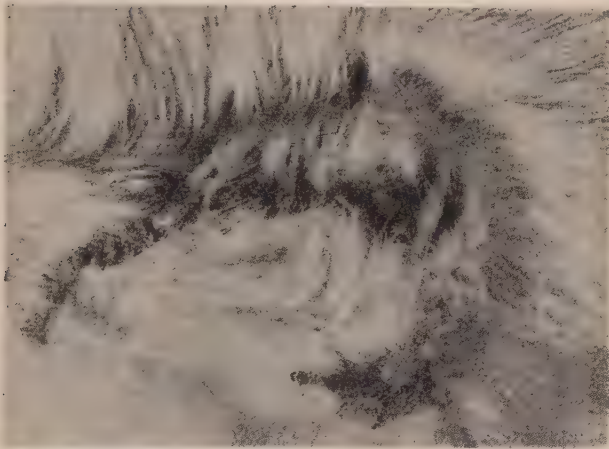
*б*



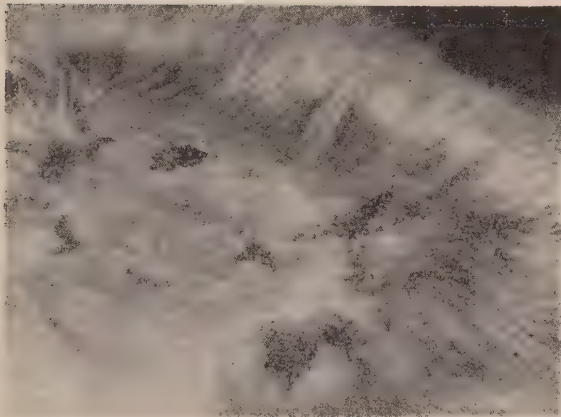
*в*



*г*



*д*



*е*

Рис. 1. *a* — Язва на соске. 8 суток после операции. 1,5 $\times$ ; *б* — изъязвление соска и кожи около его основания. 18 суток после операции; *в* — кожная язва на месте соска. 19 суток после операции. 1 — сосок; *г* — заживающая язва, на месте соска покрыта струпом 20 суток после операции. Та же язва, что и на рис. *a*; *д* — мелкие язвочки передней брюшной стенки, слившиеся между собой. 93 дня после операции; *е* — заживающие мелкие язвы передней брюшной стенки у того же кролика, что на рис. *д*, через 97 суток после операции





атывающая сосок со всех сторон (рис. 1 б, в). В дальнейшем весь сосок подвергается некрозу, превращается в струп и уже через сутки перестает различим (рис. 1 г). Процесс изъязвления сосков не всегда приводит к полному некрозу: в тех случаях, когда кожа около соска не изъязвляется, язва на соске может зажить.

При наличии у кроликов четырех пар сосков язвы могут появиться на трех из них: на сосках второй, третьей и четвертой пары. Первая пара, по правилу, остается неизъязвленной, так как иннервация ее при указанных выше операциях не нарушается.

Величина кожных язв, развивающихся на брюшной стенке, сильно колеблется от нескольких миллиметров до 6—7 см. Обычно они имеют углубленную форму, реже — удлинненную.

В первые часы образования язвы ее края и дно лежат на одном уровне с поверхностью кожи, но в дальнейшем язва углубляется, некротизированный эпителий и сосочковый слой соединительной ткани превращаются в струп, а края язвы иногда слегка приподнимаются над поверхностью кожи. В первые сутки язва покрыта тонкой гладкой корочкой, — струпом бледно-желтого цвета. На вторые, а иногда уже и на первые сутки, струп приобретает ярко-красную окраску, вследствие пропитывания кровью некротизированных тканей. К концу первых и началу вторых суток толщина струпа увеличивается. Поверхность его становится неровной (рис. 1 г). Цвет струпа меняется, чаще всего приобретая коричневые оттенки.

В процессе развития и заживления контуры язв очень быстро меняются, принимая самый причудливый вид (рис. 1 б, г, д, е). Изменяется также цвет струпа, который становится красно-коричневым, затем коричневым и при дальнейшем подсыхании превращается в светло-коричневую корочку, которая отпадает.

Рубец, образовавшийся после заживления язвы, прощупывается довольно долго — от двух недель до месяца после отпадения струпа. Шерсть вокруг язвы обычно сохраняется, но при множественных изъязвлениях нередко вокруг них наступает облысение. После заживления язвы облысевшем участке кожи и на месте язв отрастает шерсть (рис. 1 е), и через некоторое время такой участок ничем не отличается от окружающей кожи.

Время, необходимое для полного заживления язвы, даже у одного и того же кролика неодинаково. Некоторые язвы заживают в течение 3—4 дней, для заживления других требуется до 25 дней. Скорость заживления в значительной степени зависит от глубины поражения тканей.

Процессы изъязвления и заживления нередко происходят одновременно: на той же язве в некоторых участках заживает, а в других увеличивается за счет продолжающегося изъязвления соседних тканей.

У большинства кроликов в различные сроки после начала изъязвления (3—4 недели) все образовавшиеся язвы заживают и в течение 1—3 дней, иногда и дольше (более двух недель) язвы отсутствуют. Потом процесс изъязвления начинается снова, часто непосредственно на месте ранее заживших язв или на соседних участках брюшной стенки. Процесс вторичного изъязвления почти ничем не отличается от первичного. Таких «вторичных» изъязвлений у кролика может быть несколько. Чем больше перерезано нервов, тем дольше продолжают образовываться язвы. При перерезке 3—5 спинальных нервов процесс изъязвления, как правило, заканчивается через 3—4 месяца. При перерезке 7 нервов он может продолжаться значительно дольше. Так, у двух кроликов, находящихся под наблюдением после операции в течение трех лет на брюшной поверхности периодически появлялись и заживают все новые и новые язвы.

У некоторых кроликов не наблюдается «волнообразного» развития язв. Процесс носит непрерывный характер. У этих животных при наличии еще заживших язв образуются новые язвы брюшной стенки.

Таким образом, в отличие от незаживающих язв, развивающихся на

стопе после перерезки седалищного нерва (<sup>3</sup>), язвы на брюшной стенке крлика, образующиеся после перерезки спинальных нервов заживают без постороннего вмешательства. Однако такие язвы дают большое количество рецидивов, а при перерезке семи спинальных нервов процесс изъязвления может стать хронически рецидивирующим.

Своеобразное течение язв брюшной стенки, повидимому, зависит от ряда моментов. Среди них на первое место надо поставить особенности иннервации брюшной стенки (наличие обширных зон перекрытия иннервируемых спинальных нервов), слабую травматизацию данной области, а также, возможно, меньшее ее инфицирование, чем это наблюдалось в язвах стопы после перерезки седалищного нерва.

Институт Экспериментальной медицины  
Академии медицинских наук СССР

Поступило  
6 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. Н. З а й к о, Экспериментальные исследования нейропатического кератита. Докторская диссертация, Л., 1949; Тр. 1 Всес. конфер. патофиз., 1952, стр. 145—148; Сборн. тр., посвящ. В. В. Воронину АН ГрузССР, Тбилиси, 1952, стр. 117—130; Изв. АН СССР сер. биол., № 2, 99 (1952). <sup>2</sup> Т. Л. С о п о в а, Развитие комплекса патологических изменений органов таза при разрушении спинного мозга. Диссертация, 1954; Тез. докл. конфер. научно-иссл. работы ИЭМ. АМН СССР, 1954, стр. 195—198. <sup>3</sup> И. Д. Х л о п и н а, ДАН 87, № 1, 205 (1952); Арх. Анат. гист. и эмбриол., 29, в. 2, 46 (1952); Тр. Всерос. научн. практ. конфер. нейрохирургов в Ленинграде, 1954, стр. 342—347; Экспериментально-морфологическое исследование развития язв нейрогенного происхождения, Докторская диссертация, Л., 1954.

Н. Г. ВИНОГРАДОВА

## К ЗООГЕОГРАФИИ ГЛУБИН ФАУНЫ ИНДИЙСКОГО ОКЕАНА

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 26 IV 1956)

В литературе не существует единой точки зрения на характер зоогеографических связей глубоководной фауны Индийского океана. Экман (1) сближал глубоководную фауну Индийского океана с тихоокеанской глубоководной фауной. К этому же выводу пришел и Киркенгард (4) на основании анализа глубоководных Polychaeta. Однако Мадсен (5) на основании анализа фауны глубоководных иглокожих пришел к противоположному выводу о том, что фауну больших глубин Индийского океана следует сближать с глубоководной фауной Атлантического океана.

По литературным данным в Индийском океане на глубинах более 2000 м известно в настоящее время приблизительно 260 видов Spongia, Coelenterata, Isopoda, Decapoda, Cirripedia, Pantopoda, Asteroidea, Echinoidea, Annelothuriidae и Crinoidea, анализ географического распространения которых был произведен нами.

На основании этого анализа было выяснено, что глубоководная фауна Индийского океана является менее самостоятельной, чем фауна Тихого и Атлантического океанов, где около трех четвертей глубоководных видов являются эндемичными. В Индийском океане лишь немногим более половины видов встречается только в нем.

Другая особенность глубоководной фауны этого океана заключается в том, что она не является единой целостной фауной. Число общих видов, встречающихся одновременно на глубинах как в северной части Индийского океана, севернее линии мыс Доброй Надежды — мыс Натуралист, так и в южной части его, очень мало и составляет всего лишь 2,4% от общего числа глубоководных видов Индийского океана.

Поэтому зоогеографический анализ глубоководной фауны Индийского океана следует проводить отдельно для северных и южных районов его.

Наибольшее значение в глубоководной фауне северных районов Индийского океана имеют виды, общие с глубоководной фауной Тихого океана. Их долю приходится 47,7% от общего числа видов северной части Индийского океана, против 12,7% эндемиков\*. Среди первых больше всего (33,3) видов, общих с глубоководными видами северной части Тихого океана и лишь 2,4% видов, общих с видами южной части Тихого океана. Влияние глубоководной фауны Атлантического океана на фауну северной части Индийского океана невелико. Имеется всего 4% видов общих с фауной Атлантического океана. Однако довольно значительное их количество отмечено как в северной части Индийского океана, так и одновременно в Атлантическом и Тихом океанах (15,9%).

Число видов, общих с южной частью Индийского океана составляет всего 4,8% видов. Характерно, что только 4% глубоководных видов

\* В группу эндемиков нами не включались виды, встреченные только по одному экземпляру. Они выделены в особую группу и составляют 36,5% от общего числа видов в северной части Индийского океана.



северной части Индийского океана являются общими с глубоководной фауной Антарктических районов других океанов.

Иными словами, основная роль в глубоководной фауне северной части Индийского океана принадлежит видам, общим с видами Тихого океана главным образом северной части его. Эти виды проникают сюда через глубоководные проливы Малайского архипелага в районе островов Ява, Флорес и Тимор, а также через моря Баида, Сулу и Целебесское, глубины которых превышают 5000 м.

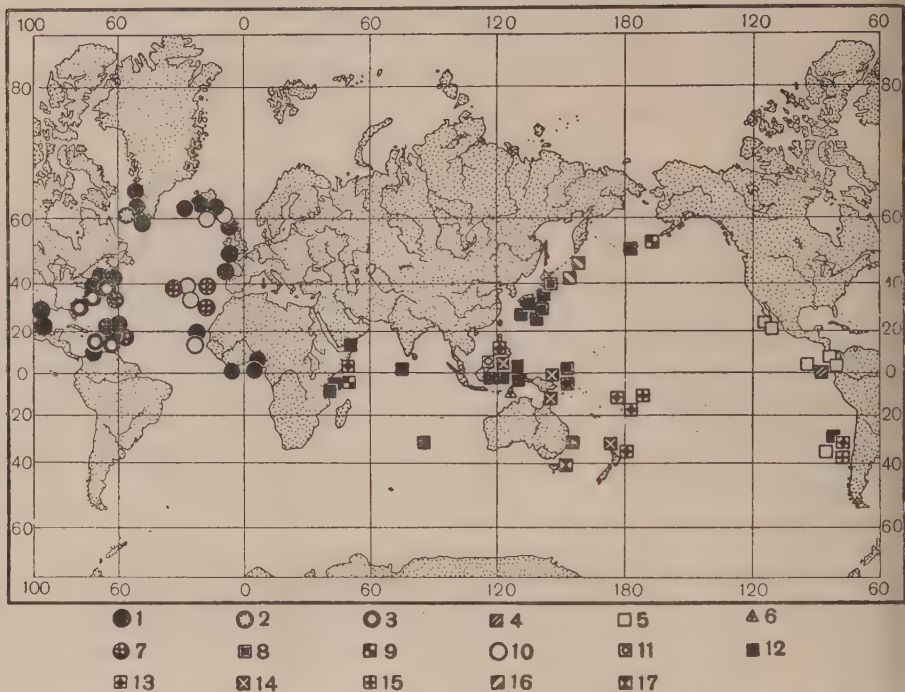


Рис. 1. Карта распространения глубоководных морских ежей семейства Echinothuriidae: 1 — *Phormosoma placenta*, 2 — *Echinostoma koehleri*, 3 — *E. peteresii*, 4 — *E. panamense*, 5 — *E. hispidum*, 6 — *Tromikosoma mordens*, 7 — *T. uranus*, 8 — *T. tenue*, 9 — *Sperosoma biseriatum*, 10 — *S. grimaldi*, 11 — *Hemiphormosoma paucispinum*, 12 — *Hygrosoma hylacantha*, 13 — *Araeosoma coriacea*, 14 — *Astenosoma gracile*, 15 — *Kamptosoma aster*, 16 и 17 — Echinothuriidae g. sp.

Роль эндемиков и видов, общих с глубоководными видами Атлантического океана, а также различных районов Антарктики в общем невелика. Это хорошо иллюстрируется распространением одной из наиболее известных групп глубоководных животных — мягких морских ежей Echinothuriidae (рис. 1).

В отношении же глубоководной фауны южных районов Индийского океана наблюдается совершенно иная картина. Здесь влияние глубоководной фауны Тихого океана в целом значительно уменьшается. С глубоководной фауной северной части Тихого океана имеется всего лишь 4% общих видов, число видов, общих с фауной южной части Тихого океана, возрастает сравнительно с тем, что имелось в северной части, примерно в четыре раза (8,7%). Значительно возрастает также влияние и глубоководной фауны Атлантического океана. Имеется около 10% видов, общих с глубоководной фауной только Атлантического океана, из которых 7% приходится на долю видов, встречающихся только в его южных районах.

Наиболее сильно возрастает количество антарктических видов, т. е. таких, которые встречаются в различных океанах лишь южнее 40° южной

роты. В целом они составляют 77% от общего числа глубоководных видов, встречающихся в южной части Индийского океана. В эту группу приходится включить и эндемиков южной части Индийского океана, а также и формы, встреченные здесь всего лишь по одному разу.

Иными словами, в глубоководной фауне южной части Индийского океана основная роль принадлежит антарктическим видам. Роль видов, общих с глубоководной фауной Атлантического океана, возрастает, а роль видов, общих с глубоководной фауной Тихого океана, уменьшается по сравнению с тем, что было отмечено для северной части Индийского океана.

На основании изложенного схема районирования глубоководной фауны, приводимая Мадсенем, представляется нам неправильной. Нельзя вообще говорить об общности глубоководных фаун Индийского (целиком) Атлантического океанов, поскольку фауна северных и южных районов Индийского океана неоднородна, но, если даже влияние глубоководной фауны Атлантического океана в южной части Индийского океана и возрастает, по сравнению с северной его частью, то оно недостаточно велико, чтобы говорить об общности фаун Атлантического и даже южной части Индийского океанов. Влияние же глубоководной фауны Атлантического океана на фауну северной части Индийского океана ничтожно мало. Глубоководная фауна южной части Индийского океана безусловно тяготеет к антарктической фауне, а глубоководная фауна северной его части несомненно тесно связана с глубоководной фауной Тихого океана — особенно с фауной его северной части.

Схемы районирования глубоководной фауны, приводимые Экманом<sup>(2,3)</sup> и Хиркенгардом<sup>(4)</sup>, более близки к нашей схеме, однако их следует принимать с той же оговоркой, что нельзя говорить вообще об общности глубоководных фаун Тихого океана и целиком Индийского океана. Северная часть Индийского океана выделяется нами как Северо-Индийская подобласть Тихоокеанско-Северо-Индийской глубоководной области, южная же часть его выделяется в качестве Индийской провинции, Антарктическо-Индийско-Тихоокеанской подобласти Антарктической глубоководной области<sup>(1)</sup>. Возможно, что двойственность глубоководной фауны Индийского океана можно объяснить его палеогеографическим прошлым.

Поступило  
27 VIII 1955

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. Г. Виноградова, ДАН, 111, № 1 (1956). <sup>2</sup> S. Ekman, Tiergeographie Meeres, Leipzig, 1935. <sup>3</sup> S. Ekman, Zoogeography of the Sea, London, 1953. <sup>4</sup> B. Kirkengard, 14 Intern. Zool. Congress, Copenhagen, 1953. <sup>5</sup> F. I. Madsen, Intern. Zool. Congress, Copenhagen, 1953.

М. А. ДОБРЖАНСКАЯ

# СЕЗОННЫЕ И СУТОЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СОДЕРЖАНИИ РАСТВОРЕННОГО ОРГАНИЧЕСКОГО ВЕЩЕСТВА В ЧЕРНОМ МОРЕ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 11 VII 1956)

В настоящее время факт сопутствующего фотосинтезу обогащения морской воды растворенным органическим веществом, повидимому, не подлежит сомнению. В частности, для оз. Байкал К. Вотинцевым<sup>(2)</sup> найдены четко выраженные сезонные изменения содержания растворенного органического вещества, которые автор рассматривает как следствие количественных изменений в развитии фитопланктона. Однако для вод океана, в том числе и для вод Черного моря, литература не располагает систематическими наблюдениями, непосредственно указывающими на зависимость величины растворенного органического вещества от времени года, а тем более от времени суток, т. е. на связь его с ритмом фотосинтеза. В данном случае сделана такая попытка проследить на примере Черного моря годовые и суточные изменения содержания растворенного органического вещества (по данным окисляемости в «нейтральной среде», а также БПК<sub>5</sub>) в связи с колебаниями интенсивности фотосинтеза (по суточному изменению растворенного кислорода). Основой для суждения послужили данные систематических наблюдений на суточных станциях, проводимых нами регулярно с ноября 1951 г. в районе выхода из Севастопольской бухты.

Из данных табл. 1 следует, что количество растворенного нестойкого органического вещества на протяжении года в Черном море подвержено четким сезонным колебаниям. Наименьшие величины приходятся на зимние месяцы, наибольшие — на теплый период года: с апреля — мая величина окисляемости начинает возрастать, достигая максимума в июне — августе. С наименьшей четкостью отмечаются также изменения в суточном ходе

Суточный ход величин окисляемости

Глубина, м	Январь				Февраль				Март				Апрель				Май				Июнь				
	8 ч.	14 ч. 30'	18 ч.	8 ч.	7 ч. 30'	14 ч. 30'	18 ч. 30'	7 ч. 50'	7 ч.	14 ч. 30'	19 ч.	7 ч.	6 ч. 30'	14 ч. 30'	19 ч. 30'	6 ч. 30'	5 ч. 30'	14 ч. 50'	20 ч.	5 ч. 30'	4 ч. 30'	14 ч. 30'	20 ч. 30'	4 ч. 30'	
0	0,76	0,72	0,76	—	—	—	—	—	0,84	0,75	0,74	0,89	0,93	1,08	0,95	0,92	0,98	1,20	1,02	0,94	0,99	1,62	1,25	1,22	
10	0,74	0,71	0,70	—	—	—	—	—	0,73	0,68	0,73	0,63	0,80	0,78	0,71	0,78	0,79	0,86	0,70	0,90	0,82	0,99	0,88	0,87	
14	0,73	0,62	0,62	—	—	—	—	—	0,70	0,74	0,69	0,75	0,85	0,85	0,74	0,77	0,86	0,93	0,78	0,86	0,66	0,66	0,76	0,77	
195																									
0	0,88	1,13	1,11	0,66	1,18	1,13	1,12	1,10	—	1,10	1,08	1,08	1,16	1,24	1,21	1,19	—	—	—	—	0,86	1,22	1,12	0,87	
10	—	—	—	—	1,01	0,87	0,91	0,88	—	0,96	0,92	0,83	0,99	0,98	0,98	0,92	—	—	—	—	0,86	1,04	1,18	0,87	
14	—	—	—	—	0,91	0,87	0,88	0,88	0,89	0,94	0,87	0,83	0,84	0,92	0,86	0,83	—	—	—	—	0,93	0,80	1,18	0,87	
195																									
0	0,65	0,68	0,66	—	0,84	0,85	0,84	0,84	0,65	1,09	1,10	0,84	1,02	—	—	—	—	0,99	—	—	—	0,85	1,22	1,15	0,87
10	0,65	0,70	0,69	0,79	0,71	0,69	0,69	0,75	0,94	0,94	0,91	0,83	0,72	—	—	—	—	0,92	—	—	—	0,85	1,00	0,85	0,87
14	0,64	0,72	0,66	0,79	0,64	0,68	0,68	0,74	0,66	0,88	0,84	0,83	0,72	—	—	—	—	0,76	—	—	—	0,69	0,92	0,83	0,87
1956																									

Примечание: Часы наблюдений для каждого месяца 1954, 1955 гг. те же, что и для соответствующих лет.



(табл. 1). Как правило, максимум величин падает на дневные часы теплого периода года, когда в результате фотосинтеза наблюдается наибольшая продукция кислорода. Ночью окисляемость значительно понижается. В зимние месяцы суточные отклонения в содержании нестойкого органического вещества невелики.

Определения растворенного органического вещества в одновременно взятых пробах методом БПК<sub>5</sub> дали годовой и суточный ритмы аналогичные: ходу окисляемости.

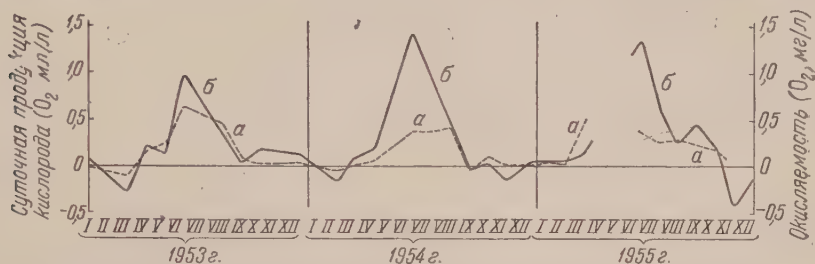


Рис. 1. Изменения величин прироста окисляемости (а) и содержания кислорода (б) на протяжении года по наблюдениям в море (поверхность)

Зависимость величины окисляемости от величины продукции кислорода подтверждена также наблюдениями на суточных станциях методом «темных» и «светлых» склянок, в условиях которых элиминируется влияние гидрологических факторов. Для этой цели параллельно с наблюдениями в море на соответствующие глубины подвешивалась серия темных и светлых склянок. Для каждого горизонта (0,10 и 14 м) пробы брались из одного и того же батометра в отдельные склянки для исследования на кислород и окисляемость. Через сутки, т. е. на рассвете следующего дня, пробы вынимались и тотчас велась указанные определения. Полученные результаты представлены на рис. 2. И в этом случае получена почти прямая связь между величинами окисляемости и суточной продукцией кислорода.

Подобно тому, как это наблюдал К. Вотинцев (<sup>2</sup>), сезонные, а также суточные изменения содержания легко окисляемой фракции органического вещества с большей четкостью прослеживаются на поверхности.

Из полученного годового и суточного хода содержания растворенной нестойкой фракции органического вещества следует, что величины послед-

Таблица 1

в различные месяцы года

Июль			Август			Сентябрь			Октябрь			Ноябрь			Декабрь							
14 ч. 30'	20 ч. 30'	5 ч.	6 ч.	14 ч. 30'	20 ч.	6 ч.	6 ч. 30'	14 ч. 30'	19 ч.	6 ч. 20'	7 ч.	14 ч. 30'	18 ч.	7 ч.	7 ч. 30'	14 ч. 30'	17 ч. 30'	7 ч. 30'	8 ч.	14 ч. 30'	17 ч.	8 ч.
0,92	0,91	0,68	1,16	1,60	1,62	1,36	0,94	1,02	0,99	0,97	1,02	1,04	1,01	0,94	—	—	—	—	0,79	0,76	0,76	0,80
0,99	0,96	0,74	1,05	1,08	1,23	1,16	0,91	0,98	1,00	0,96	1,01	0,86	0,95	0,87	—	—	—	—	0,77	0,71	0,69	0,80
1,05	0,98	0,74	0,64	1,00	1,15	0,97	1,04	0,96	0,96	1,01	1,04	0,83	0,86	0,89	—	—	—	—	0,77	0,72	0,71	0,65
1,15	0,92	1,06	0,86	1,26	1,24	0,97	1,10	0,94	1,04	0,87	0,98	1,07	1,01	0,99	0,78	0,80	0,78	0,79	0,74	0,74	0,73	0,74
0,91	0,88	0,9	0,71	0,96	0,89	0,82	1,04	0,87	0,8	0,87	0,96	1,02	0,97	0,98	0,84	0,78	0,78	0,77	0,7	0,71	0,76	0,77
0,84	0,80	0,82	0,68	0,93	0,84	0,78	0,92	0,86	0,87	0,83	1,06	0,93	0,93	1,02	0,83	0,80	0,81	0,78	0,66	0,77	0,78	0,71
1,13	1,04	0,79	0,83	1,12	1,05	0,84	0,93	1,16	0,93	0,88	0,69	0,87	0,88	0,95	0,86	0,88	1,08	0,85	1,05	0,89	0,87	0,71
0,52	0,87	0,80	0,80	0,91	0,88	0,94	0,90	1,02	0,88	0,84	1,32	0,85	0,8	0,83	0,87	0,83	0,88	0,84	0,71	0,64	0,63	0,62
1,04	0,77	0,86	0,76	0,87	0,83	0,99	0,92	0,88	1,03	0,90	0,82	0,87	0,86	1,04	0,69	0,79	0,87	0,82	0,65	0,64	0,63	0,63

месяца 1953 г.



него обусловлены не только изменениями в количестве фитопланктона, но в значительной мере и величиной фотосинтеза: наибольшему «приросту» \* кислорода соответствуют высокие величины прироста окисляемости (рис. 1).

Совпадение суточного и сезонного хода окисляемости с ходом интенсивности фотосинтеза позволяет допустить, что одной из причин повышения окисляемости морской воды является переходящее в раствор органическое вещество, синтезируемое фитопланктоном. Идея эта была высказана еще А. Пюттером <sup>(4)</sup> в 1924 г. В дальнейшем она подвергалась проверке и дискуссии. Наблюдения Грана и Руд, Крога и соавторов <sup>(4)</sup> и других

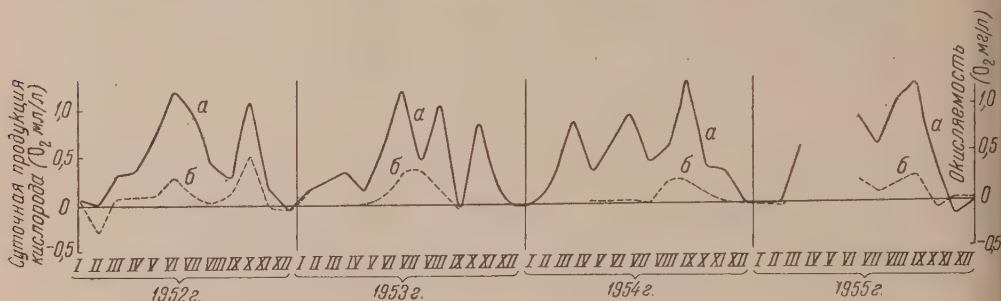


Рис. 2. Суточная продукция кислорода (а) и растворенного органического вещества (по окисляемости) (б) по наблюдениям в «светлых» и «темных» склянках в различные месяцы года (поверхность)

исследователей в основном подтвердили эту гипотезу; расхождения были получены лишь в количественных показателях. Так, по данным Грана и Руд, отдача органического вещества в раствор достигала 80—90% от фотосинтезируемого, по Крогу и соавторам она достигает 10%. Маршалл и Опп, напротив, получили отрицательные величины. (Цитировано по <sup>(4)</sup>.)

В нашем случае, по наблюдениям в светлых и темных склянках, суточный прирост окисляемости от суточной продукции кислорода (перечисленной в мг/л) в период с мая по сентябрь колебался в пределах от 9 до 20—25%, причем наибольший прирост окисляемости в основном совпадает с максимумом продукции  $O_2$ . Средняя же величина для этого периода, по данным за разные годы, была относительно постоянной и составляла: для 1953 г. 16%, для 1954 г. 12% и для 1955 г. 13%. Если же принять, что метод определения окисляемости в «нейтральной среде» дает лишь около 25—30% от истинного содержания растворенного органического вещества <sup>(3)</sup>, то средняя величина отдачи его в окружающую среду в теплый период года возрастет до 40—50%.

Начиная с ноября прирост растворенного органического вещества, в большинстве случаев, резко падает и на протяжении зимы, а в некоторых случаях и ранних месяцев весны (март, апрель), достигает иногда даже отрицательных значений.

Полученная нами относительно высокая величина прироста кислорода и растворенного органического вещества летом по сравнению с ранне-весенними месяцами до некоторой степени находит свое объяснение в следующем:

а) более высокая продолжительность светлой части суток летом по сравнению с весной;

б) различная интенсивность образования нового органического вещества разными видами диатомей в различные месяцы года. Так, по наблюдениям Н. П. Бессемьяновой <sup>(1)</sup>, *Navikula* sp. максимально фотосинтезирует в августе, *Nitzschia closterium* — в июне, *Cerataulina bergonii* — в сентябре, *Skeletonema costatum* — в мае и все они дают минимальные показатели зимой.

\* Под «приростом» в данном случае понимается разность в содержании названных элементов на рассвете и к концу того же дня по наблюдениям на суточных станциях.

Резкое падение содержания растворенного органического вещества в мореночные часы в период интенсивного фотосинтеза позволяет сделать вывод о быстрой регенерации поступающего в раствор органического вещества. Исходя из этого, представление о том, что разложение находящегося в растворе органического вещества *in situ* происходит чрезвычайно медленно и что возраст его в морской воде исчисляется в среднем несколькими тысячами лет<sup>(5)</sup>, видимо, не вполне соответствует действительности. Это представление, очевидно, в какой-то мере справедливо лишь для устойчивой, малодоступной для разрушения фракции органического вещества.

Поскольку имеются четко выраженные сезонные и суточные колебания содержания растворенного органического вещества, при оценке его содержания в поверхностных слоях моря, а также при характеристике его пространственного распределения в них, необходимо учитывать время года и часы наблюдений, так как в противном случае полученные результаты будут мало сравнимы.

Севастопольская биологическая станция  
им. А. О. Ковалевского  
Академии наук СССР

Поступило  
10 VII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. П. Бессемянова, Тр. Севаст. биол. ст. АН СССР, 9 (1956). <sup>2</sup> К. К. Скотинцев, ДАН, 101, № 2, 359 (1955). <sup>3</sup> Б. А. Скопинцев, Тр. Гос. океанограф. инст., в. 4 (16), 3 (1948). <sup>4</sup> R. M. Bond, Bull. Bingham Oceanogr. Collect., 4, Art. 1 (1933). <sup>5</sup> E. Steemann-Nielsen, Deep-sea Res., Suppl. to 3, 281 (1955).

В. П. ЛУФЕРОВ

## НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ О ХИЩНОМ ПИТАНИИ ЛИЧИНОК TENDIPEDIDAE

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 7 VI 1956)

Как известно, среди личинок тендипедид наряду с растительноядными, детритоядными и фильтрующими формами существуют формы хищные.

Среди тендипедид Рыбинского водохранилища и соседних водоемов нами были установлены следующие хищные формы: из подсемейства Pelopiinae: *Procladius nigriventris* \*, *Ablabesmyia* ex gr. *monilis* и *Anatopynia plumipes*; из подсемейства Tendipedinae: *Cryptochironomus* ex gr. *defectus*. Особое внимание было уделено личинкам *Procladius*, являющимся в этих водоемах массовой формой.

Характер питания личинок определялся методом вскрытий. Степень накормленности устанавливалась величиной индекса наполнения в процедилах. Вес пищевого комка и самой личинки рассчитывался по таблицам средних весов, разработанным Ф. Д. Мордухай-Болтовским<sup>(3)</sup>.

Для олигохет применить метод индексов оказалось невозможным, так как в кишечнике тендипедид черви быстро перевариваются, оставляя лишь хеты; по нахождению последних можно было определить лишь процент встречаемости олигохет.

Для *P. nigriventris*, собранных в Рыбинском водохранилище в мае 1954 г., был установлен следующий состав пищи. Ветвистоусые: *Alona affinis*, *Bosmina coregoni*, *Camptocercus*; веслоногие: *Eucyclops serrulatus*, *Paracyclops fimbriatus*, *Acanthocyclops viridis*, *Harpacticoida*, *Diaptomus graciloides*; Ostracoda; тендипедиды: *Tendipes* sp., *Polypedilum* sp., *Tanytarsus* sp.; малощетинковые черви.

Наибольшую роль в питании *P. nigriventris* играют личинки тендипедид, которые по величине индекса составляют половину общего индекса (см. рис. 1). Особенно часто в кишечниках встречаются *Tendipes* sp. Существенно, что в кишечниках *Procladius* из тендипедид обнаружена исключительно молодь личинок — в основном первого и второго и лишь отчасти третьего возраста. Второе место по величине индексов занимают *Entomostegus*. Соперода дают более высокие индексы, чем Cladocera. Встречаемость *Oligochaeta* составляет от 20 до 48%.

В питании личинок *P. nigriventris*, собранных на постоянной станции в Волжском эстуарии, также наблюдается значительная роль тендипедид (рис. 1). В первых пробах, взятых в середине мая, тендипедид в пище не было. Это объясняется тем, что сборы производились до их вылета и в бентосе еще не появлялась молодь следующего поколения. Поэтому индекс наполнения в мае оказался самым низким (29,3‰).

Наряду с преобладающими *Alona affinis* и *Bosmina coregoni* иногда в довольно большом количестве встречались водоросли (в основном, диатомовые). Часто в кишечнике кроме водорослей не было никакой другой

\* Видовая принадлежность личинок *Procladius* была любезно установлена Т. А. Мурагиной.

щи. Присутствие водорослей в кишечнике хищных личинок *Procladius* свидетельствует о неблагоприятных условиях их питания.

В июне в питании появились массовые стадии тендипедид и общий индекс зрос до 224 ‰ при преобладании *Tanytarsus* sp. В июле *P. nigriventris* почти исключительно питался личинками тендипедид (*Procladius* sp. и *Tanytarsus* sp.). Незначительную примесь составляли *Alona affinis* и острады. Общий индекс достиг 1151 ‰. На Белом озере в июне и июле 1955 г. также было установлено преимущественное питание хищника молодыми стадиями тендипедид.

Питание белозерского *Procladius* отличается еще большей ролью тендипедид, из которых найдены: *Tendipes* sp., *Procladius* sp., *Cryptochironomus gridens*, *C. ex gr. fuscimanus*, *Tanytarsus ex gr. lobatifrons*, *Polypedium eviantennatum*. Значение *Entomostraca* и олигохет меньше, чем в Рыбинском водохранилище.

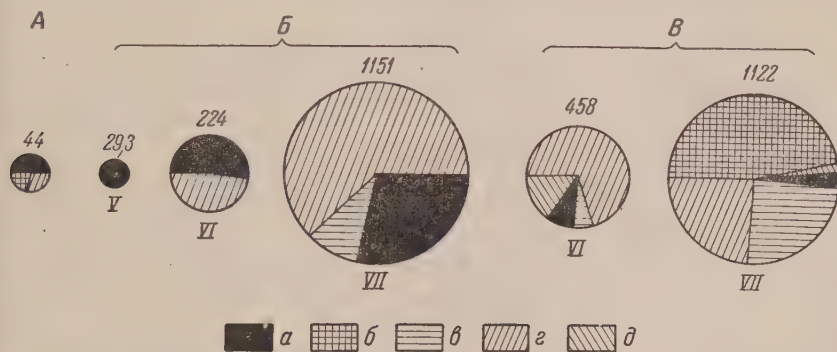


Рис. 1. Характер питания *Procladius*. А — питание *P. nigriventris* на Рыбинском водохранилище в мае 1954 г.; Б — то же в Волжском эстуарии в 1955 г.; В — питание *Procladius* на оз. Белом в июне — июле 1955 г. а — *Entomostraca*, б — *Tendipes* sp., в — *Procladius* sp., г — *Tanytarsus* sp. и *Cryptotopus ex gr. fuscimanus*, д — *Nematoda*. Площади кругов пропорциональны общим индексам наполнения. Числа при кругах — в процентилях

По нашим наблюдениям личинки *Procladius* из-за особенностей строения пищеварительного аппарата предпочитают добычу проглатывать целиком, поэтому личинки тендипедид в кишечниках хищника встречаются обычно совершенно целиком, но олигохет хищники перекусывают.

Представляет интерес каннибализм *Procladius*, проявляющийся как на Рыбинском водохранилище, так и в Белом озере. Особенно ярко каннибализм наблюдался в июле на Белом озере, когда кормовые условия были наиболее благоприятными вследствие обилия молодых стадий тендипедид. Таким образом, в данном случае каннибализм хищника не является следствием неблагоприятных пищевых условий.

Другой представитель хищных *Pelopiinae* — личинки *Ablabesmyia ex gr. monilis*, обитающие в Рыбинском водохранилище только в прибрежной зоне — в основном среди зарослей гречихи и рдестов. По данным вскрытий состав пищи *A. ex gr. monilis* следующий. Ветвистоусые: *Sida sternalis*, *Acræperus harpae*, *Chydorus sphaericus*; веслоногие: *Cyclops vernalis*; *Hydracarina*; тендипедиды: *Cricotopus ex gr. silvestris*, *Psectrocladius ex gr. psilopterus*, *Thienemanniella* sp., малощетинковые черви: *Stylaria* sp. Хеты *Stylaria* sp. обнаружены почти во всех вскрытых кишечниках. *Entomostraca* в питании *A. ex gr. monilis* видимо играют несколько большую роль, чем *Procladius*. Тендипедиды, напротив, встречаются довольно редко, хотя давали, благодаря большому весу, высокий индекс наполнения.

Третьим представителем хищных *Pelopiinae* является личинка *Anatopia plumipes*. Анализ кишечников этой личинки показал, что ее пища почти целиком состоит из молодых стадий тендипедид. Однако, эта личинка



не встречается в Рыбинском водохранилище и распространена только в мелких временных водоемах.

Из подсемейства Tendipedinae признаки хищничества имеют личинки *Criptochironomus* ex gr. defectus. Для установления характера питания последних, личинки брались из различных биотопов, причем во всех случаях их кишечники, как правило, оказались наполненными детритом и личинки производили впечатление детритоядов. Однако в массе заглощенного детрита нередко находились хеты *Oligochaeta*, встречающиеся иногда в значительном количестве. В двух случаях было обнаружено по одному экземпляру остракод.

Никаких других беспозвоночных в кишечниках *C. ex gr. defectus* обнаружено не было. Личинки домиков не строят, ведут бродячий образ жизни и этим также похожи на хищника. Однако факт поедания детрита никак не вяжется с хищничеством и поэтому личинок *C. ex gr. defectus*, повидимому, можно относить к факультативным хищникам, способным обходиться без животной пищи.

Мы исследовали также питание личинок *Cricotopus* ex gr. *silvestris* из подсемейства Orthoclaadiinae. Вызвано это было тем, что за последние годы рядом авторов (<sup>1,2,4,5</sup>) было высказано мнение о возможном или даже явном хищничестве представителей рода *Cricotopus*.

Однако вскрытия кишечников личинок, собранных в разное время в разных местах побережья Рыбинского водохранилища, показали, что личинки питаются исключительно водорослями. Ни одного представителя беспозвоночных в кишечнике *Cr. ex gr. silvestris* не было обнаружено. Основную роль в питании *Cr. ex gr. silvestris* играли диатомовые. Общий индекс наполнения доходил до 2723 %<sub>000</sub>.

Не обнаружив признаков хищничества *Cr. ex gr. silvestris* в природе, мы поставили серию опытов по питанию личинок в лаборатории.

В чашках Петри с помещенными в них растительными обрастаниями личинками *Cr. ex gr. silvestris* предлагалась икра белоглазки, леща и чехони на разных стадиях развития от начала дробления до стадии глазка. В других случаях в опыт вводились личинки четвертой стадии *Polypedilum* sp., а также первые стадии *Tendipes* sp. и *Cr. ex gr. silvestris*. Ни одного случая хищничества и поедания икры нами не было отмечено. Личинки *Cr. ex gr. silvestris* потребляли в пищу только обрастания.

Как указано в статье А. И. Шиловой (<sup>5</sup>), *Cr. silvestris* в условиях опыта хищничал, поедая взрослых личинок *Psectrocladius*, молодь *Glyptotendipes* и рачка *Eurycercus lamellatus*.

Однако выяснилось, что эти опыты производились в чистых чашках Петри без добавления растительных объектов.

Мы высказали предположение, что при таких условиях опыта хищное питание *Cr. silvestris* вызвано голодом. Для проверки этого 20 личинок *Cr. ex gr. silvestris* были помещены в чистую чашку Петри без обрастаний и через сутки туда же были помещены трехдневные личинки *Tendipes* sp. Личинки *Cr. ex gr. silvestris* немедленно в большом количестве стали поедать *Tendipes* sp. За один час некоторые личинки *Cr. ex gr. silvestris* поедали до 21 личинки *Tendipes* sp. Хищничество крикотопуса продолжалось 2 суток. На 3 сутки в опыт были добавлены обрастания; *Cr. ex gr. silvestris* быстро целиком перешел на питание обрастаниями и на личинок *Tendipes* sp. больше не нападал, хотя их было большое количество.

На основании изложенного ясно, что «охотничий азарт», который А. И. Шилова отмечает у *Cr. silvestris*, возник в результате голодания и поэтому ее вывод о том, что личинки ведут хищный образ жизни и в минах они охотятся за добычей, нам представляется преждевременным. Повидимому, не только *Cricotopus*, но и многие другие заведомо нехищные формы тендипедид при известных условиях могут вести себя как хищники. Это можно показать любопытным опытом с типичным детритофагом и фильтратором *Tendipes* f. *l. plumosus*. Десять взрослых личинок *T. f. l. plumosus*

или помещены в чашку Петри с чистой водой без ила и растительности. течение суток личинки оставались без пищи. Спустя сутки голодания опыт были добавлены личинки *Tendipes* sp. I и II возраста. Взрослые личинки *T. f. l. plumosus* немедленно стали поедать молодых личинок и прекратили хищничество только после введения ила. Само собой разумеется, что ни фитофаг *Cr. ex gr. silvestris*, ни тем более фильтратор *T. f. l. plumosus* нигде не являются хищниками, так же как хищник *Procladius* не является фитофагом, хотя при голодании потребляет, как указывалось выше, водоросли.

На основании изложенного мы полагаем, что перечисленным формам, видимо многим другим тендипедам, например, *Psectrocladius*, на хищное питание которого указывает А. С. Константинов<sup>(2)</sup>, присуща чрезвычайная трофическая пластичность, позволяющая при неблагоприятных пищевых условиях или по каким-либо иным причинам переходить к необычному типу питания.

**В ы в о д ы.** 1. В Рыбинском водохранилище несомненно хищный образ жизни ведут личинки *Procladius* и *Ablabesmyia ex gr. monilis*, питающиеся молодью тендипедид, олигохетами и низшими ракообразными.

2. Животное питание наряду с потреблением ила свойственно также личинкам *Criptochironomus ex gr. defectus*, которых, видимо, можно отнести к факультативным хищникам.

3. Личинки тендипедид отличаются большой пищевой пластичностью, благодаря чему, особенно в условиях голодания, может резко меняться тип питания и растительноядные и детритоядные формы могут временно переходить на питание живыми беспозвоночными.

Научно-исследовательская биологическая  
станция «Борок» им. Н. А. Морозова  
Академии наук СССР

Поступило  
14 IV 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. Н. Гостеева, Зоол. журн., **29**, в. 2 (1950). <sup>2</sup> А. С. Константинов, ОИП, отд. биол., 7/1 (1952). <sup>3</sup> Ф. Д. Мордухай-Болтовской, Тр. проблем. тематич. совещ. ЗИН, в. 2 (1954). <sup>4</sup> Н. Б. Пчелкина, Тр. Всесоюз. гидробиол. сб., **2** (1950). <sup>5</sup> А. И. Шилова, ДАН, **106**, № 6 (1955).

А. П. ШЕЙНКЕР и И. Е. ЭЛЬПИНЕР

## ИММУНИЗИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА ПАТОГЕННЫХ БАКТЕРИЙ, ПОДВЕРГШИХСЯ ДЕЙСТВИЮ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН (ПАЛОЧКА КОКЛЮША)

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 4 VI 1956)

В предыдущих сообщениях (<sup>1, 2</sup>) было установлено, что палочки коклюша разрушаются под действием ультразвуковых волн и что в результате этого воздействия в окружающую среду (физиологический раствор) переходит токсин названной культуры. Полученный высокотоксичный препарат при стоянии терял свою токсичность, но сохранял антигенные свойства. В настоящем сообщении приводятся данные, показывающие, что и сама озвученная культура коклюшной палочки теряет вирулентность, сохраняя иммуногенные свойства. Иными словами, под действием ультразвуковых волн суспензия палочек коклюша приобретает свойства полного антигена, вызывающего иммунитет как против токсина, так и против данного патогенного микроба.

В нашей работе мы пользовались культурой палочки коклюша, которая хранилась в высушенном состоянии. Время от времени она высевалась на искусственных средах и проверялись вирулентные и токсические свойства выросшей культуры.

Озвучиванию подвергалась 15—20 мл взвеси микробной культуры (по кишечному стандарту) в физиологическом растворе. Частота колебаний 700 000 гц, интенсивность ультразвука — 8 ватт/см<sup>2</sup> излучающей поверхности. Источником ультраакустических колебаний служила пьезокварцевая пластинка. Продолжительность озвучивания: 30, 60, 120 минут.

При 30-минутном воздействии бациллы коклюша оставались микроскопически мало измененными — отмечался лишь некоторый полиморфизм в их окраске. Более длительное воздействие ультразвуковыми волнами (60 минут) вызывает массовый распад микробных клеток. Однако среди полностью разрушенных микробов обнаруживаются и уцелевшие единичные бактерии. Посев такой озвученной микробной суспензии дает специфический рост в виде единичных колоний. Наконец, микробный препарат, озвученный в течение 2 часов, представлял собой сплошной детрит. Такая культура, естественно, при последующем посеве не давала роста.

Безвредность озвученной культуры коклюша проверялась на кроликах и белых мышах. Внутривенное введение кроликам нативной коклюшной культуры вызывает значительный некроз ткани в месте инъекции. Введение 200 млн. палочек вызывает некроз диаметром в 2 см, 100 млн — 1,5 см и 50 млн — 1,2 см.

Как видно из приведенной табл. 1, введение внутривенно кроликам даже 5—20 минимальных некротических доз озвученной культуры не вызывает геморрагического некроза, характерного для коклюшной палочки. В этих случаях лишь иногда наблюдается покраснение, либо отек, возникающий в местах инъекции. Появление покраснения связано с алергизирующими свойствами коклюшного возбудителя.



Таблица 1

Результаты испытания палочки коклюша, подвергавшейся действию  
ультразвуковых волн

Продолжитель- ность озвучивания в мин.	Некротическое действие (внутрикожное введение)				Летальное действие (внутрибрюшинное введение)*	
	№№ кроликов	1 млрд	500 млн	250 млн	1 млрд	500 млн
Без озвучива- ния	1	Резкий некроз	Резкий некроз	—	10/10	8/10
30	2	То же	То же			
	1	Отек			1/9	0/9
	2					
	3					
	4					
60	1	Отек			0/9	1/9
	2					
	3					
	4					
120	1	Отек			3/9	1/9
	2					
	3					
	4					

\* Над чертой число погибших мышей, под чертой — число мышей, взятых в опыт.

У озвученной коклюшной культуры исчезают не только ее некротиче-  
ские свойства, но и летальный фактор. Так например, при внутрибрюшин-  
ном введении даже 2—4 смертель-  
ных доз озвученного препарата почти  
все мыши выжили (см. табл. 1).

Из 54 белых мышей, получивших  
внутрибрюшинно указанную дозу озвученной культуры, погибло лишь 6  
мышей (в 1-й день инъекции). Среди  
контрольных мышей (при таком же  
способе введения культуры неозвучен-  
ной) погибло 18 из 20 животных.

Изучение иммунизирующей эффек-  
тивности озвученного ультразвуком  
препарата проводилось  
в условиях применения оптимальной  
дозы. Для этой цели в первую оче-  
редь определялась минимальная им-  
мунизирующая доза озвученного пре-  
парата путем 5-кратной подготовки  
мышей. Иммунизация осуществлялась  
внутрибрюшинным введением озвучен-  
ного коклюшного препарата с 4—  
5 дневными интервалами. Об иммуни-  
зирующей способности препарата (вакцины) мы судили на основании дан-  
ных внутрибрюшинной пробы Здрововского, модифицированной одним из  
в отношении коклюшной инфекции.

Если за минимальную иммунизирующую дозу принять количество пре-  
парата, достаточное для получения выраженного иммунитета у 75% за-  
болевших мышей, то для озвученной коклюшной вакцины она составит  
около 100-миллионную культуру (табл. 2).

Таблица 2

Определение иммунизирующей эффек-  
тивности озвученной культуры коклюша

Антиген	Примененная доза (в млн. бактерий)*	
	200—300	50—100
Культура, озвученная 30 мин.	18/25	36/44
Культура, озвученная 60 мин.	23/23	17/25
Культура, озвученная 120 мин.	18/19	25/34
Живая вирулентная культура	—	32/35
Контроль (мыши, не- иммунизированные)	23/100	—

\* Над чертой число выживших мы-  
шей, под чертой число мышей, взятых  
в опыт.



Из табл. 2 видно, что культура коклюша, подвергавшаяся действию ультразвука в течение 1 часа, обладает хорошо выраженными антигенными и иммуногенными свойствами. Озвученная коклюшная вакцина по иммунизирующей эффективности приближается к живой культуре, которая, однако, обладает токсическими и вирулентными свойствами.

Известно, что коклюшная палочка, является слабым антигеном, вследствие чего необходимо многократное введение иммунизирующего препарата. Данные табл. 3 показывают, что озвученная коклюшная вакцина обладает

Таблица 3

Результаты одно- и многократной иммунизации мышей коклюшным антигеном

Коклюшный антиген	Оптимальная иммунизирующая доза (млн.)	Число иммунизаций	Внутрибрюшинная проба*
Вакцина, озвученная 60 мин.	200	5	15/15
	200	1	7/9
Вакцина, озвученная 30 мин.	100	5	13/16
	100	1	5/10
Коктовакцина (кипяченая)	300	5	13/17
	300	1	2/12
Карболизированная вакцина	50	5	12/14
	50	1	3/7
Живая вирулентная культура	40	5	17/18
	50	1	6/12
Контроль	—	—	4/35

\* Над чертой — число иммунных мышей, под чертой — число мышей, взятых в опыт.

иммунизирующим действием даже при однократном введении антигена. При 5-кратном введении препарата эффект этот, естественно, усиливается. В опыт были взяты две группы мышей, подвергавшихся иммунизации путем внутрибрюшинного введения ультразвуковой вакцины. Обе группы животных иммунизировались одинаковым количеством антигена (200 млн). Но одна группа животных получила указанную дозу в один прием, а другая — в 5 приемов (с интервалом в 4—5 дней).

Приведенные данные свидетельствуют о том, что под действием ультразвуковых колебаний коклюшная палочка теряет свои вирулентные и токсические свойства, сохраняя свое антигенное действие. Наряду с этим удалось установить, что даже при однократной вакцинации озвученный коклюшный препарат способен вызывать иммунитет против этого микроба.

Исключительный интерес представляет тот факт, что получение озвученной ультразвуковыми колебаниями коклюшной вакцины достигается без прибавления к микробной культуре посторонних веществ, что оно проводится при относительно низких температурах и на получение вакцины тратится всего 1 час. Применяемые до последнего времени коктовакцины или карболизированная вакцина получают в результате сильного нагревания или путем прибавления карболовой кислоты, что сопровождается денатурацией белков бактериальной клетки. Преимущество озвученной ультразвуком коклюшной вакцины заключается в том, что она обладает иммуногенными свойствами одновременно против токсина и против микробов.

Поступило  
29 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. Е. Эльпинер, А. П. Шейнкер, Бюлл. эксп. биол. и мед., 7, 51 (1946).
- <sup>2</sup> И. Е. Эльпинер, Микробиология, 24, 3, 371 (1955).

## МОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

И. Н. ПОЛУХИНА

### О МОРФОЛОГИЧЕСКИХ РАЗЛИЧИЯХ ЭПИБЛАСТОВ РЖИ И ПШЕНИЦЫ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 13 VIII 1956)

В литературе имеется очень мало сведений об эпибласте ржи и сведения противоречивы. П. Слезкин<sup>(3)</sup> и К. А. Фляксбергер<sup>(4)</sup> отрицают присутствие эпибласта у ржи. Р. А. Бейлис-Вирова<sup>(2)</sup> же сообщает, что она неоднократно наблюдала вырост на колеоризе зародыша ржи и высказала предположение, что этот вырост является эпибластом, сместившимся в процессе редукции.

Для уточнения вопроса о наличии эпибласта у ржи, его строении и положении мы провели сравнительное морфологическое исследование зародышей зерновок у 7 видов и 14 сортов ржи, 15 видов и 25 сортов пшеницы, полученных из коллекции Всесоюзного института растениеводства.

Зерновки ржи и пшеницы проращивались на фильтровальной бумаге, смоченной водой, в чашках Петри при температуре 15—20°. Зародыши после вскрытия семенной оболочки и со стебельком различной высоты (но не более 0,5 см) просматривались под бинокулярной лупой Цейса при окуляре 1 объективе F-55. Рисунки были сделаны с помощью рисовального аппарата F-1. Часть материала была фиксирована тройной смесью Чемберлена под давлением в 0,5 атм. и после промывки 70% спиртом обработана по обычному парафиновому методу. Постоянные препараты, приготовленные из серийных микротомных срезов, толщиной 14—16 м, изучались под микроскопом ахроматическим объективом 8 × 0,20 и окуляром Гюйгенса.

У всех исследованных нами зародышей зерновок пшеницы форма и положение эпибласта были всегда строго определенные. Именно, в форме широкой чешуйки (рис. 1, I и рис. 2) с волнистым, разнообразного очертания краем, направленной всегда вверх и отходящей от зародыша всегда в основании колеоптиля между первым и вторым первичными придаточными корешками (рис. 2). У эпибластов пшеницы разных видов и сортов отличия количественные: в большей или меньшей высоте, ширине и толщине самой чешуйки. М. С. Яковлев<sup>(5)</sup> отметил постоянство формы, положения и направления эпибласта и различия его размеров у разных сортов пшеницы и показал, что последние связаны с экологическими условиями их произрастания. Так, наиболее крупный эпибласт имеют ксерофитные виды и наиболее развитый — гидрофитные.

Для всех исследованных нами зародышей зерновок ржи характерна малая величина эпибласта (по сравнению с эпибластами пшеницы). Он имеет вид очень маленького отростка, почти невидимого для невооруженного глаза, разнообразную форму, положение и направление. Иногда эпибласт отходит от зародыша в основании колеоптиля между первым и вторым (или третьим) первичными придаточными корешками (рис. 1, III, IV, VI, VII). Иногда же он смещается вниз по колеоризе (рис. 3) и отходит с боковой стороны на колеоризе первого придаточного корешка (рис. 1, V). Различно и направление эпибласта: вперед — перпенди-

кулярно оси зародыша (рис. 1, III, V, VI), вниз (рис. 1, II, VII), вверх (рис. 1, IV и 4), в сторону (рис. 3). Различия размеров у эпипластов разных видов и сортов ржи выражены слабо и практически отсутствуют, поскольку отмеченные выше особенности эпипласта ржи встречались у различных экземпляров одного и того же вида и сорта.

У зародыша пшеницы, в срединной плоскости, перпендикулярной щитку, первичный придаточный корешок у длинностадийных форм отсутствует.

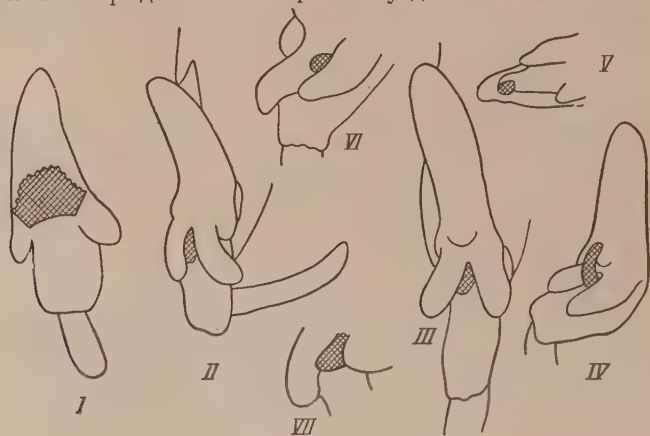


Рис. 1. Схематическое изображение эпипласта у проростков пшеницы и ржи. 10X. I — проросток пшеницы; II—VII проростки ржи. Эпипласт заштрихован

улет, у короткостадийных и засухоустойчивых форм появляется в виде слабо развитого бугорка в конце эмбриогенеза и расположен выше основания колеоптиля — над эпипластом<sup>(6)</sup>. Таким образом, участок колеоптиля между первыми боковыми придаточными корешками на ранних стадиях эмбриогенеза пшеницы являлся свободным и ничто не мешало здесь развитию эпипласта из складки колеоптиля. Иную картину мы находим у ржи. По данным Нутмана<sup>(2)</sup> в срединной плоскости зародыша ржи перпендикулярной щитку, вскоре же после образования главного зародышевого корня, в основании колеоптиля закладывается первичный придаточный корешок, который развивается в процессе эмбриогенеза вместе с другими боковыми придаточными корешками и у зрелого зародыша оказывается хорошо развитым. В таком случае мало возможностей для развития эпипласта из складки колеоптиля.

Можно предположить, что очень малая величина, разнообразие формы, положения и направления у эпипласта ржи обусловлены более ранним и сильным, чем у пшеницы, развитием первичного придаточного корешка, расположенного в срединной плоскости зародыша, перпендикулярной щитку, что и вызывает редукцию эпипласта.

Получило  
24 VII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Р. А. Бейлис-Вирова, Научн. зап. Льв. Научн. природ. музея АН УССР, 1 (1951). <sup>2</sup> Р. S. Nutman, Ann. Bot., New Ser., 3, № 11 (1939). <sup>3</sup> П. Слезкин, Журн. сельск. хоз. и лесовод., № 2 (1897). <sup>4</sup> К. А. Фляксбергер, Определитель разновидностей настоящих хлебов, 1911. <sup>5</sup> М. С. Яковлев, ДАН, 22, № 9 (1934). <sup>6</sup> М. С. Яковлев, Докл. Всесоюз. совещ. по физиологии растений АН СССР, в. 1, 1946



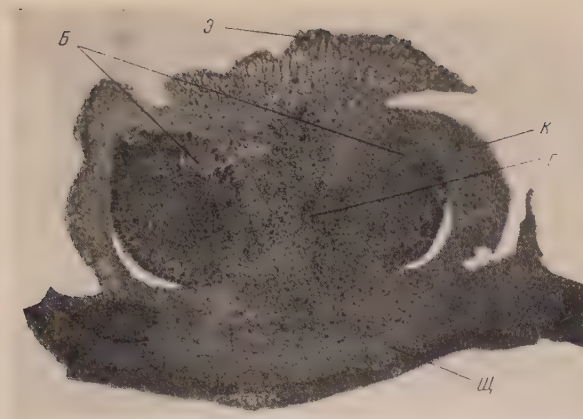


Рис. 2. Поперечный срез зародыша пшеницы, в фазе «начало прорастания», на уровне эпипласта (основание coleoptиля). Микрофото. 65X, репрод. 2/3. Э—эпипласт, Б—пара боковых первичных придаточных корешков, К—coleoptиль, Г—главный зародышевый корень, Щ—щиток

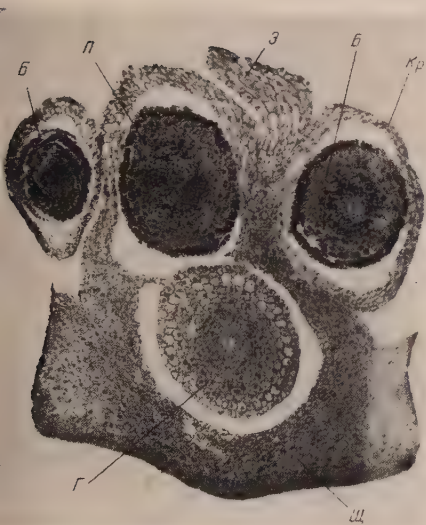


Рис. 3

Рис. 3. Поперечный срез зародыша ржи в фазе «начало прорастания» на уровне эпипласта (ниже основания coleoptиля). Микрофото. 65X. Репрод. 2/3. Э—эпипласт, П—первый первичный придаточный корешок, Б—пара боковых первичных придаточных корешков, Г—главный зародышевый корень, Кр—coleoptиля, Щ—щиток

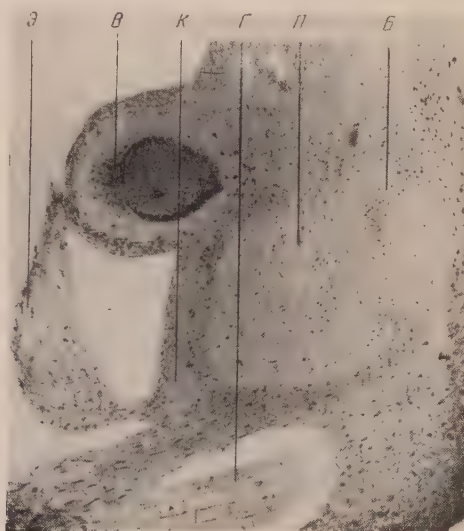


Рис. 4

Рис. 4. Тангентальный срез однодневного проростка ржи в зоне первичных придаточных корешков. Микрофото. 72,5X. Репрод. 2/3. Э—эпипласт, К—ткань coleoptиля, Г—главный зародышевый корень, П—первый первичный придаточный корешок, Б—боковой первичный придаточный корешок, В—верхний передний придаточный корешок





# ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

И. В. ГУЛЯКИН и Е. В. ЮДИНЦЕВА

## К ВОПРОСУ О ДЕЙСТВИИ РАДИОАКТИВНЫХ ИЗОТОПОВ НА РАСТЕНИЯ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 25 VII 1956)

Радиоактивные изотопы в последнее время широко используются для исследования питания растений и обмена веществ в растительном организме. Используя преимущества метода меченых атомов, необходимо иметь в виду возможность повреждающего действия радиоактивного излучения на рост и развитие растений, которое может в значительной мере обесценить результаты изучения как питания растений элементами минеральной пищи, так и обмена веществ. С целью изучения характера повреждающего действия радиоактивных веществ на растения нами проведены опыты с пшеницей и овсом.

Опыты с пшеницей (*Triticum Persicum*) проведены в условиях водной культуры на питательной смеси Гельригеля в сосудах объемом в 6,5 л; во избежание осаждения искусственные радиоактивные изотопы находились в отдельных сосудах от питательной смеси и растения в течение всего вегетационного периода попеременно через сутки переставлялись на эти сосуды и на сосуды с питательной смесью.

Для опытов использовались препараты радиоактивных изотопов с высокой удельной активностью.

Результаты опыта с радиоактивным изотопом цезия показывают, что растения пшеницы (см. табл. 1) более чувствительны к повреждающему действию радиоактивного излучения в первые фазы развития.

Кроме того радиоизотоп цезия при прочих равных условиях оказывает более сильное отрицательное влияние на генеративные органы растения, чем радиоизотоп церия. Колосья пшеницы по цезию оказались полностью стерильными. Однако более сильное повреждающее действие на корневой системе наблюдается от радиоактивных изотопов церия. Объясняется это очевидно тем, что радиоактивные изотопы церия в основном накапливаются в корнях, а цезия поступает больше в надземные органы растения. Так, в условиях данного опыта примерно 99% радиоактивных изотопов церия содержалось в корнях, а более 57% содержащегося в растении цезия обнаружено в надземных органах.

У поврежденных растений нарушается азотный и углеводный обмен (см. табл. 2), что выражается в том, что в листьях пшеницы повышается

Таблица 1

Изотопы	Концентрация в мк/л		Газушно-сухой вес созревших растений в % от контроля		
	от посадки до конца выхода в трубку	от конца выхода в трубку до созревания	зерно	солома и мякина	корни
Ce <sup>141</sup> и Ce <sup>144</sup>	0,5	0,5	26,0	29,7	50,0
Cs <sup>134</sup>	0,5	0,5	0	33,0	79,4
Cs <sup>134</sup>	0	0,5	86,4	93,0	87,4

Таблица 2

Изотопы	Вес надземной массы в % от контроля	Содержание в % на абс.-сух. вещество листьев				Азот в %	
		редуцирующие сахара	сахароза	белковый азот	небелковый азот	белковый	небелковый

## В конце фазы кушения

Контроль	100	3,21	5,34	2,77	0,73	79,1	20,9
Ce <sup>141</sup> и Ce <sup>144</sup>	61,3	4,35	13,07	1,97	0,41	82,8	17,2
Cs <sup>134</sup>	80,8	4,25	15,93	2,02	0,69	74,5	25,5

## В конце фазы выхода в трубку

Контроль	100	0,94	2,45	3,29	0,56	85,4	14,6
Ce <sup>141</sup> и Ce <sup>144</sup>	38,8	следы	2,82	3,30	0,46	87,8	12,2
Cs <sup>134</sup>	49,0	"	16,55	2,77	0,52	84,2	15,8

## Созревшие растения

Контроль	100	1,71	следы	1,25	0,19	86,8	13,2
Ce <sup>141</sup> и Ce <sup>144</sup>	27,9	2,67	"	0,52	0,55	48,6	51,4
Cs <sup>134</sup>	17,1	8,98	2,47	0,58	1,96	22,8	77,2

содержание сахаров и небелкового азота. Увеличение содержания сахаров в листьях поврежденных растений происходит главным образом за счет сахарозы и только в листьях созревшей пшеницы сильно повышается количество редуцирующих сахаров.

Содержание белкового азота в листьях пшеницы в фазу кушения по церию и цезию было меньше по сравнению с контрольными растениями. Эта раз-

ница особенно увеличивает-ся в созревшей пшенице, при этом у поврежденных растений сильно повышается абсолютное и относительное содержание небелкового азота. Более высокое содержание сахаров и небелкового азота обнаруживается в указанные фазы развития растений и в стеблях пшеницы.

Повышение содержания сахаров в листьях пшеницы под влиянием радиоактивных, изотопов, очевидно,

обусловлено тем, что у этих растений сильно повреждены генеративные органы и сахара не использовались на их формирование, а также в известной мере пониженным синтезом белка в некоторые фазы развития растений.

Аналогичный характер повреждения от радиоактивных изотопов стронция наблюдался в другом опыте с пшеницей (табл. 3).

Данные табл. 3 показывают, что по обеим дозам радиоактивных изотопов стронция растения были полностью стерильные, хотя вес соломы и мякины у пшеницы на Sr<sup>90</sup> при дозе 0,3 мк/л был примерно такой же, как у контрольных растений.

Сравнительно небольшое снижение урожая наблюдалось по высокой дозе радиоактивного изотопа церия. Такое различие в действии радиоактив-

Таблица 3

Изотопы	Концентрация в мк/л	Воздушно-сухой вес на сосуд в г			Содержание сахаров в листьях в начале колошения пшеницы	
		зерно	солома и мякина	корни	редуцирующие	сахароза
Контроль	0	20,4	29,3	1,9	1,02	1,98
Sr <sup>90</sup>	0,3	0	32,3	1,6	0,60	2,62
Sr <sup>89</sup>	1,0	0	4,8	1,6	следы	5,37
Ce <sup>144</sup>	0,3	22,3	29,6	1,6	0,70	1,40
Ce <sup>144</sup>	1,0	17,9	20,0	1,5	0,77	5,34

изотопов стронция и церия объясняется, очевидно, главным образом характером их поступления и распределения в растениях. Стронций поглощается растениями интенсивнее, чем церий. Кроме того, 90% стронция от общего его количества в растении содержится в надземной части, а церий, как указывалось, в основном задерживается в корневой системе.

В опыте с овсом получены такие же результаты по поступлению радиоактивных изотопов, как и в опытах с пшеницей.

Опыт с овсом (Московская А-315) проводился в разных культурах в сосуде объемом в один литр. В сосуд вносилось по 1 мл раствора радиоактивных изотопов стронция, цезия и церия. Овес так же как и пшеница оказался наиболее чувствительным к повреждающему действию (табл. 4) радиоактивного излучения в фазу кущения.

Достаточно было переставить растения на растворы радиоактивных изотопов на 19 дней позже, как повреждающее действие от цезия сильно уменьшилось, а по стронцию полностью отсутствовало. По радиоактивному излучению церия, внесенному в более поздний срок, наблюдался даже случай отрицательной стимуляции роста растений и повышение урожая. Следовательно, действие радиоактивных изотопов в значительной степени зависит от фазы развития растения. С возрастом растений повышается чувствительность к повреждающему действию радиоактивных изотопов. Результаты опытов с пшеницей и овсом показывают также, что наиболее сильное отрицательное влияние радиоактивного излучения наблюдается в генеративных органах растений.

Таблица 4

Изотопы	Воздушно-сухой вес на сосуд					
	зерна		соломы и мякины		корней	
	в г	в %	в г	в %	в г	в %

Растения переставлялись на растворы радиоактивных изотопов от посадки до созревания

Контроль	7,3	100	11,2	100	1,4	100
Sr <sup>90</sup>	3,5	48,0	11,0	98,2	1,3	92,9
Cs <sup>137</sup>	2,3	31,5	11,2	100	1,2	85,7
Ce <sup>144</sup>	6,2	84,9	8,3	74,1	1,3	92,9

Растения переставлялись на растворы радиоактивных изотопов с конца фазы кущения до созревания

Sr <sup>90</sup>	7,0	95,9	11,0	98,2	1,6	114,3
Cs <sup>137</sup>	4,5	61,6	11,9	106,3	1,5	107,1
Ce <sup>144</sup>	12,4	169,9	12,7	113,4	1,8	128,6



ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

И. Д. ИВАНОВ и И. Т. ЙОРДАНОВ

**КСАНТОГЕНАТЫ КАК СТИМУЛЯТОРЫ РОСТА НЕКОТОРЫХ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР**

(Представлено академиком А. И. Опариным 30 V 1956)

В некоторых наших работах было исследовано ингибирующее действие ксантогенатов на металлсодержащие ферменты: фенолоксидазу<sup>(1)</sup>, каталазу<sup>(2)</sup> и пероксидазу<sup>(3)</sup>. Ингибирующее действие обязано SH-группе ксантогенатов, которая вступает в комплексы с металлами при концентрациях  $1 \cdot 10^{-2}$  —  $1 \cdot 10^{-3}$  М.

В настоящем сообщении мы приводим результаты исследования щелочных моноксантогенатов как стимуляторов роста корневой системы, исходя из предположения об активирующем влиянии тиоловой группы этих веществ. В основе стимулирующего эффекта ксантогенатов, повидимому, лежит окислительно-восстановительный механизм SH-группы, который может влиять на процессы роста растения. Такое утверждение опирается на аналогию с активирующим влиянием глутатиона, цистеина, тиогликолевой кислоты и других на сульфгидрильные ферменты (амилазу, папаиназу, сукциндегидразу и др.). Кроме того, в качестве стимулятора роста известен изопропилксантогенат  $\beta$ -меркаптуровой кислоты<sup>(4)</sup>, в составе которой нет свободной сульфгидрильной группы.

Объектами исследования были озимые пшеницы Лютесценс 329 и пшеница 301, рожь 70, рапс 29 и клевер. Семена обрабатывались метил (МКГ)-, этил (ЭКГ)-, изопропил (ИПКГ)-, бутил (БТКГ)-, изобутил (ИБТКГ)-, амил (АКГ)-, изоамил (ИАКГ)- и бензил (БЗКГ)-ксантогенатами. Параллельно, для сравнения, исследовался гидрохинон (ГХ) — стимулятор, примененный М. Поповым<sup>(5)</sup>.

Проращивание семян проводилось в чашках Петри, после намачивания в течение 6—7 часов при комнатной температуре 18—20°. Обработка семян ксантогенатами длилась 1—3 часа, при концентрациях 1 : 5000 — 1 : 50 000. В каждую чашку помещалось по 20 семян. Максимальная влажность поддерживалась периодическим смачиванием фильтровальной бумаги в чашках. Результаты учитывались по изменению длины корней 20 зерен (см. табл. 1).

Из табл. 1 видно, что щелочные ксантогенаты стимулируют рост корней озимой пшеницы Лютесценс 329. Максимальный эффект (на 72,6—74,4% выше чем на водяном контроле) наблюдается при обработке у ИПКГ и БТКГ при разведении 1 : 30 000 — 1 : 50 000. Продолжительность обработки семян ксантогенатами не оказывает заметного влияния на стимулирующий эффект. В наших опытах не было обнаружено зависимости между стимулирующим эффектом и положением ксантогенатов в гомологическом ряду. Самый больший стимулирующий эффект наблюдался у рапса, у которого в отдельных случаях средняя длина корней увеличивалась на 225% по сравнению с контролем. Максимальный прирост у пшеницы 301 достигал 59%, у ржи 38% и у клевера 23%.

В следующих опытах была поставлена задача проверить стимулирующий эффект этилксантогената в почвенных условиях в лабораторной обстановке. Выращивание проводилось в сосудах диаметром 25 см. Семена распределялись по 15 зерен пшеницы Лютесценс 329 или ржи 70 на каждый сосуд. Фе-

Таблица 1

КГ	Контроль	1 : 5000	1 : 10 000	1 : 20 000	1 : 30 000	1 : 50 000	Максим. прирост
Пшеница Лютесценс 329							
МКГ см	7,17	6,62	9,21	10,23	10,0	8,81	
%	100	93,7	128,4	142,6	139,4	122,8	42,6
ЭКГ см	7,26	9,00	10,53	10,68	15,57	11,15	
%	100	124,0	143,6	147,0	159,3	153,5	59,3
ИПКГ см	7,02	11,7	11,2	11,4	12,12	12,12	
%	100	166,6	159,5	162,3	172,6	172,6	72,6
БТКГ см	7,05	11,1	10,8	11,1	12,3	10,5	
%	100	157,4	153,1	157,4	174,4	148,9	74,4
ИБТКГ см	8,73	10,17	11,73	12,6	12,3	12,17	
%	100	116,4	134,3	144,3	140,9	138,7	44,3
АКГ см	8,47	11,34	10,83	11,4	10,85	11,35	
%	100	132,6	127,8	134,6	128,0	134,0	24,6
ИАКГ см	8,55	11,24	10,65	11,38	13,96	12,56	
%	100	132,4	124,5	133,1	163,2	146,9	63,2
БЗКГ см	7,91	10,10	11,7	11,40	10,03	10,17	
%	100	131,4	147,9	144,0	139,4	128,5	47,9
ГХ см	8,35	7,5	8,07	7,62	8,68	8,76	
%	100	91,0	97,8	92,4	103,8	104,9	4,9

Пшеница 301

ЭКГ см	11,3	—	16,0	—	13,6	14,2	
%	100	—	141,6	—	120,2	125,6	41,6
АКГ см	9,9	—	13,4	—	15,8	13,6	
%	100	—	135,1	—	159,5	137,3	59,5

Рапс 29

ЭКГ см	1,37	1,46	2,54	3,33	3,93	4,05	
%	100	108,9	185,4	243,0	286,9	288,3	188,3
ИБТКГ см	1,42	2,07	2,9	2,28	3,38	4,05	
%	100	138,7	204,2	160,5	238,0	285,2	185,2
АКГ см	1,45	3,84	1,72	3,67	3,68	3,80	
%	100	264,8	125,5	253,1	253,8	262,0	225,5

биологические наблюдения велись в течение 75 дней. Было обнаружено, что к концу второй недели растения, обработанные ЭКГ, при концентрациях 1 : 30 000—1 : 50 000, обгоняли в росте контрольные растения. В конце периода вегетации исследовалось накопление сухого вещества наземной части растений (см. табл. 2).

Таблица 2

Культура	Концентрация	Число растений	Вес сыр. вещ. в г		Вес сухого вещ. в г		В %
			общий	на одно растение	общий	на одно растение	
Лютесценс 329	Контроль	15	25,00	1,665	7,310	0,487	100
	1 : 30 000	11	38,00	3,460	11,310	1,028	211
	1 : 50 000	14	39,00	2,785	11,525	0,823	169
	1 : 70 000	14	32,00	2,285	7,815	0,558	115
Рожь 670	Контроль	15	29,00	1,933	8,210	0,550	100
	1 : 50 000	11	41,00	3,730	11,550	1,050	191
	1 : 50 000	14	42,00	3,000	11,765	0,840	153
	1 : 70 000	15	43,00	2,870	9,850	0,660	120

Максимальное накопление сухого вещества (111% у Лютесценс 329 и 7% у ржи 70) обнаружено при концентрациях 1 : 30 000.

Результаты проведенных нами опытов дают основания считать, что ксантогены являются стимуляторами роста корневой системы. В результате стимулирования роста корней наземная часть также опережает в росте стимулированные растения.

Научно-исследовательский и  
технологический институт  
виноделия и пивоваренной промышленности  
София, Болгария

Поступило  
2 V 1956

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. Д. Иванов, ДАН, 95, № 5, 1255 (1954). <sup>2</sup> И. Д. Иванов, Докл. Болг. АН, 7, № 2, 41 (1954). <sup>3</sup> И. Д. Иванов, Докл. Болг. АН, 7, № 3, 57 (1954). <sup>4</sup> Ам. 2535877; С. А. 45 3986 (1951). <sup>5</sup> М. Попов, Изв. на БАН — Биол. инст. (1954).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

И. Я. МАРЬЯХИНА

**ОСОБЕННОСТИ БИОЛОГИИ ЦВЕТЕНИЯ КАСТРИРОВАННЫХ  
ЦВЕТКОВ ПШЕНИЦЫ**

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 17 VIII 1956)

В селекционной и семеноводческой работе с пшеницей часто применяется метод кастрации цветков. Биология цветения кастрированных цветков имеет свои особенности, отражающиеся на характере опыления и на получении потомства. Поэтому представляет интерес сравнительное изучение биологии цветения кастрированных и некастрированных цветков.

Нами проводились наблюдения за цветением кастрированных и некастрированных цветков фертильных форм межвидовых гибридов *Tr. vulgare* Host.  $\times$  *Tr. turgidum* L. (Одесский селекционно-генетический институт и кафедра дарвинизма Московского государственного университета, 1952—1954 гг.) и на пшеницах Московка *Tr. vulgare* Host. и Гордеиформе 10 *Tr. durum* Desf. (Зональный институт зернового хозяйства Нечерноземной полосы, Немчиновка, 1955—1956 гг.).

Как известно из литературы (<sup>1-4</sup>) и по нашим наблюдениям, при открытом цветении цветок пшеницы открывается с помощью набухающих лодикул, которые раздвигают цветковые чешуи. Цветок остается открытым 15—20 минут. Затем лодикулы съеживаются и цветковые чешуи смыкаются (цветок закрывается). При этом своя пыльца в большом количестве попадает на рыльце и производит оплодотворение (рис. 1, 4 а, б, в).

По нашим наблюдениям кастрированные цветки открываются одновременно с некастрированными также с помощью набухших лодикул (контролем к кастрированным цветкам служили некастрированные соответствующего участка второй половины того же колоса, а также цветки сходно развитых некастрированных колосьев). Кастрированные цветки остаются открытыми 30—40 минут, а иногда и 1½ часа, т. е. дольше, чем некастрированные.

В отличие от некастрированных цветков лодикулы кастрированных цветков не съеживаются сразу после цветения, а остаются набухшими до 2 суток (рис. 2 в, 4 г). Через день после цветения завязь (оплодотворенная и неоплодотворенная) разрастается в ширину (в направлении щели между чешуями) и в толщину (в направлении к стенкам цветковых чешуй)

---

Рис. 1. Состояние завязи некастрированного цветка пшеницы во время цветения: а — перед цветением (цветок закрыт), б — во время цветения (цветок открыт), в — после цветения (цветок закрыт)

Рис. 2. Состояние завязи цветка на вторые сутки после цветения: а — разросшаяся завязь некастрированного оплодотворенного цветка, б — разросшаяся завязь кастрированного неоплодотворенного цветка, в — разросшаяся завязь и лодикулы кастрированного оплодотворенного цветка

Рис. 3. Состояние завязи на 3—4 сутки после цветения: а — начало роста завязи в длину у некастрированного оплодотворенного цветка, б — разросшаяся в ширину и толщину завязь кастрированного неоплодотворенного цветка

Рис. 4. Состояние лодикул: а — до цветения, б — в период цветения, в — после цветения некастрированного цветка, г — на вторые сутки после цветения кастрированного цветка



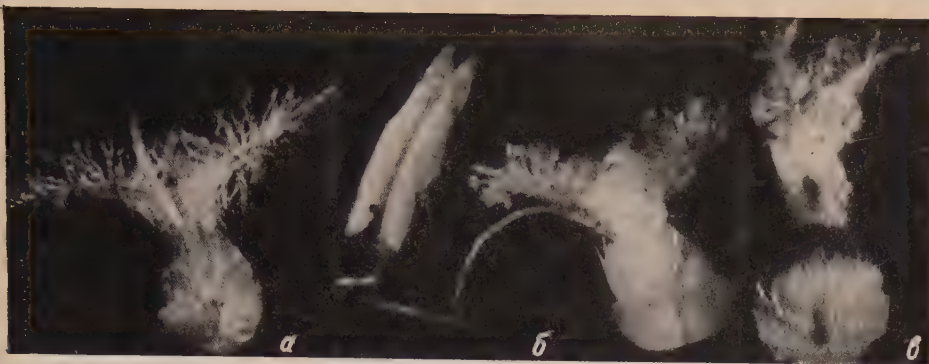


Рис. 1

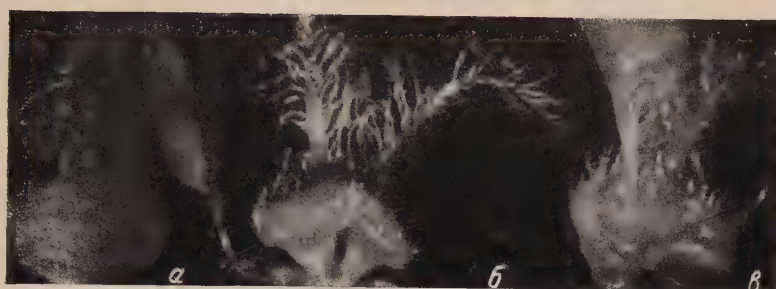


Рис. 2

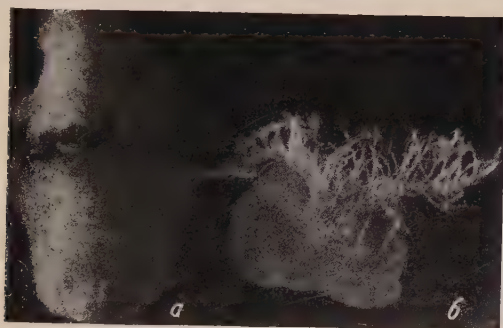


Рис. 3

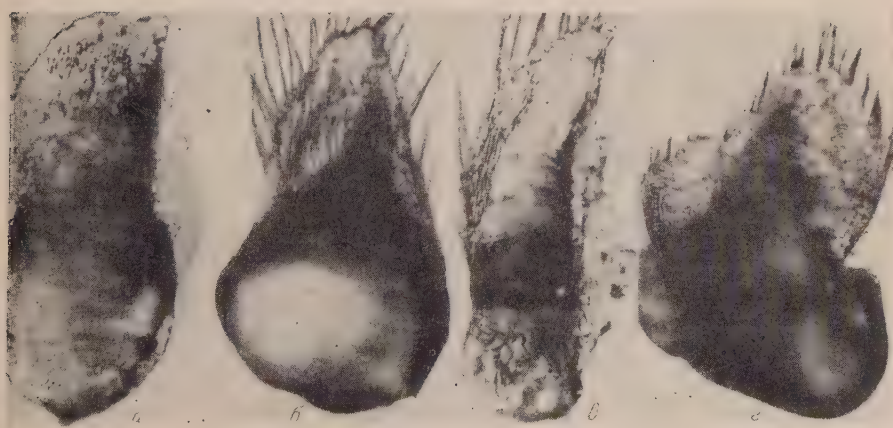


Рис. 4





с. (2 б, в). Толщина завязи к этому времени еще недостаточна, чтобы раз-  
инуть цветковые чешуи для повторного открытия цветка.

Наличие к этому времени у кастрированного цветка набухших лодикул  
иводит к повторному открыванию его, даже если произошло оплодотво-  
ние. Лодикuli кастрированного цветка, оставаясь набухшими в течение  
2 дней после цветения, с разрастанием завязи также разрастаются  
ширину (рис. 4 г).

У некастрированных цветков лодикuli съеживаются сразу после цвете-  
я (рис. 4 в, 1 в) и повторного открытия цветка не происходит, несмотря  
разрастание завязи (рис. 2 а).

На третьи сутки после цветения, если произошло оплодотворение,  
кастрированных и некастрированных цветков начинается рост завязи  
длину (рис. 3 а). Наиболее широкая часть завязи поднимается вверх,  
рестает давить на цветковые чешуи, и цветок закрывается. Если у кастри-  
ванных цветков оплодотворение не произошло, то через 3—4 дня после  
етения ширина и толщина завязи значительно увеличивается (рис. 3 б).  
одикuli к этому времени съеживаются, но завязь, механически надавли-  
я на стенки цветковых чешуй, не дает возможности цветковым чешуям  
мкнуться.

Таким образом, кастрированный неоплодотворенный цветок может  
ставаться открытым до 4—5 дней, а иногда и более. Оплодотворенный каст-  
рированный цветок остается открытым около суток, в то время как нека-  
рированный цветок пшеницы при открытом цветении открывается на 15—  
минут.

Следовательно, кастрация цветков пшеницы не только является сред-  
вом устранения попадания собственной пыльцы на рыльце цветка, но  
способствует более длительному нахождению его в открытом состоянии.

Поэтому возможность попадания при свободном опылении чужой пыльцы  
на рыльце у кастрированного цветка значительно бóльшая, чем у цветка  
некастрированного.

Зональный научно-исследовательский институт  
зернового хозяйства Нечерноземной полосы

Поступило  
17 VIII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. А. Б а б а д ж а н я н, Цветение, опыление и оплодотворение пшеницы, 1956.  
А. П. Г о р и н, Изв. ТСХА, в. 1 (1953). <sup>3</sup> В. И. Н и к о л а е в а, Селекция и семено-  
дство, № 7 (1949). <sup>4</sup> Т. В. П е р у н о в а, Автореферат кандидатской диссертации,  
десса, 1954.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

М. Х. ЧАЙЛАХЯН и Т. В. НЕКРАСОВА

**ВЛИЯНИЕ ВИТАМИНОВ НА ПРЕОДОЛЕНИЕ ПОЛЯРНОСТИ  
У ЧЕРЕНКОВ ЛИМОНА**

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 3 VIII 1956)

Полярность растений, в основе которой лежат морфо-физиологические различия противоположных сторон клеток, тканей и органов, наиболее ярко выявляются на черенках растений, у которых на морфологически нижних или базальных концах обычно образуются корни, а на морфологически верхних или апикальных концах — стеблевые побеги. Известны факты смещения или преодоления полярности у растений, отличающихся высокой способностью к образованию корней, — таких, как ива, томаты, черный паслен и *Plectranthus fruticosus* (<sup>6, 1-3</sup>). Число этих фактов увеличилось, когда стали применять препараты веществ высокой физиологической активности: в результате обработки морфологически верхних концов стеблевых черенков тополя и бархатцев слабыми растворами бета-индолилуксусной и альфа-нафтилуксусной кислот на них были получены корни, а у алтеи под влиянием паров индольных и нафтольных соединений корни появились по всей длине черенков (<sup>5, 7, 8</sup>).

Однако не у всех растений можно достигнуть преодоления полярности органобразования с помощью бета-индолилуксусной кислоты или гетероауксина и сходных с ним веществ. Как показали наши опыты (<sup>4</sup>), у растений, черенки которых образуют корни более медленно, в частности у черенков лимона, воздействия одного только гетероауксина недостаточно: образование корней на апикальных концах и стеблевых побегов на базальных концах удалось получить лишь в результате кольцевания апикальных концов, их обработки в растворе гетероауксина и обмазки места кольцевания смесью ланолина с гетероауксином. Эти опыты показали, что нарушение полярности органобразования у черенков связано в первую очередь с нарушением обычного передвижения веществ, на что особенно влияют гетероауксин и кольцевание.

В связи с этим нами были предприняты дальнейшие шаги по изучению возможностей химического воздействия на смещение полярности у черенков лимона. В оранжерее Станции искусственного климата Института физиологии растений АН СССР летом 1956 г. был поставлен опыт с черенками 5—7-летних сеянцев лимона Ново-Грузинского. Черенки нарезались с прошлого года и весны текущего года длиной 16—18 см и делились на две группы: в I группе обработке подвергались базальные концы, а на апикальных концах оставлялись по три наполовину подрезанных листа; во II группе обработке подвергались верхушечные концы, а листья оставлялись на базальных концах. Концы черенков обеих групп были погружены в растворы следующих веществ: 1) гетероауксин 0,2 г/л, 2) гетероауксин 0,2 г/л и аскорбиновая кислота (витамин С) 2,5 г/л, 3) гетероауксин 0,2 г/л и тиамин (витамин В<sub>1</sub>) 2,5 г/л, 4) гетероауксин 0,2 г/л и пирогаллол 0,5 г/л, 5) контроль, вода. В каждом варианте опыта было взято по 14 черенков; таким образом, весь опыт был поставлен на 140 черенках.

Опыт был начат 7 VI, обработка черенков в растворах веществ продолжалась 21 час, после чего черенки были помещены в парник во влажный песок, где и находились в течение всего времени проведения опыта. Черенки группы были высажены в песок базальными концами, а черенки второй группы — апикальными концами. В течение времени от 7 VI до 25 VI температура в оранжерее колебалась в пределах от 20° в ночное время до 30° днем; с 26 VI температура снизилась в среднем до 15—20°.

Высокая температура и оптимальная влажность воздуха в парнике способствовали быстрому росту побегов, каллюсов и корней; у перевернутых черенков уже через несколько дней листья дали геотропические изгибы и приподняли свои пластинки вверх.

Рост побегов на черенках наблюдался уже через 10 дней: на 18 VI примерно половина черенков, посаженных базальными концами, образовала побеги, а к 11 VII число черенков с побегами в каждом варианте достигло 11. У перевернутых черенков побеги образовались только в контроле, на 8 VI их было 2 и 11 VII — 11; у черенков, обработанных гетероауксином или гетероауксином вместе с другими веществами, до 11 VII побегов на черенках не было.

Первое наблюдение за образованием корней и каллюсов было сделано 5 VI, когда из песка были вынуты и просмотрены все черенки. Во всех вариантах, где черенки были посажены базальными концами, образовались корни: в вариантах с обработкой гетероауксином и другими веществами корни появились у 10—12 черенков, в контрольном варианте у 5 черенков; остальные черенки в большинстве имели каллюсы. У перевернутых черенков корни на апикальных концах образовались только в двух вариантах: у 8 черенков, где к гетероауксину добавлялась аскорбиновая кислота, и у 9 черенков, где к гетероауксину добавлялся тиамин. На базальных концах перевернутых черенков во всех вариантах появились белые наплывы — каллюсы, более крупные в случае аскорбиновой кислоты и тиамина и менее крупные в случае гетероауксина и гетероауксина с пирогаллолом; в контроле каллюсы были слабее.

Подробный учет состояния черенков был произведен 11 VII, т. е. через 4 дня после начала опыта. Результаты этого учета представлены в табл. 1 на рис. 1, 2.

Таблица 1

Влияние гетероауксина и витаминов на образование побегов и корней у нормально ориентированных и перевернутых черенков лимона

Вещества	Нормально ориентированные черенки					Перевернутые черенки				
	Число черенков				Корни	Число черенков				Корни
	сохранив- шихся	с побегами	с каллю- сами	с корнями		сохранив- шихся	с побегами	с каллю- сами	с корнями	
Гетероауксин	14	8	—	14	Много, круп- ные	14	—	8	—	—
Гетероауксин + + аскорбино- вая кислота	13	11	—	13	Много, круп- ные	14	—	2	11	Много, круп- ные
Гетероауксин + + тиамин	14	9	1	13	Много, круп- ные	14	—	—	14	Много, круп- ные
Гетероауксин + + пирогаллол	14	11	—	14	Много, круп- ные	14	—	9	2	Мало, мелкие
Контроль вода	14	11	1	11	Мало, мелкие	14	11	—	—	—

Данные табл. 1 показывают, что большинство нормально ориентированных черенков дали побеги и корни. Меньше побегов



Рис. 1. Влияние аскорбиновой кислоты и тиамина на образование корней у перевернутых черенков лимона. Апикальные концы черенков обрабатывались гетероауксином (1), гетероауксином с аскорбиновой кислотой (2) и гетероауксином с тиамином (3). (Фото 3 VII 1956).



Рис. 1

Рис. 2. Влияние аскорбиновой кислоты и тиамина на образование корней у нормально ориентированных и перевернутых черенков лимона. 1 — Базальный (слева) и апикальный (справа) концы черенков обрабатывались гетероауксином, 2 — базальный (слева) и апикальный (справа) концы черенков обрабатывались гетероауксином с аскорбиновой кислотой, 3 — базальный (слева) и апикальный (справа) концы черенков обрабатывались гетероауксином с тиамином, (Фото 3 VII 1956)



и черенки в вариантах с гетероауксином и с гетероауксином и тиамином; выше черенков с корнями и более слабые корни были в контрольном варианте. Добавление к гетероауксину аскорбиновой кислоты, тиамин или пиридоксина мало повлияло на скорость образования и рост корней черенков этой группы, но в вариантах с аскорбиновой кислотой и тиамином корни образовались не только на поверхности среза, как в варианте с гетероауксином, но и выше, вдоль нижней части черенков.

У перевернутых черенков побеги образовались только в контроле; это свидетельствует о том, что гетероауксин, а может быть, и другие вещества задержали образование и рост побегов. В большом количестве сильные корни образовались только в вариантах с добавлением аскорбиновой кислоты и тиамин; в варианте с добавлением пиридоксина образовались мелкие корни только у двух черенков, а у остальных, как и в варианте с гетероауксином, были только каллюсы; у контрольных черенков апикальных концев не было ни каллюсов, ни корней.

На рис. 1 видно, что добавление к гетероауксину аскорбиновой кислоты и тиамин вызвало быстрее образование сильных корней на апикальных концев перевернутых черенков, чего не мог вызвать один гетероауксин.

Сопоставление эффекта добавления к гетероауксину аскорбиновой кислоты или тиамин при обработке нормально ориентированных и перевернутых черенков лимона приводит к выводу, что если в первом случае он малозаметен, то во втором случае он исключительно велик. Это хорошо видно на рис. 2, где образование корней у нормально ориентированных черенков при обработке одним гетероауксином и гетероауксином с аскорбиновой кислотой или тиамином примерно одинаково, тогда как у перевернутых черенков картина резко отлична: при обработке одним гетероауксином корней нет, а при добавлении аскорбиновой кислоты или тиамин корни образуются с такой же скоростью, как и у нормально ориентированных черенков.

Это свидетельствует о том, что аскорбиновая кислота и тиамин, по-видимому, влияют не столько на самый процесс образования и роста корней, сколько на изменения в накоплении веществ, необходимых как для этого процесса, так и для процесса формирования стеблевых побегов.

Все нормально ориентированные укоренившиеся черенки, а также перевернутые укоренившиеся черенки вариантов, где добавлялись аскорбиновая кислота и тиамин, были высажены в почву в вазоны и выставлены на свет; неукоренившиеся черенки оставлены в парнике. К началу августа перевернутых черенков в варианте с гетероауксином образования корней не было; у перевернутых черенков в вариантах с добавлением аскорбиновой кислоты и тиамин началось образование пазушных побегов.

Представленные здесь экспериментальные данные позволяют сделать вывод, что испытанные витамины — аскорбиновая кислота и тиамин — являются соединениями, сильно влияющими на полярность органогенеза у черенков и в определенных условиях играют важную роль в преодолении полярности растений.

Институт физиологии растений  
имени К. А. Тимирязева  
Академии наук СССР

Поступило  
2 VIII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. П. Кренке, Хирургия растений, М., 1928. <sup>2</sup> Н. П. Кренке, Изв. АН СССР, бот. биол., № 3, 326 (1940). <sup>3</sup> Г. Х. Молотковский, Бюлл. Гл. бот. сада АН СССР, 18, 95 (1954). <sup>4</sup> М. Х. Чайлахян, Т. В. Некрасова, Физиол. раст., 1, № 1, 1 (1954). <sup>5</sup> O. Fischnich, Ber. d. Deutsch. Bot. Ges., 56, H. 4, 144 (1938). <sup>6</sup> H. Vörling, Untersuchungen zur experimentellen Anatomie und Pathologie des Pflanzenorgans, 2, Tübingen, 1918. <sup>7</sup> F. W. Went, Bot. Gaz., 103, № 2, 326 (1941). <sup>8</sup> P. W. Zimmerman, A. E. Hitchcock, Contrib. Boyce Thoms. Inst., 2, № 2, 127 (1940).



И. А. ЧЕРНАВИНА и Б. А. РУБИН \*

## ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ОСВЕЩЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ХЛОРОФИЛЛА К РАЗРУШЕНИЮ В ТЕМНОТЕ

(Представлено академиком А. И. Опариным 9 VIII 1956)

В работах кафедры физиологии растений Московского университета показано, что зависимость процесса синтеза пигментов от качественного состава света у разных растений различна <sup>(1)</sup>. Влияние отдельных участков спектра зависит от биологических особенностей растений; оно тесно связано с происхождением последних и характером их общей приспособленности.

Эти данные позволяют предполагать, что световые условия, в которых осуществляется биосинтез пигментов, должны определенным образом сказываться на общих особенностях последних. К числу таких свойств относятся устойчивость пигментов к разрушающему действию света и темноты. Эти вопросы заслуживают также внимания в связи с исследованиями последних лет, касающимися проблемы зависимости между состоянием хлорофилла и фотохимической активностью. Согласно А. А. Красновскому, хлорофилл находится в живой клетке в двух связанных друг с другом взаимными переходами формах — мономерной и агрегированной <sup>(2)</sup>. Непосредственное участие в фотосинтезе принимает мономерная форма пигмента, обладающая максимумом поглощения в области  $\lambda$  670 м $\mu$ ; ею же определяется фотохимическая активность изолированных хлоропластов и зеленых растворов. Мономерная форма хлорофилла крайне неустойчива и легко разрушается под воздействием света. Образуюсь первой на самых ранних этапах зеленения, мономерная форма в течение нескольких часов переходит в агрегированную форму, у которой максимум поглощения лежит при  $\lambda$  678 м $\mu$ . Агрегация значительно повышает устойчивость хлорофилла, защищает связанный с белками и липоидами пигмент от необратимого разрушения на свету. Известно, что разрушение хлорофилла наступает и под влиянием темноты. Нам представляется, что устойчивость пигмента к воздействию этого фактора также заслуживает внимания, как один из показателей состояния пигментного аппарата. Уровень устойчивости хлорофилла было интересно связать с режимом освещения, в условиях которого этот пигмент синтезирован. Изучению этих вопросов и была посвящена проведенная нами работа, результаты которой излагаются ниже.

Работа проводилась на молодых проростках озимой и яровой пшеницы, которые, как нами было ранее установлено, обладают различной реакцией на красный и синий свет <sup>(1)</sup>. Растения выращивались под красным и синим светофильтрами, а также в отсутствие света\*\*. Через известные промежутки времени (5 и 10 дней) производились определения фотохимической активности зеленых коллоидных растворов, полученных из листьев, а также определения устойчивости хлорофилла к разрушающему действию темноты. Как уже указывалось, определение фотохимической активности производилось в коллоидных растворах, полученных из зеленых листьев. Эти бес-

\* Экспериментальная часть работы проводилась при участии М. А. Лукьяновой.

\*\* Красный светофильтр пропускал свет в пределах длин волн от 600 до 700 м $\mu$ ; синий светофильтр — от 400 до 500 м $\mu$ .

еточные растворы, как известно, сохраняют способность к фотохимическому выделению кислорода при наличии в среде подходящего акцептора кислорода. В качестве такового в наших исследованиях использовался фенол-индофенол (3). Окисленная форма последнего имеет при pH 6,5 красную окраску, а восстановленная форма представляет лейкосоединение, не поглощающее в видимой области спектра. Об изменении количества окисленного фенолиндофенола судят по изменению оптической плотности раствора при 550 мμ. В наших опытах 1,5 мл раствора крашки и 1,5 мл зеленого коллоидного раствора помещались в кювету спектрофотометра СФ-4 и измерялась оптическая плотность смеси. Затем раствор освещался при помощи специальной установки в течение 10 м. Изменение оптической плотности при 550 мμ за этот промежуток времени служило мерой фотохимической активности испытуемого раствора. При этом учитывалось также темновое восстановление красителя, которое может быть обусловлено наличием в листе ответствующих ферментных систем. Окончательный расчет активности производился на единицу хлорофилла (0,1 мг). Об устойчивости хлорофилла к разрушению в темноте судили по разнице в количестве хлорофилла до и после помещения в темноту; эту величину мы выражали в процентах к исходному содержанию пигмента. Хлорофилл определялся в ацетоновом растворе на спектрофотометре СФ-4.

Данные об изменении фотохимической активности озимой и яровой пшеницы, выращенной в условиях цветного освещения, представлены в табл. 1.

Анализ приведенных в таблице цифр позволяет сделать заключение, что фотохимическая активность растений значительно возрастает при выращивании их на синем свете. В ряде случаев зеленый коллоидный раствор, полученный из листьев пшеницы, выращенной на красном свете, был совершенно неактивен. Например, в одном из наших опытов при освещении коллоидного раствора из листьев яровой пшеницы, выращен-

Таблица 1

Фотохимическая активность зеленых растворов листьев пшеницы в зависимости от условий освещения (в единицах плотности на 0,1 мг хлорофилла)

Объект	Условия освещения (свет)	6-дневные проростки		10-дневные проростки	
		№№ опытов			
		1	2	1	2
Озимая пше- ница	красный	52,0	47,9	56,3	155,0
	синий	55,2	47,0	97,7	181,0
Яровая пше- ница	красный	36,3	79,7	50,7	120,0
	синий	46,2	97,0	69,3	224,0

ной при длинноволновом освещении, падения плотности не наблюдалось, в течение времени как фотохимическая активность растений, выращенных на синем свете, выраженная в единицах падения плотности на 0,1 мг хлорофилла составляла 37,5. В большом числе проведенных нами опытов наблюдалось закономерное повышение фотохимической активности параллельно увеличению возраста растений. Все вышеизложенное заставляет предполагать, что синие лучи оказывают специфическое действие на те свойства пигментного аппарата, которыми обусловлен уровень фотохимической активности изолированных хлоропластов. Вполне вероятно, что основная роль принадлежит здесь действию, оказываемому синим светом на окислительно-восстановительные свойства ткани (4, 5). Для решения этого вопроса необходимы дальнейшие исследования.

Большое влияние оказывает синий свет на способность хлорофилла противостоять разрушению в темноте. В табл. 2 представлены данные, характеризующие процесс разрушения хлорофилла в темноте у проростков пшеницы, предварительно выращенных в условиях цветного освещения.

Из данных табл. 2 с очевидностью следует, что хлорофилл, синтезируемый в растениях при освещении синими лучами, обладает значительно более высокой устойчивостью к воздействию фактора темноты. В отсутствие света он



разрушается в 1,5—2 раза медленнее, чем в листьях пшеницы, выращенной при красном свете. Такого же рода закономерности наблюдались нами в одной из более ранних работ (1).

Таблица 2

Разрушение хлорофилла в листьях пшениц под влиянием темноты

Объект	Условия освещения (свет)	Содерж. хлорофилла в мг на 1 г сыр. веса листьев		% разруш. хлорофилла	Содерж. хлорофилла в мг на 1 г сыр. веса листьев		% разруш. хлорофилла
		5 дн. света	5 дн. света + 5 дн. темн.		10 дн. света	10 дн. света + 5 дн. темн.	
Озимая пшеница	красный	0,86	0,59	31,5	0,95	0,53	44
	синий	0,72	0,61	15,5	0,91	0,76	21
Яровая пшеница	красный	1,15	0,40	65,0	0,71	0,21	70
	синий	1,00	0,43	57,0	0,75	0,27	64

Таким образом, коротковолновое освещение вызывает не только увеличение фотохимической активности зеленых растворов, но обеспечивает и более высокую устойчивость синтезируемого в этих условиях хлорофилла. В основе этого влияния должны лежать изменения общих свойств хлоропластов и состояния содержащихся в них пигментов. Изучение этого вопроса составляет тему исследований, проводимых нами в настоящее время.

Кафедра физиологии растений  
Московского государственного университета  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
2 VIII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Б. А. Рубин, И. А. Чернавина, Вестн. МГУ, № 8 (1955). <sup>2</sup> А. А. Красновский, А. М. Кособуцкая, ДАН, 91, № 2 (1953). <sup>3</sup> A. S. Holt, C. S. French, Arch. Biochem., 19, 368 (1948). <sup>4</sup> Б. А. Рубин, И. А. Чернавина, А. В. Михеева, ДАН, 105, № 5 (1955). <sup>5</sup> И. А. Чернавина, Б. А. Рубин, Вестн. МГУ, Сер. биол., геол.-геогр. наук, № 2 (1956).

А. С. БАРАНЕНКОВА, Н. С. ХОХЛИНА и И. Г. ЮДАНОВ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИЧИНОК МОРСКОГО ОКУНЯ РОДА *SEBASTES* В НОРВЕЖСКОМ МОРЕ

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 11 VI 1956)

В 1951—1955 гг. Полярный институт морского рыбного хозяйства и океанографии проводил комплексные океанографические исследования в Норвежском море. Во время этих исследований был получен большой материал для определения личинок морского окуня рода *Sebastes*. Сбор личинок производился с исследовательских судов: «Кораблестроитель», «Персей-2», «Профессор Месяцев», «Академик Берг», «Полярник», «Севастополь» и других рыболовных траулеров «Муссон», СРТ-440, СРТ-4224, СРТ-331. Орудия охватывали преимущественно летний период с мая по июль. Орудия лова служили в основном икряная сеть с диаметром входного отверстия 80 см из мельничного шелкового газа № 140 и отчасти рингтралы различной конструкции и планктонная сеть из шелкового газа № 23 диаметром 50 см.

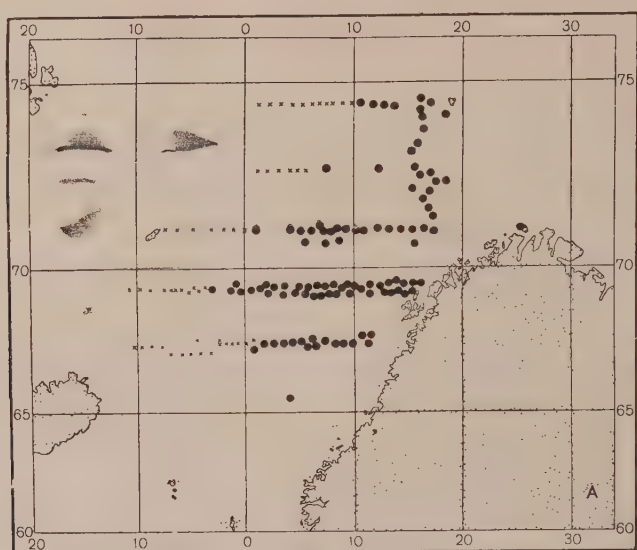
На рис. 1 показана встречаемость личинок морского окуня рода *Sebastes* за годы 1951—1953 и 1954—1955. Знаком × отмечены станции, где ловы производились, но личинки морского окуня не были обнаружены.

Полученные данные в значительной степени дополняют имеющиеся материалы (1<sup>-6</sup>) по распределению личинок морского окуня в восточной части Северной Атлантики и особенно в открытой части Норвежского моря. Характерно, что область распространения личинок, как в 1951—1953 гг., так и в 1954—1955 гг. одинаковая. Личинки находились в восточной части моря и отсутствовали в западной и северо-западной его части. Широкое сплошное распространение личинок морского окуня свидетельствует о большой численности его, что весьма важно, так как морской окунь является очень ценной в пищевом отношении рыбой.

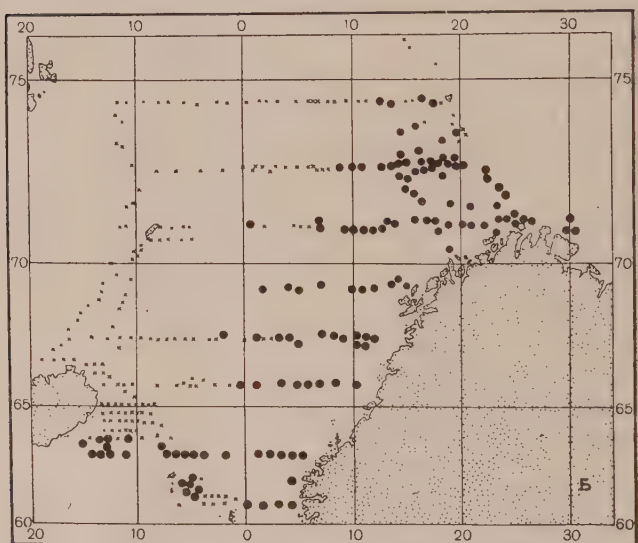
Следует отметить, что еще раньше датский ученый Tåning (7), исследуя биологию морского окуня и распределение его личинок в водах западной части Северной Атлантики, пришел к выводу, что он обитает в море в значительно большем количестве, чем треска и пикша. Основываясь на определении температурных условий, в которых нуждается морской окунь на различных стадиях своего развития, Tåning заключил, что район отмета морского окуня *S. marinus* в водах Северной Атлантики чрезвычайно большой. В частности, пользуясь температурными кривыми, он очертил возможные границы района отмета личинок в открытой части Норвежского моря в области восточнее Фарер и Шотландии и вдоль Норвежского побережья. Результаты наших исследований не только подтверждают предположения Tåning'a, но расширяют эти границы в северо-восточном направлении.

По имеющимся данным в Норвежском море и прилегающей части Балтийского моря обитают три формы морского окуня (8), хорошо отличающиеся друг от друга рядом морфологических признаков и образом жизни: *S. marinus marinus* L., *S. marinus infraspecies mentella* Travin (9) и *S. viviparus* Geyer. Однако в настоящее время границы отмета личинок различными формами окуней точно не определены. Вполне вероятно, что с расширением наших знаний биологии морского окуня в различных районах его обитания будут

обнаружены новые систематические его группировки, характеризующиеся спецификой условий обитания, местами отмета, темпом роста и другими признаками.



А



Б

Рис. 1. Распределение личинок морского окуня по материалам 1951—1953 гг. (А) и 1954—1955 гг. (Б)

Полярный научно-исследовательский институт  
морского рыбного хозяйства и океанографии

Поступило  
6 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> R. Collett, *Norw. N.-Atl. Exp.*, 15 (1880). <sup>2</sup> J. Schmidt, *Skrift. Havund.*, 1, 40 (1904). <sup>3</sup> A. Dannevig, *Rep. Norw. Fisk. a. Marine Invest.*, 3, 3 (1919).  
<sup>4</sup> В. Ф. Шмит, *Тр. Поляр. науч.-исслед. инст. морск. рыбн. хоз. и океаногр.*, 8, 280 (1944).  
<sup>5</sup> K. F. Wiborg, *Ann. Biol.*, 6, 12 (1949); 8, 11 (1951). <sup>6</sup> K. F. Wiborg, *Fisketso Gang.*, 8, 80 (1950); 4, 36 (1952); 1, 5 (1954); 9, 133 (1956). <sup>7</sup> A. V. Tåning, *J. Cons. Intern. perm. pour l'expl. de la mer*, 16, 1, 85 (1949). <sup>8</sup> А. П. Андрияшев, *Рыбы Северных морей СССР*, 1954, стр. 330. <sup>9</sup> В. И. Травин, *ДАН*, 27, № 4, 741 (1951).

Л. И. ФЕДОСЕЕВА

**НОВЫЕ ВИДЫ СЕМЕЕДОВ BRUCHOPHAGUS ASHM.  
(HYMENOPTERA, CHALCIDOIDEA), РАЗВИВАЮЩИХСЯ  
НА БОБОВЫХ РАСТЕНИЯХ**

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 6 VI 1956)

Число известных видов *Bruchophagus* Ashm., живущих в семенах бобовых растений, неуклонно возрастает. Кроме давно описанных семеедов: зерноверного — *B. gibbus* Boh. и люцернового — *B. roddei* Guss. стали известны: солодковый — *B. glycyrrhizae* Nik. <sup>(1)</sup>, астргаловый — *B. astragalii* Fed. и стальниковый — *B. ononis* Maug. <sup>(2)</sup>. Изменчивый семеед — *B. mutabilis* Nik., известный только как вредитель семян *Primula* <sup>(2)</sup>, был обнаружен автором в семенах некоторых бобовых растений, в том числе и черны.

К роду *Bruchophagus* Ashm. принадлежат и следующие 4 новых вида, найденные на бобовых:

1. *Bruchophagus Kolobovae* Fedoseeva sp. n. \* — лядвенцовый семеед.

♀. Длина 1,5—1,8 мм. Черный. Основной членик усиков весь черный, членики жгутика слегка поперечные, булава округлая. Вершины бедер и голени большей части, передние голени и лапки коричневые. Волоски на крыле редкие, бахрома крыла довольно длинная. Жилки крыльев темно-коричневые, маргинальная радиальная и постмаргинальная почти равны друг другу; расширенная часть радиальной жилки полушаровидной формы (рис. 1, 1'). Промежуточный сегмент мелкосетчатый, без продольных морщин. Спинка выпуклая, так что высота ее (в профиль) больше половины длины груди. Брюшко слегка короче груди, округлое, конец брюшка не приподнят; IV тергит сбоку почти равен третьему, V и VI — сильно втянуты.

♂. Длина 1—1,2 мм. По окраске и скульптуре подобен самке. Основной членик усиков слабо расширен в средней части, членики жгутика сужены к обоих концах. Стебелек брюшка почти равен задним тазикам.

От люцернового семееда, к которому он наиболее близок, отличается меньшими размерами тела, более выпуклой (горбатой) спинкой, округлой формой расширенной части радиальной жилки, а также более длинной бахромой крыла.

Вид выведен в большом количестве из семян лядвенца — *Lotus corniculatus* L. из различных мест: Пятигорск (25 VIII 1954); Полтава (июнь 1953, Н. Колобова); Канев УССР (31 VII 1936, А. Ф. Крышталь); Подмосковье (август 1953).

2. *Bruchophagus coluteae* Fedoseeva, sp. n. — пузырниковый семеед.

♀. Длина 2,5—3 мм. Черный. Основной членик усиков коричневый, первый членик жгутика длиннее предыдущих, каждый из которых длиннее своей вершины. Вершины бедер, голени и лапки рыжие. Волоски на крыле светлые, бахрома короткая, жилки крыльев светло-желтые; маргинальная в полтора раза короче радиальной и в два раза — постмаргинальной; расширенная часть радиальной жилки сильно вытянута по направлению длины жилки

\* Назван в честь А. Н. Колсбовой, впервые заметившей разницу в форме яиц семеедов, развивающихся на люцерне и лядвенце.



(рис. 1,2). Промежуточный сегмент в средней части извилисто-морщинистый, с размытыми ячейками. Брюшко округлое, по длине почти равное груди; третий сегмент не длиннее четвертого; яйцеклад слегка приподнят.

♂. Длина 2—2,5 мм. По окраске и скульптуре подобен самке. Основной членик усиков у оснований желтый, вздут у вершины; членики жгутика на концах слегка сужены, почти цилиндрические. Соотношение длины жилок такое же, как у самки. Расширение радиальной жилки округлое. Стебелек брюшка короче задних тазиков.

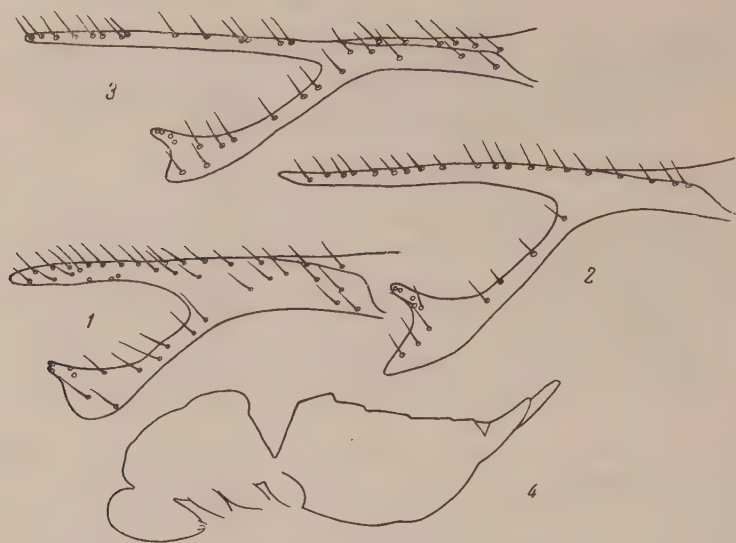


Рис. 1. 1 — Жилкование переднего крыла самки *Bruchophagus Kolobovae* sp. n.; 2 — жилкование переднего крыла самки *B. coluteae* sp. n.; 3 — жилкование переднего крыла самки *B. hedysari* sp. n.; 4 — контур тела самки *B. macronycis* sp. n.

Выведен в большом количестве из семян пузырника — *Colutea media* Willd. Узбекистан (апрель, 1936, М. Н. Римский-Корсаков).

3. *Bruchophagus hedysari* Fedoseeva sp. n. — копеечниковый семеед.

♀. Длина 2,5 мм. Черный. Основной членик усиков черный, членики жгутика почти квадратные. Ноги черные; вершины передних бедер, передние голени в небольшой части и лапки коричневые. Волоски на крыле светлые, бахрома довольно длинная; жилки крыльев коричневые, маргинальная жилка переднего крыла равна радиальной, постмаргинальная длиннее предыдущих почти в 2 раза; расширенная часть радиальной жилки более или менее трапецевидной формы, со сглаженным углом (рис. 1,3). Промежуточный сегмент неоднородно-ячеистый, ячейки неодинаковой формы и величины, вытянутые, изогнутые. Брюшко слегка короче груди, третий и четвертый сегменты почти равны. Яйцеклад слегка опущен по отношению к продольной оси тела.

♂. Длина 2—2,3 мм. По окраске и скульптуре похож на самку. Основной членик угловидно расширен у вершины; членики жгутика сужены на обоих концах.

Выведен в большом количестве из семян копеечника — *Hedysarum sibiricum* L. Западная Сибирь (25 VI 1935). Материал ЗИН АН СССР.

4. *Bruchophagus macronycis* Fedoseeva sp. n. — среднеазиатский семеед.

♀. Длина 3,5—5 мм. Черный. Основной членик усиков коричневый, первый членик жгутика усиков длиннее последующих, каждый из которых длиннее своей ширины. Внутренний зубец мандибул с зубчиками. Вершины бедер, передние голени и лапки рыжие. Волоски на крыльях светлые; бахрома сравнительно короткая; жилки крыльев желтые, мар-

альная жилка слегка короче радиальной и почти в 2 раза короче построгональной; расширенная часть радиальной жилки в форме неправильного четырехугольника. Промежуточный сегмент извилисто-морщинистый, покрытый ячейками. Брюшко длиннее груди в полтора раза, сплюснено с боков, III сегмент сбоку почти равен четвертому; пигидий сильно выдается, приподнят вместе с яйцекладом и равен по длине почти  $\frac{1}{3}$  брюшка (рис. 1, 4).

♂. Длина 2—3,5 мм. По окраске и скульптуре подобен самке. Основной сегмент усиков постепенно расширяется от вершины к середине; членики усиков слегка сужены только в базальной части. Стебелек брюшка почти равен задним тазикам.

Выведен в большом количестве из семян *Astragalus macronyx* Bge. Ма-Ата (5 VI — 17 VI 1953, Г. А. Виктор). Отдельные экземпляры из семян *Astragalus sieversianus* Pall. Узбекистан (21 III 1939). Материал ИА АН СССР,

Кафедра энтомологии  
Московского государственного университета  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
1 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. Н. Никольская, Энтом. обозр., 32 (1952). <sup>2</sup> М. Н. Никольская, Издательство фауны СССР, № 44, Изд. АН СССР, 1952. <sup>3</sup> Л. И. Федосеева, Вестн. У, № 5 (1954).

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

И. Р. КОРКИА

### СТИМУЛЯЦИЯ РЕГЕНЕРАЦИИ КОЖНО-МЫШЕЧНОЙ СТЕНКИ ДОЖДЕВОГО ЧЕРВЯ ДЕЙСТВИЕМ ТКАНЕВОГО ЭКСТРАКТА

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузенем 12 VI 1956)

В последнее время было показано<sup>(5)</sup>, что тканевые экстракты оказывают стимулирующее действие на процессы восстановления гомологичной ткани. Стимулирующее действие экстрактов, повидимому, более или менее специфично. Стимуляторный эффект приписывается определенным веществам, выделяемым из тканевых элементов и растворяющимся в солевых растворах. Предполагается, что стимулирующие вещества представляют собой тканеспецифические белки. Стимуляция процесса регенерации тканевыми экстрактами получена этими авторами на лягушках и грызунах (кролики, морские свинки). С целью выяснения вопроса, до какой степени общим является описанное явление, нами поставлены опыты на дождевых червях.

У подопытных животных со спинной стороны вырезались три — четыре головных сегмента (от 10-го по 15-й сегмент). Оперированные животные делились на три группы. Животным I группы (7 экземпляров) в течение 7 дней каждые 12 часов непосредственно в рану вводилось 0,02 см<sup>3</sup> кожно-мышечного экстракта. Для приготовления экстракта у червей удалялись все внутренние органы, после чего оставшаяся кожно-мышечная стенка тщательно промывалась сильной струей воды и растиралась кварцевым песком на холоде. Экстракция производилась 0,7% раствором поваренной соли при отношении веса растворителя к весу ткани 2 : 1. Экстракция производилась в течение часа на холоде, после чего экстракт фильтровался через сложенное вдвое плотное полотно. Полученный экстракт достаточно прозрачен. Появления осадка не наблюдалось.

Животным II группы (8 экземпляров) вводилось 0,02 см<sup>3</sup> 0,7% раствора поваренной соли. Порядок инъекций был такой же, как в случае введения экстракта.

У животных III группы (контрольная группа — 31 экземпляр) исследовался ход регенерации удаленной ткани без каких-либо воздействий. Изучалась регенерация за 2, 14, 17, 30, 34, 35 и 36 дней.

На 13—15 день после операции, — а в III группе в указанные выше сроки — исследуемый материал фиксировался в 10% формалине, затем объект заливался в парафин. Изготавливались 7—8  $\mu$  сериальные срезы. Препараты окрашивались по Маллори железным гематоксилином Гейденгайна и азур-эозином.

При изучении препаратов выяснилось, что кожно-мышечная стенка лучше всего восстанавливается при введении экстрактов. На 13 день рана оказывалась всегда полностью закрытой\*. Восстановленная стенка отличается от нормальной лишь меньшей компактностью. В регенерате представлены оба мышечных слоя, имеющие обычную структуру и расположение.

\* Насколько удается заметить при макроскопическом наблюдении, рана закрывалась уже на 10—11 день.

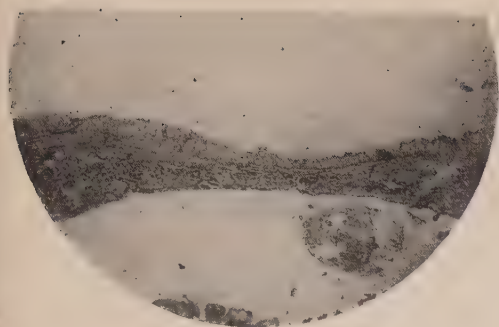


Рис. 1

Рис. 1. Нормальная регенерация кожно-мышечной стенки на 14 день. Регенерат значительно тоньше неповрежденной стенки



Рис. 2

Рис. 2. Опыт с введением раствора NaCl. Регенерация кожно-мышечной стенки на 12 день

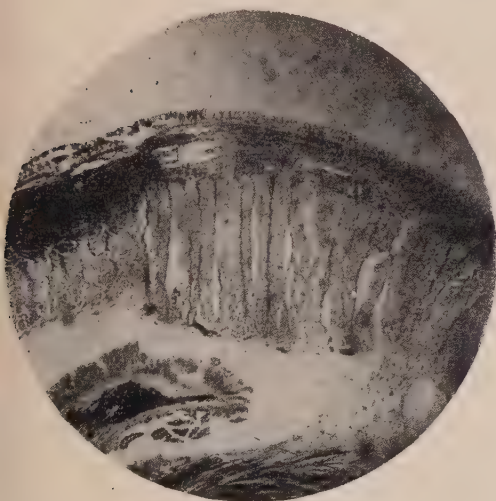


Рис. 3

Рис. 3. Опыт с введением тканевого экстракта. Регенерация кожно-мышечной стенки на 14 день. Регенерат достигает толщины нормальной стенки

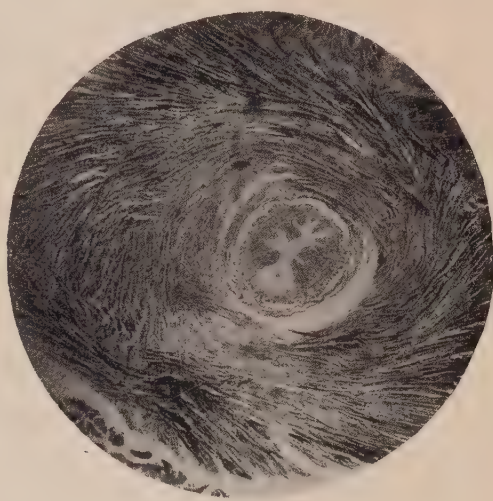


Рис. 4

Рис. 4. Гиперплазия мышечной ткани при воздействии тканевым экстрактом. Разросшиеся мышечные волокна заполняют весь щелем. Виден суженный просвет кишечника



ных веществ, извлекаемых солевыми растворами. Возможно, что эти вещества выделяются в деструктивной фазе регенерации.

Тот факт, что стимуляция тканевыми экстрактами была получена на весьма отдаленных в систематическом отношении объектах (амфибии, грызуны, кольчатые черви), дает основание предполагать, что явление это имеет более или менее общий характер.

Тбилисский государственный университет  
им. Сталина

Поступило  
9 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Г. И. Гинцбург, Тр. Ин-та морф. животн. им. А. Н. Северцова, в. 11, 158 (1954).  
<sup>2</sup> Р. А. Ольшванг, Тез. докл. совещ. эмбриол. в Ленинграде, 202, 1955. <sup>3</sup> Л. В. Полежаев, Изв. АН СССР, сер. биол., № 1, 68 (1956). <sup>4</sup> А. Н. Студитский, Тр. Ин-та морф. животн. им. А. Н. Северцова, в. 11, 7 (1954). <sup>5</sup> Г. Д. Туманишвили, К. М. Джандиери, И. К. Сванидзе, ДАН, 107, № 1, 182 (1956). <sup>6</sup> S. M. Rose, Ann. N.-Y. Acad. Sci., 60, art. 7, 1135 (1955). <sup>7</sup> P. Weiss, Science, 115, 487 (1952).

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

А. Я. ФРИДЕНШТЕЙН

### ПОЛИСАХАРИДЫ ПЕРЕХОДНОГО ЭПИТЕЛИЯ ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ЭКТОПИЧЕСКОМ ОСТЕОГЕНЕЗЕ

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузенем 25 V 1956)

Как было показано (<sup>1-3</sup>), хорошо известный факт образования кости трансплантации переходного эпителия (<sup>5-8</sup>) основан на необычных взаимоотношениях между молодой соединительной тканью и эпителием, находящимся в состоянии нарушенной дифференцировки. Это выражается в типическом погружном росте эпителия и в других своеобразных процессах, приводящих к излиянию в соединительную ткань содержимого цитовмы эпителиальных клеток определенной зрелости. При отсутствии данных условий, т. е. при нормальной дифференцировке переходного эпителия в трансплантатах, кость никогда не возникает и между эпителием соединительной тканью образуется базальная мембрана.

В связи с этим возникает вопрос об источнике остеогенетических свойств переходного эпителия. Возможно, что при трансплантации дифференцировка эпителия изменяется так, что в его клетках появляются новые ветви, имеющие остеогенетическое действие и отсутствующие в нормальном переходном эпителии. Но возможно, что трансплантация создает только условия для выхода в соединительную ткань из эпителия каких-то веществ, содержащихся в нем и в обычных условиях, но не достигающих соединительной ткани.

В данном исследовании была сделана попытка получить материалы для ответа на поставленный вопрос путем анализа процесса дифференцировки эпителия в трансплантатах с привлечением гистохимического метода выявления полисахаридов. Гомотрансплантация измельченной стенки мочевого пузыря морских свинок проводилась желобоватым зондом под фасцию прямой мышцы живота.

В сроки от 2 до 25 дней трансплантаты фиксировались по Гелли, формалином и по Шабадашу. Окраска производилась по Хотчкиссу, Бауэр — альбумину и муцикармином, докраска — квасцовым гематоксилином. Ставились обязательные контроли со слюной и ацетонхлороформом.

Переходный эпителий мочевого пузыря морских свинок богат полисахаридами. Они в виде мелких и крупных глыбок заполняют цитоплазму межучасточных и покровных клеток, но почти отсутствуют в клетках базального слоя (рис. 1 а). Предварительная обработка слюной снимает окраску, следовательно, речь идет о полисахаридах типа гликогена. Кроме того, в эпителии встречаются и отдельные клетки, заполненные слизью, которая теряет способности к окраске по Хотчкиссу после предварительной обработки срезов слюной и красится муцикармином.

В первые дни после пересадки гликоген сохраняет расположение, характерное для нормального переходного эпителия, хотя его общее количество уменьшается. Вскоре после трансплантации начинается рост от перенесенных кусочков нового эпителиального пласта, клетки которого первоначально почти не содержат гликогена. Он появляется на 5—6 день в виде мелких и более крупных глыбок; на 7 день в растущем эпителии содержится

уже большое количество гликогена, причем его заметно больше в поверхностных клетках, обращенных в просвет образующихся цист. Гликоген выявляется не во всех клетках; в частности, в митозирующих эпителиальных клетках его обнаружить не удается.

Дальнейшее развитие эпителия в трансплантатах может происходить двояким путем и распределение полисахаридов при этом неодинаково. Либо осуществляется обычная для переходного эпителия дифференцировка на 3 зоны клеток с образованием под эпителием базальной мембраны, либо происходит дезинтеграция эпителиального пласта часто с погружным атипическим ростом его элементов в глубь подлежащей соединительной ткани. В последних случаях под эпителием возникают очаги остеогенеза.

При нормальной дифференцировке эпителиальной выстилки цисты продольные оси клеток ориентируются перпендикулярно поверхности пласта и происходит накопление значительного количества мелких глыбок гликогена в апикальной части эпителиальных клеток промежуточной и поверхностной зоны (рис. 2 б). Кроме мелких глыбок гликогена, в апикальных частях клеток часто отмечается гомогенная интенсивная реакция на полисахариды, которая сильно ослабляется, но не исчезает полностью при обработке срезов слюной. Создается впечатление, что мелкие глыбки гликогена переходят в вещество, обеспечивающее эту реакцию. Во многих местах видно выход этого вещества в полость цист, где оно располагается в виде мелких хлопьев, не теряющих способности после обработки слюной к окраске по Хотчкиссу в розовый цвет.

К 12—15 дню в эпителии некоторых цист появляются дегенеративные изменения. При этом происходит переполнение клеток всех слоев пласта грубыми зернами гликогена. Следует отметить также, что местами в эпителии встречаются слизистые клетки, отделяющие слизь в полость цисты.

В эпителии, развивающемся атипически, имеет место иное распределение полисахаридов. На 7—10 день, т. е. еще до появления очагов остеогенеза, происходит частичная дезинтеграция эпителиального пласта. Его клетки содержат гликоген в виде крупных гранул около ядра и мелких зерен, главным образом в базальной, т. е. обращенной к подлежащей соединительной ткани части цитоплазмы (рис. 1 б). В эпителиальных клетках, которые отделяются от пласта и в результате атипического роста погружаются в соединительную ткань, находится значительное количество гликогена (рис. 4). Однако в митозирующих эпителиальных клетках он и здесь не обнаруживается.

На 10—12 день при интенсивном погруженном росте эпителия выстилка цисты оказывается образованной одним слоем сильно вытянутых и связанных отростками клеток. Большое количество эпителиальных клеток располагается изолированно в реактивной соединительной ткани, окружающей цисту. Такие эпителиальные клетки, лежащие среди соединительной ткани, содержат гликоген в виде мелких или крупных глыбок (рис. 3 а), что четко

---

Рис. 1. а — Мочевой пузырь морской свинки. Шабадаш, Хотчкисс. Об. 20×  
б — Трансплантат 12 дней. Глыбки гликогена в базальных клетках эпителиального пласта. Гелли, Хотчкисс — гематоксилин. Об. 40×

Рис. 2. а — Трансплантат 17 дней. Глыбки гликогена между эпителием и образующей костью. Гелли, Хотчкисс. Об. 20× б — Трансплантат 14 дней. Нормальная дифференцировка переходного эпителия. Шабадаш, Хотчкисс — гематоксилин. Об. 20×

Рис. 3. а — Трансплантат 11 дней. Гликоген в эпителиальных клетках, расположенных среди элементов соединительной ткани. Шабадаш, Хотчкисс — гематоксилин. Об. 20×  
б — Трансплантат 14 дней. Интенсивная реакция на полисахариды на стороне эпителиальной цисты, обращенной к очагу остеогенеза. Формалин, Хотчкисс — гематоксилин. Об. 10×

Рис. 4. Трансплантат 10 дней. Гликоген в эпителиальных клетках, погружающихся в соединительную ткань. Шабадаш, Хотчкисс — гематоксилин. Об. 20×



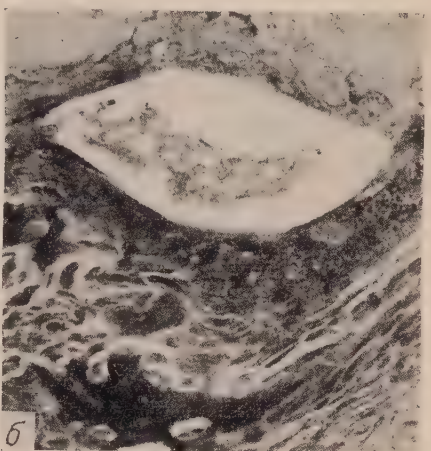
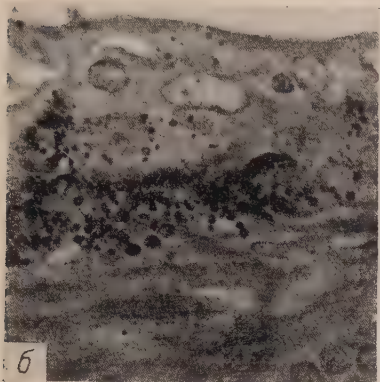
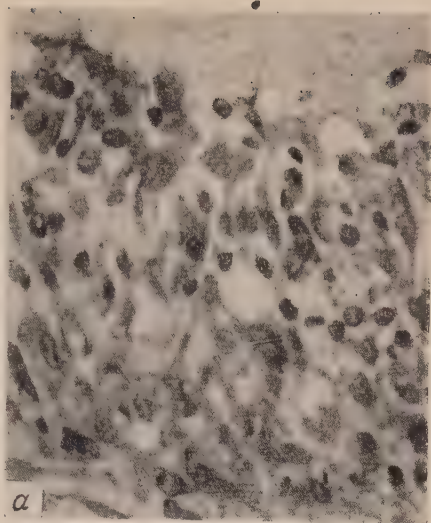
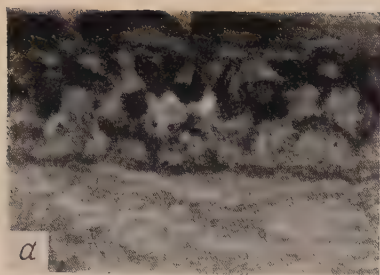


Рис. 1

Рис. 3

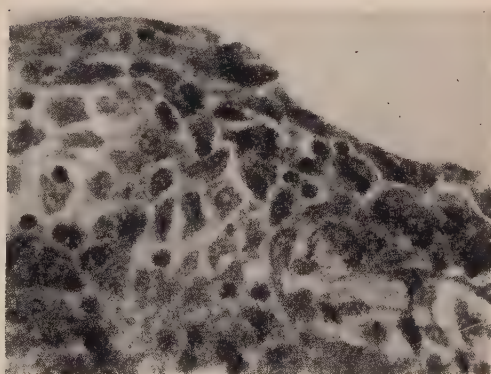
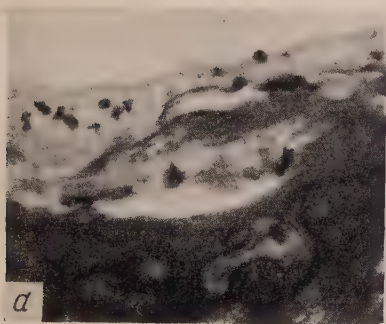
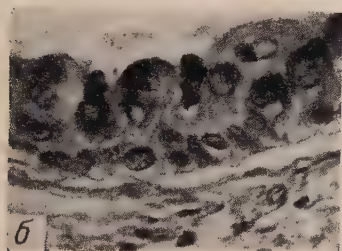


Рис. 2

Рис. 4







личает их от окружающих соединительнотканых элементов, лишенных гликогена, и создает весьма характерную картину. Погрузившиеся в глыбистую соединительной ткани эпителиальные клетки в дальнейшем разрушаются. Перед этим происходит некоторое накопление дополнительного количества гликогена в их цитоплазме, а при разрушении глыбки гликогена из эпителиальных клеток попадают в соединительную ткань.

Несколько иные отношения складываются в тех случаях, когда костный зачаток образуется непосредственно под эпителиальной выстилкой цисты на месте базальной мембраны. Эпителий состоит здесь из нескольких слоев крупных клеток с большими светлыми ядрами. Базальный слой мелких клеток отсутствует. Наоборот, на границе с соединительной тканью лежат гипертрофированные элементы с крупными вздутыми ядрами. Часто около центра определяется участок просветления в цитоплазме. Происходит отторжение участков цитоплазмы эпителиальных клеток и разрушение целых клеток.

Эпителий описанного строения весьма богат гликогеном. Последний располагается по всей протоплазме эпителиальных клеток в виде мелких и более крупных глыбок, но не переполняет ее так, как в дегенерирующем эпителии. Характерно, что очаги остеогенеза образуются только с одной стороны цисты и именно здесь наблюдается скопление гликогена в ее эпителии (рис. 1 б). Поэтому при окраске на полисахариды участки эпителиального пласта, активные в смысле остеогенетического действия, четко выделяются по интенсивности своей окраски.

Над очагами возникающего остеогенеза эпителиальный пласт постепенно истончается вследствие отторжения участков протоплазмы и разрушения мелких эпителиальных клеток, причем содержимое их протоплазмы поступает в подлежащую соединительную ткань, так же как и при разрушении отдельных клеток погружившихся в нее эпителиальных клеток.

Все описанные изменения сопровождаются появлением в соединительной ткани под эпителием большого количества мелких свободнолежащих глыбок гликогена. Следует особо подчеркнуть, что в соединительной ткани вне контакта с эпителием, обладающим остеогенетической активностью, гликоген не выявляется.

До развития очагов остеогенеза глыбки гликогена распределены равномерно в довольно широкой зоне под эпителием, имеющим описанное строение, но с появлением костных зачатков в области остеогенеза выявляется гораздо меньше гликогена, чем в соседних участках соединительной ткани, где остеогенез еще не начался; создается впечатление, что гликоген расходуется в процессе костеобразования.

Иногда под эпителием — непосредственно между ним и слоем остеобластов — происходит скопление крупных грубых частиц гликогена неправильной формы (рис. 2 а). Такие картины никогда не наблюдаются под эпителием вне скелетогенных зачатков или с той стороны таких зачатков, которая обращена не к эпителию, и потому их нельзя считать артефактом, связанным с фиксацией.

В полости цист, вокруг которых идет остеогенез, находится хлопьевидное содержимое, окрашивающееся по Хотчкиссу в розовый цвет и не теряющее способности к окраске после обработки срезов слюной. Там же располагаются многочисленные глыбки гликогена и слущенные, дегенерирующие клетки эпителия.

Следует подчеркнуть, что глыбки гликогена внутри эпителиальных клеток и под эпителием выявляются не только после фиксации по Шабашу, но и после фиксации по Гелли или формалином с последующей основательной промывкой в воде и декальцинацией. Однако в тех же срезах гликоген в мышечной и остеогенной ткани не сохранялся. Все это свидетельствует, вероятно, о том, что речь идет не о чистом гликогене, а полисахаридно-белковом комплексе.

Морфология распределения полисахаридов позволяет судить о путях

осуществления обменных процессов между эпителием и подлежащей соединительной тканью в трансплантатах. При нормальной дифференцировке эпителия полисахариды накапливаются в его клетках по мере их перемещения из базального слоя к поверхности пласта, а затем они поступают в полость цисты в результате какого-то секреторного процесса. Судя по морфологическим признакам и по отношению к амилазе слюны, полисахариды эпителия подвергаются при этом существенным изменениям.

Насборот, при атипическом росте и при разрушении эпителиальных клеток полисахариды типа гликогена из элементов, соответствующих клеткам промежуточной зоны, попадают в подлежащую соединительную ткань вместе с содержимым цитоплазмы эпителиальных клеток, а секреция в полость цисты нарушается, хотя и не прекращается, и не исключено, что содержимое таких цист поступает в конце концов в подлежащую соединительную ткань.

Таким образом, изменение в дифференцировке эпителия, приводящее к остеогенезу, связано с нарушением течения обменных процессов, в которых участвуют полисахариды. В этом смысле происходит деполяризация эпителиального пласта с поступлением промежуточных продуктов обмена в подлежащую соединительную ткань. Остеогенетические свойства переходного эпителия следует, вероятно, объяснять не появлением в нем при трансплантации новых веществ, отсутствующих при нормальных условиях, а переходом из эпителия в соединительную ткань каких-то веществ, вероятно всегда содержащихся в эпителии, но не достигающих обычно подлежащей соединительной ткани.

Проведенное исследование указывает на параллелизм между изменениями в распределении полисахаридов в эпителии и поступлением их из эпителия в соединительную ткань, с одной стороны, и развитием остеогенеза, с другой. Эти два явления могут находиться в причинной зависимости, но могут носить и сопутствующий характер. Еще нет достаточных данных для того, чтобы решить этот вопрос. Однако уже теперь следует иметь в виду ту серьезную роль, которую полисахариды типа гликогена играют в остеогенезе (4).

Поступило  
19 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Я. Фриденштейн, ДАН, 107, № 4 (1956). <sup>2</sup> А. Я. Фриденштейн, ДАН, 108, № 2 (1956). <sup>3</sup> А. Я. Фриденштейн, Усп. совр. биол., 39, 299 (1955). <sup>4</sup> А. Я. Фриденштейн, Усп. совр. биол., 42, в. 2 (5) (1956). <sup>5</sup> B. Huggins, Arch. Surg., 22, 377 (1931). <sup>6</sup> A. C. Abbot, J. Urol., 40, 294 (1938). <sup>7</sup> R. Leriche, P. Lucinisco, Press. Med., 43, 140 (1935). <sup>8</sup> G. Loewi, J. Path. and Bact., 68, 419 (1954).

Ю. К. БОГОЯВЛЕНСКИЙ

## ВЛИЯНИЕ ФИЗИОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ, ПОЛА И РЕЖИМА ПИТАНИЯ ПТИЦ НА КАРТИНУ ИХ БЕЛОЙ КРОВИ

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 3 VI 1956)

До настоящего времени существует мнение<sup>(3)</sup>, что морфологическая характеристика белой крови не может служить критерием для суждения о физиологическом состоянии птиц. Между тем, уже в 1938 г. были прослежены изменения в лейкоцитарной формуле крови голубей в зависимости от времени года<sup>(1)</sup>. Автор констатировал увеличение числа лимфоцитов и уменьшение псевдоэозинофилов в весенний период. За последнее десятилетие появились ряд работ, указывающих на различные морфологические изменения в белой крови млекопитающих, птиц и рыб в зависимости от изменения внешних условий<sup>(1, 2, 5, 7)</sup>. О гистохимических же изменениях лейкоцитов крови в зависимости от каких-либо условий литературных данных почти нет.

Для выявления влияния физиологического состояния птиц на картину их белой крови мы провели сезонные морфологические и гистохимические исследования крови кряквы — *Anas boschas*. Кровь бралась в течение года с интервалами в 15 дней, параллельно у 6 уток. Таким образом, кровь исследовалась во время покоя, яйценоскости и линьки. Были проведены также сравнительные исследования крови уток того же вида в зависимости от пола, и прослежены изменения картины крови в зависимости от времени кормления птицы.

Взятие крови происходило всегда в одно и то же время — между 13 и 14 часами из *v. ulnaris*. Приготовленные общепринятым способом мазки тотчас же фиксировались. Для морфологических исследований в качестве фиксаторов были использованы метиловый спирт (5 мин.) и жидкость Ценкера с уксусной кислотой (50 мин.). Мазки окрашивались по методу Романовского. Для выявления нуклеиновых кислот мазки фиксировались раствором Ценкера с уксусной кислотой с последующим использованием для определения рибонуклеиновой кислоты реакции Браще, а для тимонуклеиновой кислоты — реакции Фельгена. Для определения гликогена мазки фиксировались нейтральным фиксатором Шабаша (30 мин.), затем промывались дистиллированной водой и обрабатывались по методу Шабаша периодатом калия. Пероксидаза определялась по методу Сато: сухие мазки обрабатывались в течение 30 сек. 0,5% раствором сернокислой меди; затем они погружались на 2—3 минуты в раствор бензидина в дистиллированной воде, к которому было добавлено 3—4 капли перекиси водорода. Для выявления нейтрального жира препараты фиксировались не менее двух часов 0% формалином с последующей окраской их суданом III и докраской ядер ематоксилином Эрлиха.

Подробное изучение крови уток, взятой во время покоя, яйценоскости и линьки показало, что различное состояние птицы находит отражение в изменении лейкоцитарной формулы (табл. 1). Из данных таблицы видно, что наиболее чувствительными являются базофилы, число которых в период яйценоскости уменьшается приблизительно в 3 раза по сравнению с пе-



Таблица 1

## Лейкоцитарная формула крови уток (в %)

№№ птиц	Лимфоциты		Базофилы	Эозино-филы	Псевдо-эозино-филы	Моноциты
	малые и средние	большие				
Период покоя (1 сентября — 15 мая)						
1	59	4,8	1,6	13	16,4	4,8
2	64	8,5	2	8	14	3,5
3	47,3	8,7	2	12,7	26,3	3
4	61,7	4,3	2,3	11,7	15	5
5	69	5	1,5	8,5	12	4
6	48,3	11,7	1,3	12,3	21,4	5
Среднее	58,2	7,2	1,8	11	17,6	4,2
Период яйценоскости (15 мая — 1 июля)						
1	46	8,3	0,3	6,4	36,3	2,7
2	46	12,5	0,5	14,3	23,5	3,2
3	33,4	18,7	0,7	11,9	32	3,3
4	43,7	12,7	0,7	5,9	34	3
5	50	10,5	0,5	12,5	24,5	2
6	52,7	10,3	0,3	12,8	20	3,9
Среднее	45,3	12,2	0,5	10,6	28,4	3
Период линьки (1 июля — 1 сентября)						
1	46,3	6,1	1,7	19,3	23,5	3,1
2	60,9	7,3	1,3	11,7	16	2,8
3	46,5	5,6	1,4	10,8	31	4,7
4	48,6	7	2,1	17	22,9	2,4
5	50,5	4,9	0,9	16,2	24,6	2,9
6	53,2	5,1	1,1	15	21,9	3,7
Среднее	51	6	1,4	15	23,3	3,3

риодом покоя и линьки. Можно отметить также некоторое увеличение содержания зернистых форм лейкоцитов в период яйценоскости и линьки.

Сравнивая препараты, обработанные по методу Браще, нам удалось констатировать некоторое увеличение содержания рибонуклеиновой кислоты во время линьки в плазме лимфоцитов и моноцитов. Количество рибонуклеиновой кислоты в гранулоцитах оставалось в течение всего года постоянным. Не изменялось также содержание тимонуклеиновой кислоты в лейкоцитах крови.

В исследованной белой крови уток пероксидаза была обнаружена только в плазме эозинофилов. Физиологическое состояние птицы на количество пероксидазы и ее топографию не оказало влияния.

Выявляя нейтральный жир на мазках, мы установили незначительное увеличение его содержания в плазме гранулоцитов в период линьки птиц.

Все лейкоциты крови уток, кроме псевдоэозинофилов, содержат гликоген, причем в лимфоцитах и моноцитах гликоген наблюдается как в «диффузном» состоянии, так и в форме зернистости и глыбок. В базофилах гликоген локализуется не в гранулах, как это имеет место в крови человека (1), а в цитоплазме — так же как и в эозинофилах.

При сравнении количества гликогена в лейкоцитах в периоды покоя, яйценоскости и линьки, обращает на себя внимание уменьшение его содер-

жания у всех лейкоцитов во время яйценоскости и еще более в период линьки.

Резюмируя, можно сказать, что различное физиологическое состояние птиц (покой, яйценоскость и линька) находит свое отражение в морфологических и гистохимических изменениях в лейкоцитах крови. Это обстоятельство еще раз подтверждает, что кровь является тончайшим индикатором состояния организма.

Таблица 2  
Лейкоцитарная формула уток (в %)

Месяц	Пол	Лимфоциты		Базо- филы	Эозино- филы	Псевдоэозино- филы	Моно- циты
		малые и средние	боль- шие				
Июнь	♂	51	2,3	0,3	7,7	31,7	7
		68	11,5	2	8	8	3,5
Июль	♂	67,7	4,6	1,7	6,3	13,3	6,4
		50	10,5	0,5	13,5	22,5	3
Август	♂	69,3	3,4	3	6	12	6,3
		70	5	0,5	8,5	12	4

Кроме того, за три летних месяца нами были проведены сравнительно морфологические и гистохимические исследования белой крови уток разного пола. Изучалась кровь 3 самцов и 3 самок одинакового возраста. В результате этого исследования были отмечены только некоторые морфологические различия в лейкоцитарной формуле, сводящиеся, в основном, к повышенному содержанию моноцитов у самцов по сравнению с самками (см. табл. 2).

Какой-либо зависимости гистохимических различий от пола найти не удалось.

Опыты, связанные с кормлением, были проведены на четырех взрослых утках. За сутки до взятия крови кряквы лишались корма и отсаживались в отдельное помещение. Сначала кровь бралась у голодных птиц, которым после этого давали обильный зерновой корм, а затем взятие крови производилось через 2, 4 и 6 часов после дачи корма. При анализе препаратов каких-либо закономерных морфологических изменений в форменных элементах белой крови обнаружить не удалось. Гистохимически же обнаружилось более повышенное содержание рибонуклеиновой кислоты и гликогена плазмы некоторых лейкоцитов крови уток, взятой после кормления, по сравнению с кровью от голодных птиц. Так, плазма лимфоцитов и моноцитов у голодных птиц окрашивается пиронином очень бледно. Через 2 часа после кормления количество кислоты в плазме тех же клеток немного увеличивается, а через 4 и 6 часов содержание кислоты повышается еще больше.

Каких-либо изменений содержания в лейкоцитах нейтрального жира и пероксидазы, связанных с режимом кормления, не наблюдалось.

Поступило  
3 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> П. С. Антипова, Вopr. ихтиол., № 2, 120 (1954). <sup>2</sup> Б. М. Драбкина, Тр. Всесоюз. гидробиол. общ., 3, 168 (1951). <sup>3</sup> В. И. Зайцев, Тр. Моск. зовет. инст., 3, 112 (1938). <sup>4</sup> О. И. Левкович, Тр. Моск. зовет. инст., 3, 121 (1938). <sup>5</sup> Л. Д. Марцинкевич, ДАН, 99, № 5, 841 (1954). <sup>6</sup> А. Л. Шабаташ, ДАН, 98, № 2, 389 (1949). <sup>7</sup> Г. И. Шилова, ДАН, 65, № 4, 551 (1949).

Я. Д. КИРШЕНБЛАТ

## ДЕЙСТВИЕ ОЧИЩЕННЫХ ГОРМОНОВ ГИПОФИЗА НА ЯИЧНИКИ РЫБ

(Представлено академиком Л. А. Орбели 11 VI 1956)

Наличие тесной функциональной связи между гипофизом и половыми железами у рыб было показано многочисленными экспериментальными исследованиями, в которых изучались результаты удаления гипофиза (<sup>16</sup>, <sup>18</sup>) и введения взвеси вещества гипофиза внутримышечно (<sup>3</sup>, <sup>14</sup>) или в полость черепа (<sup>4</sup>). Метод гипофизарных инъекций нашел довольно широкое применение в рыбоводстве для получения зрелой икры и спермы ценных в промысловом отношении видов рыб (<sup>2</sup>).

Некоторые рыбы оказались чувствительными к гонадотропным гормонам млекопитающих. У самок выюна введение экстрактов передней доли гипофиза человека и некоторых других млекопитающих, ворсистой оболочки человеческого плода, сыворотки крови и мочи беременных женщин, а также мочи больных пузырным заносом и хорионэпителиомой, вызывает внесезонное наступление созревания овоцитов, овуляции и икрометания, т. е. переход из IV в V стадию зрелости (<sup>8</sup>). Следовательно, самки выюна реагируют на гонадотропные гормоны как гипофизарного, так и хориального происхождения. Однако до сих пор еще не было установлено, какой именно из гормонов гипофиза стимулирует у рыб вышеуказанные процессы, характеризующие переход самки в нерестное состояние. Между тем выяснение этого вопроса представляется важным в практическом отношении и завершает собой определенный этап исследований механизма физиологической регуляции процессов размножения у рыб.

Некоторые исследователи склонны рассматривать гонадотропный фактор гипофиза рыб, стимулирующий созревание овоцитов и овуляцию, как особый гормон нереста, «выделяя таким образом вызываемый им процесс из общей гонадостимулирующей деятельности гипофиза» (<sup>1</sup>). Однако следует выяснить, не вызывается ли приписываемое предполагаемому новому гормону физиологическое действие другими, уже ранее известными гормонами. Это тем более необходимо, что в гипофизе рыб установлено наличие веществ, действующих на млекопитающих и птиц подобно фолликулостимулирующему (<sup>7</sup>), лютеинизирующему (<sup>7</sup>, <sup>19</sup>) и лактогенному (<sup>15</sup>) гормонам. Поэтому мы решили испытать действие очищенных гормонов передней доли гипофиза млекопитающих на самок костистых рыб.

Опыты проводились на самках выюна (*Misgurnus fossilis*), выловленных в декабре — январе в Кицманском районе Черновицкой области. В это время яичники у всех взрослых самок находятся в IV стадии зрелости и не переходят в V стадию без введения гонадотропных гормонов извне (<sup>5</sup>, <sup>6</sup>). Во время опытов выюны содержались в стеклянных банках с водой без песка и растений при температуре 17—19° и ничем не кормились. Часть опытов была проведена на гипofизэктомизированных выюнах. Удаление гипофиза производилось по методу Абрамовица (<sup>11</sup>), причем после окончания опыта полноценность этой операции проверялась на вскрытии. Гормоны вводились не ранее чем через 24 часа после удаления гипофиза.



Для опытов использовались фолликулостимулирующий гормон из гипофизов лошади и свиньи, лютеинизирующий гормон из гипофиза свиньи и лактогенный гормон из гипофиза крупного рогатого скота, приготовленные в опытно-производственной лаборатории Всесоюзного института экспериментальной эндокринологии, и аденокортикотропный гормон (АКТГ) Ленинградского мясного комбината им. С. М. Кирова. Очищенные гормоны в виде сухого кристаллического порошка хранились в холодильнике и непосредственно перед введением растворялись в дистиллированной воде. Лактогенный гормон — с прибавлением раствора соляной кислоты до pH 4,5). Все инъекции производились внутримышечно. Выюны просматривались через 48, 72 и 96 часов после инъекции. Если после указанного срока из полового отверстия самки не выделялось икры при легком массировании брюшка по направлению от головы к хвосту, то она вскрывалась для установления состояния яичников.

Введение фолликулостимулирующего гормона (1—50 мг), лактогенного гормона (5—50 мг) и аденокортикотропного гормона (1—25 мг) не вызвало созревания овоцитов и овуляции ни у одной самки выюна. Через 72—996 часов после инъекции любого из этих гормонов яичники всех самок оказывались в IV стадии зрелости.

После введения 3 мг лютеинизирующего гормона у всех подопытных самок выюна через 48 часов наступали созревание овоцитов и овуляция — они начинали выделять струей из полового отверстия зрелую икру. Эта икра была оплодотворена спермой выюна, развивалась нормально и из нее выклюнулись личинки, прожившие в лаборатории свыше 20 дней.

Чтобы установить, не зависит ли указанное действие введенного лютеинизирующего гормона на самок выюна от стимуляции деятельности собственного гипофиза этой рыбы, были проведены аналогичные опыты на гипофизэктомированных выюнах. Через 46—48 часов после внутримышечного введения 5 мг лютеинизирующего гормона гипофизэктомированные самки начали выделять зрелую икру.

Известно, что у млекопитающих овуляция наступает в результате одновременного действия фолликулостимулирующего и лютеинизирующего гормонов<sup>(13)</sup>, фолликулостимулирующий гормон усиливает и видоизменяет

Таблица 1

Влияние других гормонов гипофиза на реакцию самок выюна на лютеинизирующий гормон

Доза лютеинизирующего гормона, в мг	Гормон гипофиза и введенная доза	Число самок		
		подопытных	у которых произошла овуляция	выметавших зрелую икру
1	Фолликулостимулирующий, 0,5 мг	5	0	0
1	То же, 1 "	5	1	1
1	Лактогенный, 2 мг	5	0	0
1	" 2 "	6	1	0
1,5	Фолликулостимулирующий, 0,5 мг	5	0	0
1,5	Лактогенный, 1 мг	5	3	0
1,5	Аденокортикотропный, 0,5 мг	5	1	1
1,5	То же, 0,5 мг	5	2	1
2	Фолликулостимулирующий, 1 мг	5	3	2
2	Лактогенный, 1 мг	5	4	3
2	Аденокортикотропный, 1 мг	5	3	2
2	То же 1 мг,	10	2	1



действие хориального гонадотропина (<sup>17</sup>), лактогенный гормон возбуждает секреторную активность желтых тел (<sup>12</sup>), а АКТГ понижает чувствительность яичников к гонадотропным гормонам (<sup>10</sup>). Поэтому необходимо было выяснить, какое влияние оказывают другие гормоны гипофиза на реакцию самок вьюна на лютеинизирующий гормон. Эти исследования были проведены нами на самках вьюна весом от 35 до 45 г. Фолликулостимулирующий, лактогенный и адренокортикотропный гормоны вводились одновременно с лютеинизирующим гормоном, но в мышцы противоположной стороны тела. Результаты этих опытов представлены в табл. 1. Из таблицы видно, что чувствительность самок вьюна к лютеинизирующему гормону повышается при введении остальных указанных гормонов, однако только в тех случаях, когда их доза превышает 0,5 мг. Это показывает, что процессы созревания овоцитов и овуляция у этих рыб стимулируются именно лютеинизирующим гормоном, а не примесями других гормонов гипофиза. Следовательно, лютеинизирующий гормон является у рыб «гормоном нереста» и стимулирует переход самок из IV в V стадию зрелости.

Черновицкий медицинский институт

Поступило  
14 II 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. Л. Гербильский, ДАН, 19, № 4, 329 (1938). <sup>2</sup> Н. Л. Гербильский, Метод гипофизарных инъекций и его роль в воспроизводстве рыбных запасов, 1941.  
<sup>3</sup> Н. Л. Гербильский, Тр. Лаб. основ рыбоводства, 1, 25 (1947). <sup>4</sup> Н. Л. Гербильский, Л. А. Кашенко, Бюлл. эксп. биол. мед., 3, 2, 173 (1937). <sup>5</sup> Б. Н. Казанский, Тр. Лаб. основ рыбоводства, 2, 64 (1949). <sup>6</sup> Б. Н. Казанский, Л. М. Нусенбаум, Тр. Лаб. основ рыбоводства, 1, 111 (1947). <sup>7</sup> Я. Д. Киршенблат, ДАН, 66, № 4, 745 (1949). <sup>8</sup> Я. Д. Киршенблат, Тр. Акад. мед. наук СССР, 11, 152 (1950). <sup>9</sup> О. Б. Чернышев, ДАН, 33, № 2, 155 (1941). <sup>10</sup> И. А. Эскин, Пробл. эндокрин. и гормонотерап., 1, 1, 52 (1955). <sup>11</sup> A. A. Abramowitz, Science, 85, № 2217, 609 (1937). <sup>12</sup> E. B. Astwood, Endocrinology, 28, 309 (1941). <sup>13</sup> R. O. Greer, H. B. van Dyke, B. F. Chow, Endocrinology, 30, 635 (1942). <sup>14</sup> B. A. Housay, C. R. Soc. Biol., 106, 377 (1931). <sup>15</sup> C. P. Leblond, G. K. Noble, Proc. Soc. Exp. Biol. and Med., 36, 517 (1937). <sup>16</sup> S. A. Matthews, Biol. Bull., 76, № 2, 241 (1939). <sup>17</sup> M. E. Simpson, C. H. Li, H. M. Evans, Endocrinology, 48, 370 (1951). <sup>18</sup> J. H. Vivien, Bull. Biol. France et Belg., 75, 257 (1941). <sup>19</sup> E. Witschi, Endocrinology, 27, 437 (1940).

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

Е. Д. ЛОГАЧЕВ

**О ВЗАИМООТНОШЕНИЯХ МЕЖДУ ЯДРОМ И ЦИТОПЛАЗМОЙ  
В РАСТУЩИХ ЯЙЦЕВЫХ КЛЕТКАХ У ПЛОСКИХ ЧЕРВЕЙ**

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 3 VI 1956)

Бессинг<sup>(1)</sup>, исследовавший процесс овогенеза у нематоды *Rhabditis pomala* R. Hertwig, наблюдал весьма интересное явление обмена хроматина между ядром и цитоплазмой в развивающихся овоцитах. Ему удалось установить, что во время развития овоцитов первого порядка у этой нематоды после разделения четырех тетраплоидных хромосом на 16 отдельных хромосом последние распадались на мелкие кусочки, выходившие через оболочку ядра в цитоплазму и затем распылявшиеся в ней. При изучении строения и развития яйцевых клеток у плоских червей нам удалось морфологически наблюдать обменные процессы между ядром и цитоплазмой. В одной из предыдущих работ, посвященной развитию половых клеток трематоды *Opisthorchis felineus*, мы указывали<sup>(2)</sup>, что по мере роста овогоний хроматин в их ядрах постепенно уменьшается вплоть до гистохимически неуловимого количества. По мере уменьшения количества тимонуклеиновой кислоты в ядре овогоний происходит параллельное увеличение базофильности цитоплазмы. Последнее обстоятельство, несомненно, указывает на постепенное увеличение количества цитоплазматической (рибонуклеиновой) кислоты за счет превращений выходящего из ядра хроматина. Последний по всей вероятности проходит сквозь оболочку ядра, распылившись до частиц, не видимых в обыкновенный микроскоп. Особую форму взаимоотношений между ядром и цитоплазмой в развивающихся яйцевых клетках мы обнаружили у байкальской турбеллярии — триклады *Sorocelis guttata*. В яичнике одной особи *S. guttata* всегда содержатся яйцевые клетки одной степени зрелости; развитие всех яйцевых клеток в яичнике одной особи происходит синхронно.

У исследованной нами турбеллярии размер яйцевых клеток (овогоний) достигает 135  $\mu$ . Они имеют мелкозернистую цитоплазму и круглое пузырьковидное ядро с отчетливым крупным ядрышком. Цитоплазма у мелких овогоний в яичниках молодых особей окрашивается кислыми красками и совершенно не проявляет сродства к основным красителям. По мере увеличения овогоний в размерах цитоплазма их постепенно начинает окрашиваться основными красками, например, азуром-II.

Хроматин в ядре овогоний *S. guttata* всегда выделяется в виде мелких равномерно рассеянных по ядру частиц. Параллельно с ростом яйцевой клетки можно наблюдать ряд изменений в ее ядре, а именно: от ядра отделяются в цитоплазму небольшие вакуоли, которые постепенно растворяются в ней. Число таких вакуолей достигает двух десятков. Иногда они очень мелкие и плотно прилежат к ядерной мембране. Вакуоли, отделяющиеся от ядра, часто содержат базофильно окрашенные зернышки, дающие положительную реакцию по Фельгену.

На рис. 1 показана яйцевая клетка турбеллярии *S. guttata*, от ядра которой в цитоплазму отделяются описанные выше вакуоли. По мере отделения вакуолей от ядра в последнем удается отметить уменьшение содер-



жания хроматина. Однако уменьшения объема ядра при этом процессе не замечается. Окраска по Фельгену всегда дает возможность установить постепенное снижение содержания тимонуклеиновой кислоты в яйцевых клетках по мере их роста. У особей *S. guttata*, яичник которых содержит более мелкие яйцевые клетки, тимонуклеиновая кислота в последних содержится в значительном количестве и распределена в виде мелких гранул по всему ядру. У особей же с крупными яйцевыми клетками в ядрах последних содержится очень мало тимонуклеиновой кислоты и она локализуется преимущественно под ядерной оболочкой.

Таким образом, описанные наблюдения указывают на тесные обменные реакции между цитоплазмой и ядром растущей яйцевой клетки у турбеллярии *S. guttata*. Увеличение базофилии цитоплазмы, уменьшение содержания тимонуклеиновой кислоты в ядре по мере роста яйцевой клетки, отделение от ядра вакуолей и выход с ними ядерного хроматина, растворение последнего в цитоплазме представляют морфологическое проявление этих обменных реакций.

Гелей<sup>(3)</sup>, исследовавший развитие яйцевых клеток у триклады *Dendrocoelum lactum*, пришел к выводу, что хроматин в течение всего периода развития яйцевой клетки не существует в какой-либо другой форме, кроме как в форме хромосом. Наши наблюдения над развитием яйцевых клеток у триклады *Sorocelis guttata* дают основание сомневаться в правильности утверждения Гелей, ибо хромосом в растущих яйцевых клетках вообще не удается обнаружить. Кроме того, утверждениям Гелей противоречит постепенное уменьшение тимонуклеиновой кислоты в ядрах растущих яйцевых клеток в результате выхода ее в цитоплазму.

Гельминтологическая лаборатория  
Академии наук СССР

Поступило  
3 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> A. Wessing, Naturwiss., 41, 4 (1954). <sup>2</sup> Е. Д. Логачев, В кн. Научн. конф. Омского мед. инст., посвящ. 80-летию со дня рождения М. И. Калинина и 35-летию существования института, Сборник тезисов и авторефератов, Омск, 1955. <sup>3</sup> J. Gelei, Arch. f. Zellforsch., 11, 1 (1913).

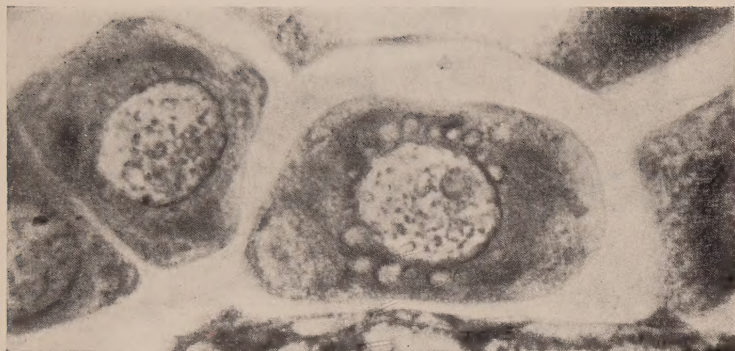


Рис. 1. Фрагмент разреза яичника половозрелой особи *Sorocelis guttata*.  
Вокруг ядра видны выделяющиеся в цитоплазму вакуоли. Микрофото.  
Окраска по Маллори. 570X



